

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**



**TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA
ENVOLVENTE DA EDIFICAÇÃO**

ELABORADO POR: Martin Ordenes, Dr.
Roberto Lamberts, PhD.
Saulo Güths, PhD.

Florianópolis, Março de 2008.



SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	2
1.1	O SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES	2
1.2	DEFINIÇÕES	4
1.3	MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR	5
1.3.1	<i>Modelo de condução</i>	5
1.3.2	<i>Modelo de convecção</i>	6
1.3.3	<i>Modelo de radiação</i>	6
1.4	BALANÇO ENERGÉTICO	7
2	CONDUÇÃO	10
2.1	REGIME PERMANENTE	10
2.2	ANALOGIA ELÉTRICA	11
2.3	EQUAÇÃO DE DIFUSÃO DE CALOR	15
2.4	DIFERENÇAS FINITAS	17
3	CONVECÇÃO	21
3.1	FORÇADA	25
3.2	NATURAL	26
3.3	CÂMARA DE AR VERTICAL NÃO VENTILADA	28
4	RADIAÇÃO	31
4.1	RADIAÇÃO EM UMA SUPERFÍCIE	31
4.2	RADIAÇÃO ENTRE SUPERFÍCIES	35
5	BIBLIOGRAFIA	40



1 INTRODUÇÃO

A envolvente da edificação integra todos os elementos que separam os ambientes internos das condições climáticas externas (paredes, janelas, telhado e piso). Ela funciona como uma espécie de filtro ou barreira em que ocorrem trocas de energia térmica (calor), umidade e ar (infiltração e ventilação).

O objetivo deste texto pretende descrever os mecanismos de transferência de calor através de elementos opacos na envolvente. Estes mecanismos definem o desempenho térmico da edificação e suas repercussões no consumo energético e conforto térmico.

O conhecimento dos processos físicos que participam na envolvente permite avaliar a resposta da edificação frente às mudanças meteorológicas (temperatura, radiação solar, vento, etc.) na etapa de projeto e escolher as alternativas e soluções técnicas que garantam um desempenho térmico adequado à localidade em que o edifício será construído. O estudo da transferência de calor na envolvente também representa uma ferramenta importante para diagnosticar o desempenho de uma edificação existente.

O texto contempla um primeiro capítulo introdutório que inclui uma descrição do sistema de unidades adotado, os principais conceitos físicos, uma breve explicação dos três mecanismos de transferências de calor (Condução, convecção e radiação) e a definição da equação de balanço térmico. Os três capítulos seguintes estão focados em apresentar detalhadamente cada um dos processos físicos de transferência de calor na envolvente. O texto de Incropera e DeWitt (2003), é a base da disciplina e serão adotados os capítulos II, III e V para a parte de condução, os capítulos VI, VII, VIII e IX para a parte de convecção e os capítulos XII e XIII para explica a radiação.

1.1 O SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

As grandezas termo-físicas utilizadas no estudo da transferência de calor são especificadas nas unidades do Sistema Internacional (SI). Este sistema foi definido em 1960 pela 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas e recomendado como padrão mundial. A definição das grandezas a utilizar na disciplina e seus símbolos são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Grandezas do SI utilizadas no estudo de transferência de calor.

Grandeza (símbolo)	Unidade (símbolo)	Definição na base SI
Comprimento (l)	Metro (m)	m
Área (A)	Metro quadrado (m ²)	m ²
Volume (V)	Metro cúbico (m ³)	m ³
Massa (m)	Quilograma (kg)	kg
Tempo (t)	Segundo (s)	s
Temperatura (T)	Kelvin (K)	K
Energia (E)	Joule (J)	J
Potência (q)	Watt (W)	J/s
Densidade de massa (ρ)	---	kg/m ³
Calor específico (c)	---	J/(kg K)
Condutividade térmica (λ)	---	W/(m K)
Resistência térmica (R)	---	W/(m ² K)



Embora a unidade de temperatura no SI seja o Kelvin, o uso da escala Celsius é amplamente difundido. O símbolo de grau na designação da temperatura em Celsius ($^{\circ}\text{C}$) para evitar confundi-lo com o C utilizado como unidade de carga elétrica (Coulomb). O zero na escala Celsius (0°C) equivale a 273,15 K na escala Kelvin, mantendo uma relação linear de acordo com a equação 1. Contudo, a equação 1 mostra que as diferenças de temperaturas ($\Delta T = T_f - T_i$) são equivalentes para as duas escalas e podem ser denotadas em $^{\circ}\text{C}$ ou em K.

$$T(K) = T(^{\circ}\text{C}) + 273,15 \quad (1)$$

Além disso, embora a unidade de tempo no SI seja o segundo, outras unidades de tempo (minuto, hora e dia) são tão comuns que podem ser utilizadas com o sistema SI. No âmbito do desempenho térmico de edificações e eficiência energética é comum encontrar a energia quantificada em Watt-hora (Wh).

Para facilitar a leitura de valores numéricos e destacar os dígitos significativos, utilizam-se os prefixos multiplicadores. Estes prefixos são símbolos que permitem expressar valores muito grandes ou muito pequenos sem ter que utilizar potências de base 10 ou muitas casas decimais (Tabela 2).

Tabela 2 – Prefixos utilizados no Sistema Internacional (SI)

Prefixo	Símbolo	Valor numérico
Yotta	Y	10^{24}
Zetta	Z	10^{21}
Exa	E	10^{18}
Peta	P	10^{15}
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^9
Mega	M	10^6
Kilo	k	10^3
Hecto	h	10^2
Deca	da	10
Deci	d	10^{-1}
Centi	c	10^{-2}
Mili	m	10^{-3}
Micro	μ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}
Pico	p	10^{-12}
Femto	f	10^{-15}
Atto	a	10^{-18}
Zepto	z	10^{-21}
Yocto	y	10^{-24}

Embora o SI seja recomendado como o padrão internacional de medidas, na bibliografia é comum encontrar as mesmas grandezas expressadas em unidades do sistema inglês (polegadas, graus Fahrenheit, Btu, etc.). Nos cálculos deste texto será utilizado sempre o Sistema Internacional.



1.2 DEFINIÇÕES

No estudo da transferência de calor na envolvente das edificações, os primeiros conceitos a definir são a temperatura e calor. Estes conceitos encontram-se estreitamente relacionados.

A temperatura está relacionada à quantidade de energia térmica ou calor num sistema. Na medida em que um sistema acumula calor, sua temperatura aumenta. Ao contrário, uma perda de calor provoca uma diminuição da temperatura do sistema. Na escala microscópica, este calor corresponde à agitação térmica de átomos e moléculas no sistema. Assim, uma elevação de temperatura corresponde a um aumento da velocidade de agitação térmica dos átomos.

A **Temperatura** é a propriedade de um material ou sistema que implica as noções comuns de "quente" ou "frio". Em geral a matéria com a temperatura maior é dita mais quente. Apesar de todo mundo ter uma compreensão básica do conceito de temperatura, sua definição precisa não é tão evidente. Ao contrário de outras grandezas, como massa e comprimento, a temperatura é definida através de um conjunto de condições teóricas (princípios da termodinâmica), que se afastam dos alcances da disciplina. Porém, é importante entender que a temperatura é uma grandeza escalar, isto significa que para sua caracterização é preciso apenas conhecer seu módulo ou quantidade.

Da mesma forma que a massa, o comprimento e o tempo, na temperatura só é necessário saber a intensidade que ela possui. Mas ao contrário da massa e o tempo, a temperatura pode adotar tanto valores positivos como negativos.

Sempre que existir uma diferença de temperatura em um meio ou entre meios diferentes, ocorre, necessariamente uma transferência de energia térmica. O **Calor** (ou fluxo de calor) é definido então como a taxa de energia térmica transferida por unidade de tempo devido a uma diferença de temperatura.

O calor, por tanto, é uma grandeza física vetorial caracterizada pela intensidade e orientação espacial (direção e sentido). A transferência de calor ocorre na direção do gradiente de temperatura e no sentido decrescente da temperatura (de maior a menor temperatura).

No sistema SI existe uma unidade de energia (térmica, mecânica ou elétrica) definida como Joule. A taxa de energia (potência), é por tanto energia/tempo, em que um Joule por segundo é equivalente a um Watt (Figura 1).

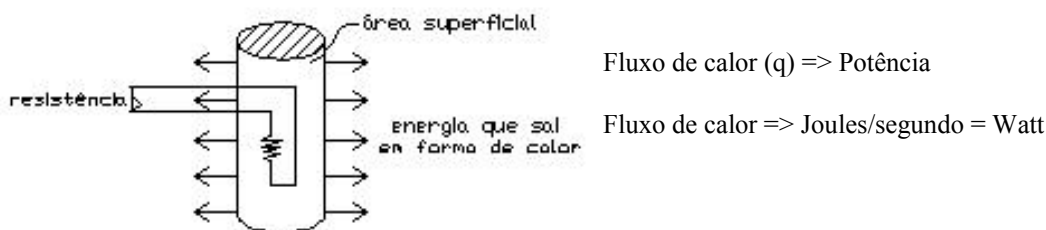


Figura 1 – Relação entre energia e fluxo de calor

Uma notação importante a considerar quando se trabalha com fluxo de calor é a seguinte:

- q : fluxo de energia calórica por unidade de tempo [W] (1 J/s = 1 W)
- q' : fluxo de energia calórica por unidade de tempo e longitude [W/m]
- q'' : fluxo de energia calórica por unidade de tempo e área [W/m²]
- q''' : fluxo de energia calórica por unidade de tempo e volume [W/m³]

No escopo do estudo da disciplina entende-se frequentemente por *densidade de fluxo de calor* (q'') a taxa de transferência de calor em uma direção definida por unidade de área perpendicular à direção de transferência.

1.3 MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

1.3.1 MODELO DE CONDUÇÃO

A condução está relacionada ao transporte de energia térmica (calor) em um meio sólido devido ao gradiente de temperatura. O estudo de transferência de calor por condução na disciplina encontra-se focado inicialmente a condições simplificadas, isto é, condução unidimensional em regime permanente em uma parede plana para a qual a distribuição de temperatura é linear. Conhecendo a distribuição de temperaturas no meio, a transferência de calor por condução ocorre de acordo com a Lei de Fourier (Figura 2).

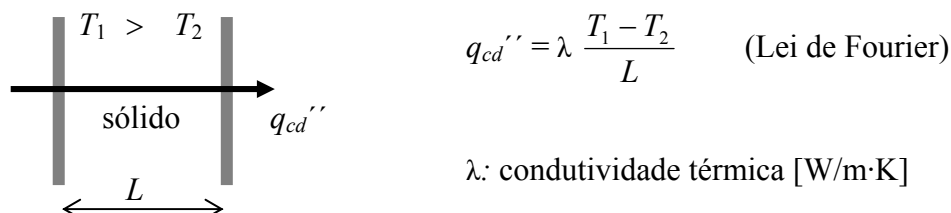


Figura 2 – Condução de calor na envolvente.

A **condutividade térmica** é alta em metais (20 – 700 W/m K) devido a que os elétrons podem se movimentar livremente. Os materiais sólidos não metálicos não

permitem o movimento de elétrons, simplesmente a vibração molecular, isto faz com que sua condutividade térmica esteja entre 0,5 e 30 W/m K. Isolantes térmicos, como o poliestireno expandido (isopor), são compostos de materiais de baixa condutividade térmica (~ 0,04 W/m K), devido à quantidade de ar incorporado na estrutura interna.

1.3.2 MODELO DE CONVECÇÃO

A transferência de calor por convecção ocorre entre um fluido em movimento e uma superfície quando os dois se encontram a diferentes temperaturas (Figura 3). A transferência acontece tanto pelo movimento molecular aleatório quanto pelo movimento global do fluido. Ela pode ser natural (ou livre), mista ou forçada, dependendo das condições de escoamento do fluido.

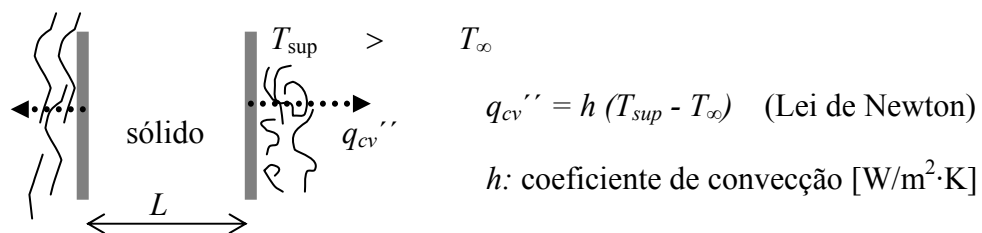


Figura 3 – Convecção de calor na envolvente

O **coeficiente de convecção** é uma constante de proporcionalidade que resume as condições nas camadas mais próximas à superfície, considerando a geometria da superfície, a natureza do escoamento (laminar ou turbulento) e propriedades do fluido (densidade, viscosidade, condutividade térmica e calor específico).

1.3.3 MODELO DE RADIAÇÃO

A radiação é um fenômeno superficial em que o calor emitido de acordo com a temperatura superficial do material (Figura 4). A energia do campo de radiação é transportada por ondas longas eletromagnéticas. Enquanto a transferência de calor por condução e convecção requer a presença de um meio material (sólido ou fluido), a radiação ocorre no vácuo, sem precisar de meio.

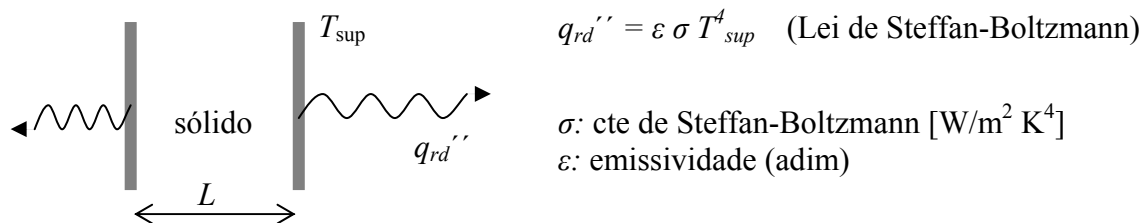


Figura 4 - Radiação de calor na envolvente

A taxa na qual a energia é liberada por unidade de área (W/m²) é conhecida também como poder emissivo, que é previsto pela Lei de Steffan-Boltzmann onde T_{sup} deve ser considerada em unidades absolutas (K) e σ é a constante de Steffan-Boltzmann

($\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$). A **emissividade** (ϵ) é uma propriedade radiante da superfície que define uma relação entre a capacidade de emissão do material comparado com um componente ideal, conhecido como corpo negro ($0 \leq \epsilon \leq 1$). Ela depende do tipo de material usado na superfície, seu acabamento e sua cor.

1.4 BALANÇO ENERGÉTICO

O balanço de energia na envolvente da edificação tem como base a primeira lei de termodinâmica, a lei da conservação de energia. Esta lei estabelece que a quantidade de energia térmica (calor) que entra em um volume de controle - no caso a envolvente (E_a), mais a quantidade de calor gerada no interior do volume (E_g), menos a quantidade de energia que deixa o volume (E_s) deve ser igual ao aumento da quantidade de energia armazenada (E_{ar}) no volume de controle (Figura 5).

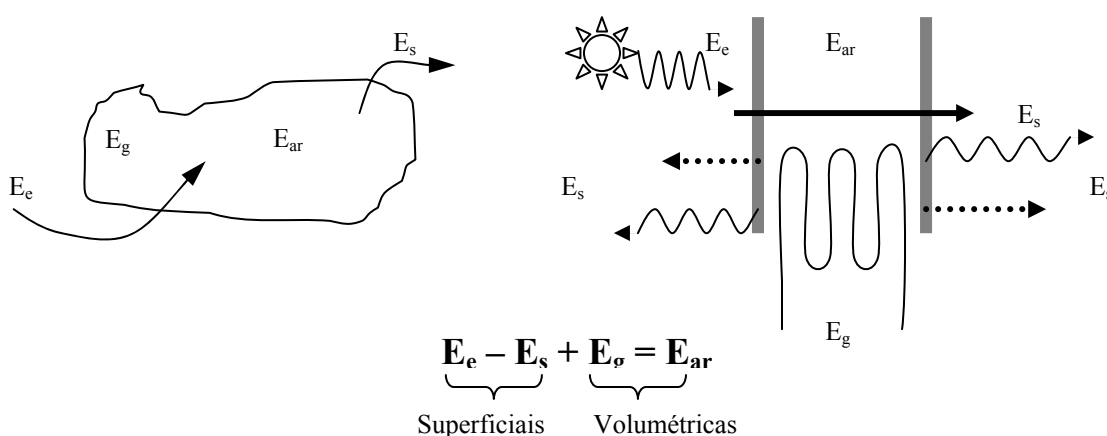
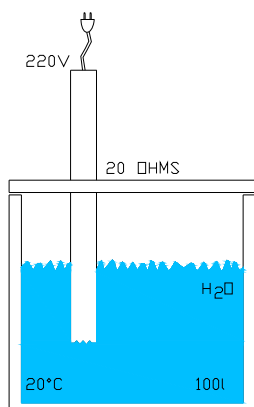


Figura 5 – Conservação de energia (1ª Lei de termodinâmica)

O alcance da disciplina não considera o estudo de mecanismos de geração de calor na envolvente. Esta simplificação permite estabelecer o balanço energético como a diferença entre a energia que ingressa e sai da envolvente deve ser igual à variação de energia (calor armazenado ou liberado) no interior da envolvente.

EXEMPLO 1.1



Se ligarmos uma resistência aquecedora de 20 Ohms em 220 V por 10 min, dentro de um recipiente de 100 l com água a 20 °C. Qual a temperatura final da água?

Potência (P) fornecida pela resistência elétrica

$$P = U \cdot I \quad U = R \cdot I$$

U: Tensão elétrica, Voltagem [Volt]
I: Corrente elétrica [Ampère]
R: Resistência elétrica [Ohm]

$$P = U^2/R = 220^2/20 = 2.420 \text{ Watts} \approx 2.400 \text{ J/s}$$



Balanco energético:

$$E_e - E_s + E_g = E_{ar} = m \cdot c \cdot \Delta T = \rho \cdot V \cdot c \cdot (T_f - T_i)$$

$$E_e = 0, E_s = 0$$

$$E_g = P \cdot t = \rho \cdot V \cdot c \cdot (T_f - T_i)$$

$$2.400 \cdot 600 = 1.000 \cdot 0,1 \cdot 1.000 \cdot (T_f - 20) \quad \Rightarrow \quad T_f = 34,4 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

m: massa [kg]
 ρ : densidade aparente [kg/m³]
V: Volume [m³]
c: calor específico [J/kg·K]
T: Temperatura [°C]
t: tempo [s]

Agora, qual a taxa de variação da temperatura?

$$E_g = \rho \cdot V \cdot c \cdot (T_f - T_i) \quad \div t$$

$$\frac{E_g}{t} = P = m \cdot c \cdot \frac{\Delta T}{t} = m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}$$

$$2.400 = 1.000 \cdot 0,1 \cdot 1.000 \cdot (\Delta T/t) \quad \Rightarrow \quad (\Delta T/t) = 0,024 \text{ [}^\circ\text{C/s]}$$

Para resolver problemas de transferência de calor, a palavra chave é balanço energético e recomenda-se utilizar o seguinte esquema de resolução:

Modelo: Organize todos os dados do seu problema (revise as unidades). Realize um esquema gráfico identificando o ponto ou volume de controle (nó ou envolvente) e os fenômenos físicos que participam nele. Verifique se suas hipóteses são válidas.

Objetivo: Identifique as grandezas físicas a determinar.

Lei geral: Estabeleça o balanço energético identificando seus componentes no modelo gráfico.

Leis particulares: Para cada componente, identificar o tipo de lei que o representa (Fourier, Newton ou Steffan-Boltzmann) e desenvolva a equação de balanço com as relações correspondentes.

Solução: Substitua as variáveis pelos valores numéricos (dados) e execute os cálculos necessários.

Discussão: Questione os resultados obtidos. Analise se eles são coerentes com a proposta do problema.



1.5 EXERCÍCIOS

Para reforçar os conceitos introduzidos sobre balanço energético, sugere-se que o aluno trabalhe nos seguintes problemas do texto base (INCROPERA e DEWITT, 2003).

- Exemplo 1.1 (página 3)
- Exemplo 1.2 (página 7)
- Exemplo 1.7 (página 19)

- Exercício 1.2 (página 20)
- Exercício 1.4 (página 20)
- Exercício 1.6 (página 20)

2 CONDUÇÃO

Assim como foi apresentado na introdução, a transferência de calor por condução acontece dentro de um meio sólido devido ao gradiente de temperatura, definido como positivo no sentido de maior a menor temperatura de acordo com a Lei de Fourier. Inicialmente, o Capítulo 2 apresenta o fenômeno de condução sob condições simplificadas (de forma unidimensional em regime permanente), para depois ampliar esta lei às condições de regime transiente.

2.1 REGIME PERMANENTE

Para entender melhor a Lei de Fourier, considere o experimento apresentado na Figura 6 em regime permanente. Que um sistema se encontre em **regime permanente** significa que as condições térmicas (temperatura e fluxo de calor) nas superfícies de contorno não variam ao longo do tempo, tendo atingido uma situação de equilíbrio. Este cenário implica que a distribuição de temperaturas no meio é linear ($\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$ ou $\frac{\partial T}{\partial x} = Cte$).

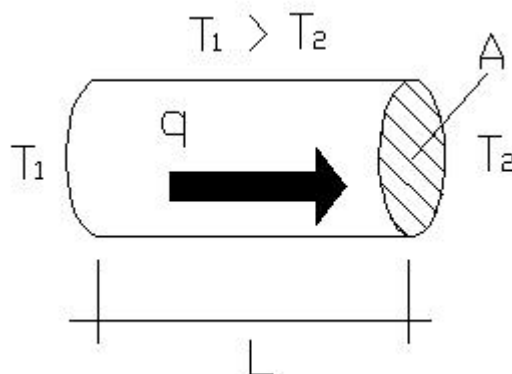


Figura 6 – Condução de calor em regime permanente

A **Lei de Fourier** estabelece que o calor transferido por condução (q) é diretamente proporcional a área (A), a condutividade térmica do material (λ) e a diferença de temperatura ($\Delta T = T_1 - T_2$); e inversamente proporcional ao comprimento (ou espessura) do material (L). A equação 2 resume esta lei para o caso unidirecional.

$$q = \frac{\lambda \cdot A}{L} \cdot (T_1 - T_2) \quad (2)$$

As propriedades termo-físicas de um componente (consideradas fixas) podem ser agrupadas em um termo que define sua **resistência térmica** (R).

$$R = \frac{L}{\lambda \cdot A} \quad R: \text{Resistência térmica } [(m^2 K)/W] \quad (3)$$

E o fluxo de calor pode ser resumido como

$$q = \frac{\Delta T}{R} \quad (4)$$

No caso de um componente homogêneo na envolvente como uma parede de concreto, por exemplo, a Lei de Fourier pode ser representada de acordo com a Figura 7. Lembrando que a direção do fluxo de calor será sempre normal às superfícies, que elas são consideradas isotérmicas e as propriedades da parede constantes ao longo do tempo.

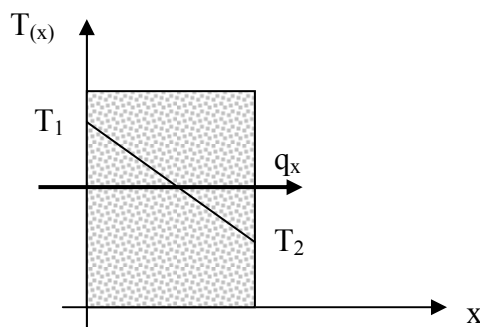


Figura 7 – Condução de calor na parede.

2.2 ANALOGIA ELÉTRICA

As condições de regime permanente permitem estabelecer uma análoga entre a difusão de calor e a carga elétrica. Assim como uma resistência elétrica é associada com uma condução de eletricidade, uma resistência térmica pode ser associada com uma condução de calor (Figura 8).

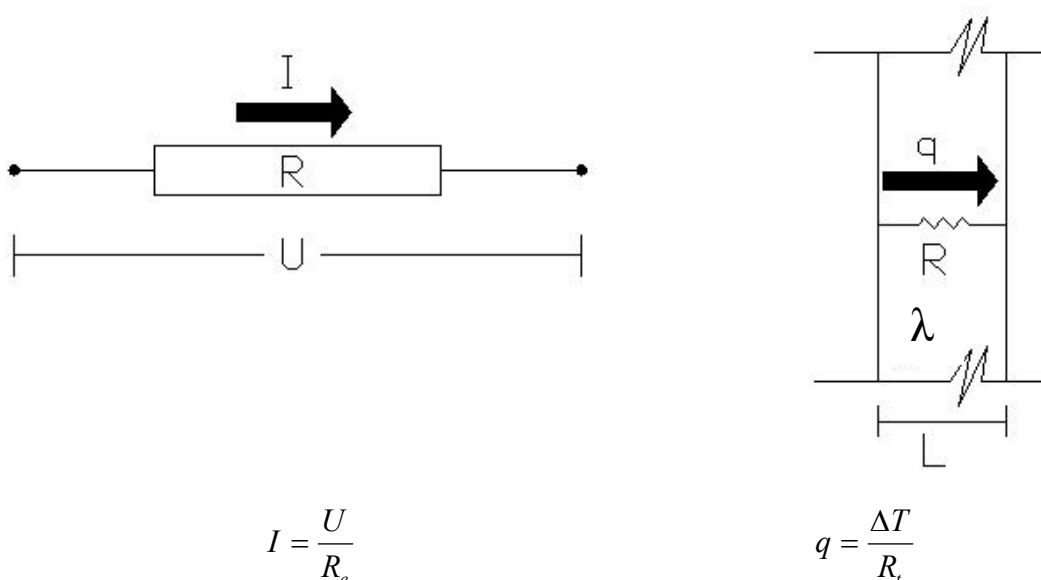


Figura 8 – Analogia térmico-elétrica.

No caso em que se têm diferentes materiais em um mesmo componente da envolvente, pode ser criado um circuito térmico da mesma forma que um circuito



elétrico. As regras para calcular resistências térmicas equivalentes são as mesmas para somar resistências elétricas em série e em paralelo (Figura 9).

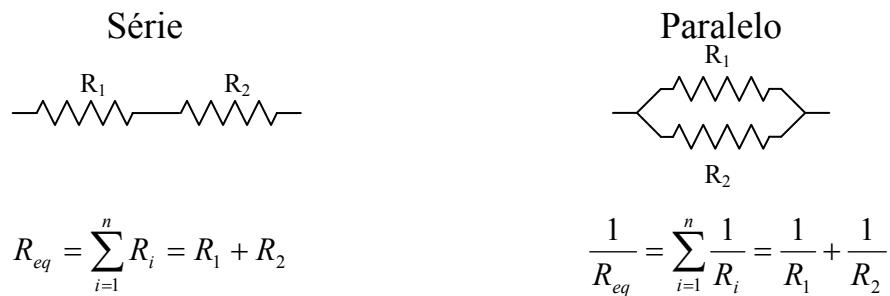
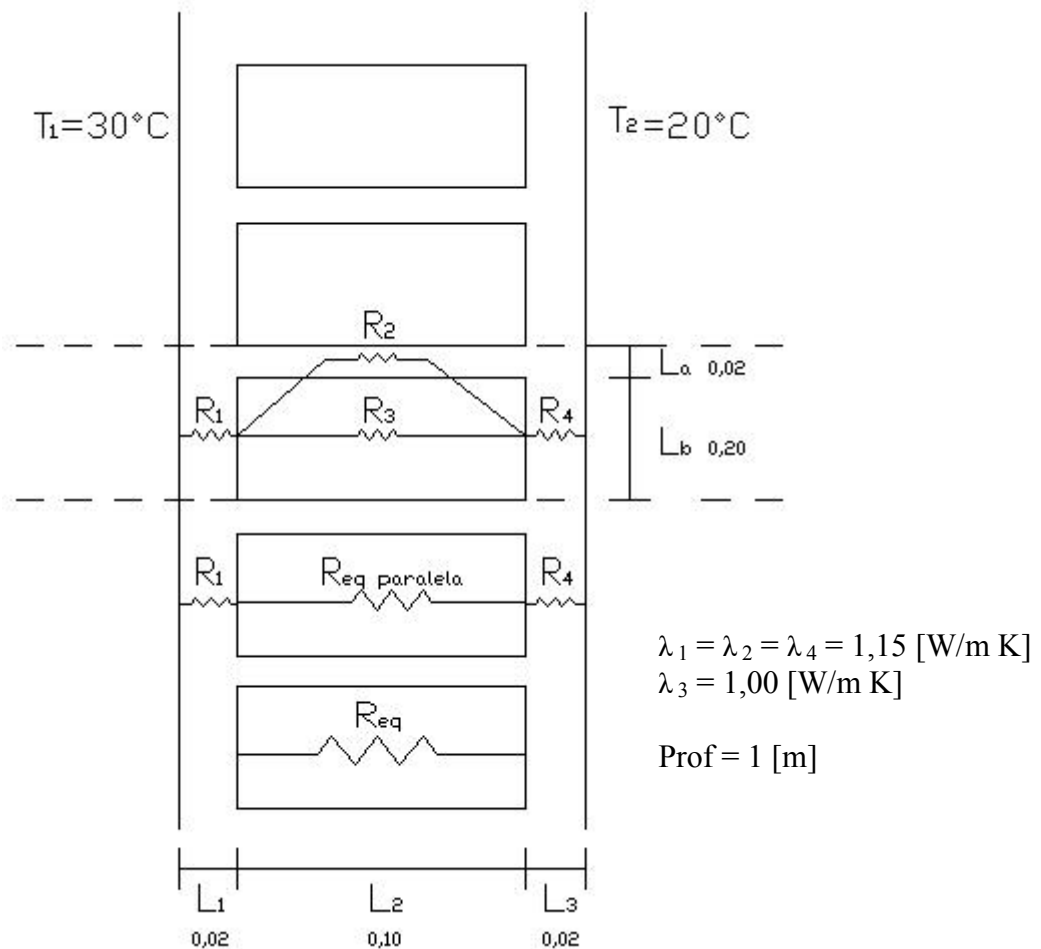


Figura 9 – Cálculo de resistência térmica equivalente.

EXEMPLO 2.1

Calcular a densidade de fluxo de calor na seção da parede.





$$R_2 = \frac{0,1}{1,15 \cdot 0,02} = 4,35 \text{ [m}^2 \text{ K/W]} \quad \text{e} \quad R_3 = \frac{0,1}{1,00 \cdot 0,2} = 0,5 \text{ [m}^2 \text{ K/W]}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{4,35} + \frac{1}{0,5} \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = 0,45 \text{ [m}^2 \text{ K/W]}$$

$$R_1 = R_4 = \frac{0,02}{1,15 \cdot (0,20 + 0,02)} = 0,079 \text{ [m}^2 \text{ K/W]}$$

$$R_{eqTOTAL} = R_1 + R_{eq} + R_4 = 0,079 + 0,45 + 0,079 = 0,61 \text{ [m}^2 \text{ K/W]}$$

$$q'' = \frac{\Delta T}{A \cdot R_t} = \frac{30 - 20}{(0,20 + 0,02) \cdot 0,61} = 74,75 \text{ [W/m}^2\text{]}$$

A analogia elétrica pode se estender para os casos de convecção e radiação. Para a convecção, a resistência térmica é definida como

$$R_{conv} = \frac{1}{h} \quad (5)$$

No caso da radiação, a parcela de radiação solar que penetra no componente depende de sua absortividade

$$q_{rad} = \alpha \cdot G \cdot A \quad (6)$$

α : absortividade [adim.]
 G : densidade de radiação (onda curta) [W/m²]
 A : área superficial [m²]

E a troca líquida de radiação entre a superfície do componente e o entorno pode ser estimada como

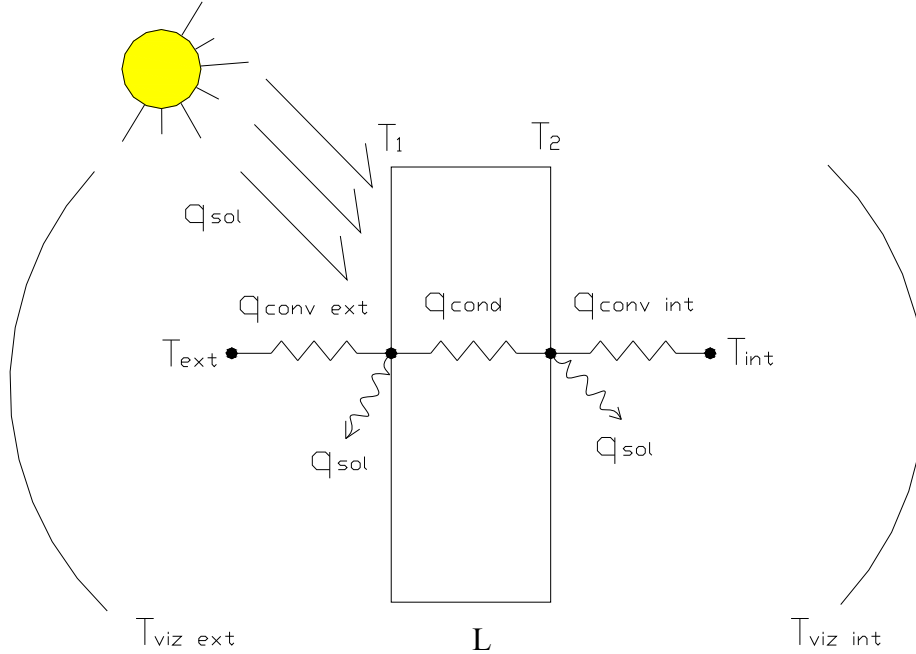
$$q_{liq} = \varepsilon_{sup} \cdot A \cdot \sigma \cdot (T_{sup}^4 - T_{viz}^4) \quad (7)$$

ε : emissividade [adim.]
 σ : cte de Steffan-Boltzmann [W/m² K⁴]
 T : temperatura [K]



EXEMPLO 2.2

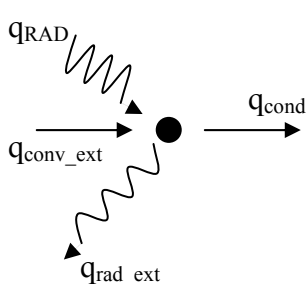
Calcular as temperaturas superficiais da parede (T_1 e T_2).



Dados:

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|--------------------|
| $T_{viz\ ext}: 30\ [^{\circ}C]$ | $T_{viz\ int}: 20\ [^{\circ}C]$ | |
| $q_{sol}: 500\ [W/m^2]$ | $\alpha: 0,7$ | $\varepsilon: 0,9$ |
| $h_{ext}: 25\ [W/m^2 \cdot K]$ | $h_{int}: 8\ [W/m^2 \cdot K]$ | |
| $T_{ext}: 30\ [^{\circ}C]$ | $T_{int}: 20\ [^{\circ}C]$ | |
| $L: 10\ [cm]$ | $\lambda: 1\ [W/m \cdot K]$ | |

Balço energético na superfície 1

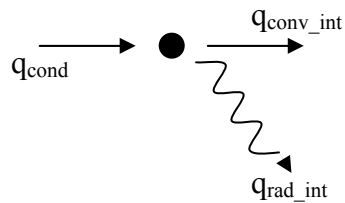


$$q_{conv_ext} + q_{RAD} = q_{rad_ext} + q_{cond}$$

$$\frac{(303 - T_1)}{0,04} + 0,7 \cdot 500 = 0,9 \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - 303^4) + \frac{T_1 - T_2}{0,1}$$



Balço energético na superfície 2



$$q_{cond} = q_{conv_int} + q_{rad_int}$$

$$\frac{T_1 - T_2}{0,1} = \frac{T_2 - 293}{0,125} + 0,9 \cdot \sigma \cdot (T_2^4 - 293^4)$$

Simplificando as equações de balanço nas duas superfícies, se tem o seguinte sistema:

$$2 \cdot 10^{-10} \cdot T_1^4 + 0,14 \cdot T_1 - 0,04 \cdot T_2 = 33,42$$

$$6,87 \cdot 10^{-10} \cdot T_2^4 + 0,225 \cdot T_2 - 0,125 \cdot T_1 = 34$$

Que resolvendo:

$$T_1 = 38,3 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

$$T_2 = 27,8 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

2.3 EQUAÇÃO DE DIFUSÃO DE CALOR

Como foi visto no exemplo 2.2, a análise de condução de calor visa o conhecimento da distribuição de temperaturas em um componente. Uma vez que as temperaturas são conhecidas, o fluxo de calor pode ser determinado pela lei de Fourier. A partir do balanço energético, este capítulo apresenta a metodologia para determinar a equação de difusão de calor unidimensional conforme o modelo mostrado na Figura 10. O resultado é uma equação diferencial, dependente do tempo e posição, cuja solução pode ser obtida a partir de duas condições de contorno e uma condição inicial.

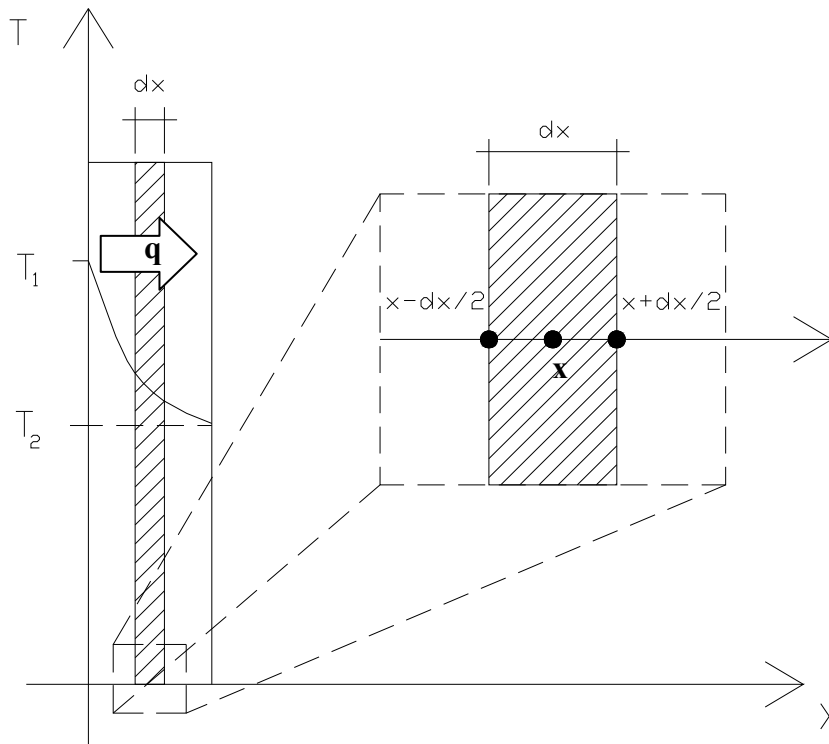


Figura 10 – Componente construtivo para análise de difusão de calor.

Balço energético em x ($\Sigma E_{\text{entra}} - \Sigma E_{\text{sai}} = \Delta E_{\text{armazenada}}$)

$$q_{(x-\frac{dx}{2})} - q_{(x+\frac{dx}{2})} = m \cdot c \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} = m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} \quad (8)$$

Utilizando a expanso de Taylor e considerando que $m = V \cdot \rho = A \cdot dx \cdot \rho = dx \cdot \rho$

$$q(x) - \frac{dq}{dx} \cdot \frac{dx}{2} - q(x) - \frac{dq}{dx} \cdot \frac{dx}{2} = \rho \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} \cdot dx$$

$$-2 \cdot \frac{dq}{dx} \cdot \frac{dx}{2} = \rho \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} \cdot dx$$

$$-\frac{dq}{dx} = \rho \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} \quad \text{com } q = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

$$-\frac{d\left(-\lambda \cdot \frac{dT}{dx}\right)}{dx} = \rho \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}$$

$$\lambda \cdot \frac{d^2T}{dx^2} = \rho \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}$$



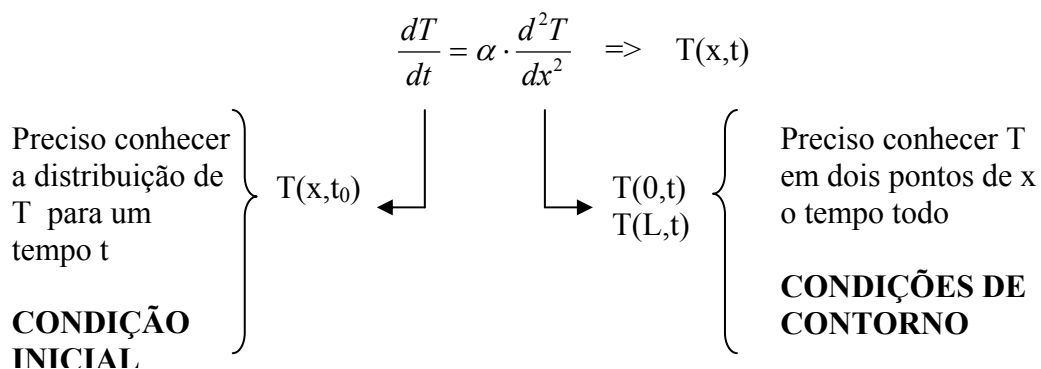
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \text{Equação de difusão de calor (Fourier)} \quad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \text{ difusividade térmica [m}^2\text{/s]}$$

Observa-se que apesar do fluxo de calor ser uma grandeza vetorial, ele pode ser integrado na equação de difusão de calor como escalar, sendo que seu sentido é definido pelo símbolo (positivo ou negativo) adotado na convenção.

Hipóteses a considerar no uso da equação de difusão de calor:

- Fluxo de calor unidimensional
- Duas superfícies planas paralelas
- Material isotrópico e homogêneo
- Propriedades termo-físicas constantes no tempo ($d\alpha/dt = 0$)
- Sem geração de calor interno



2.4 DIFERENÇAS FINITAS

A solução analítica da equação 9 é um problema complexo que está além do alcance da disciplina. Este capítulo apresenta uma solução numérica que utiliza uma discretização do componente (Figura 11), conhecida como o método de **diferenças finitas**.

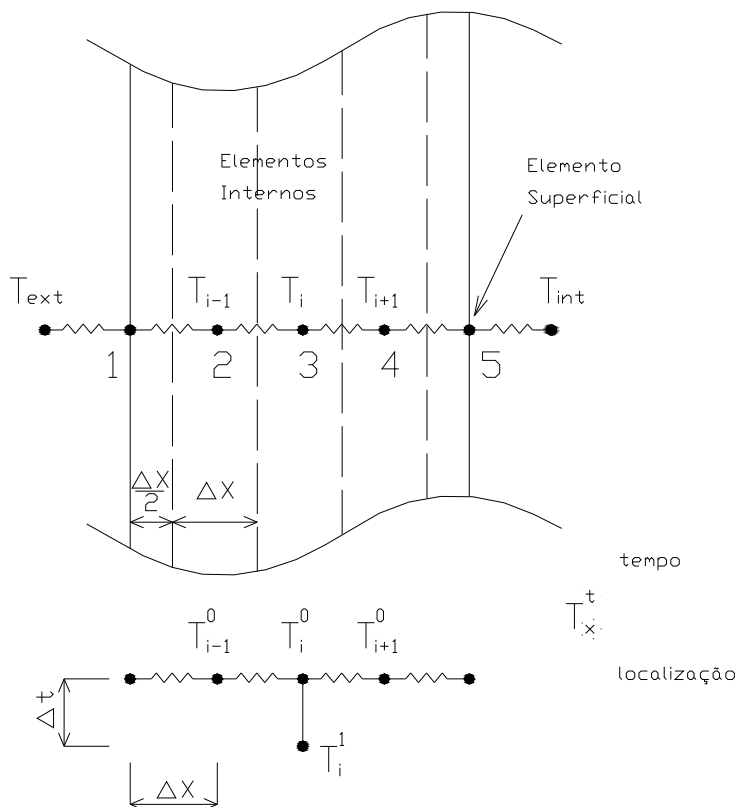


Figura 11 – Discretização para diferenças finitas.

Para os problemas de condução em regime transiente, as soluções podem ser determinadas de forma implícita e explícita, de acordo com o esquema apresentado na Figura 12.

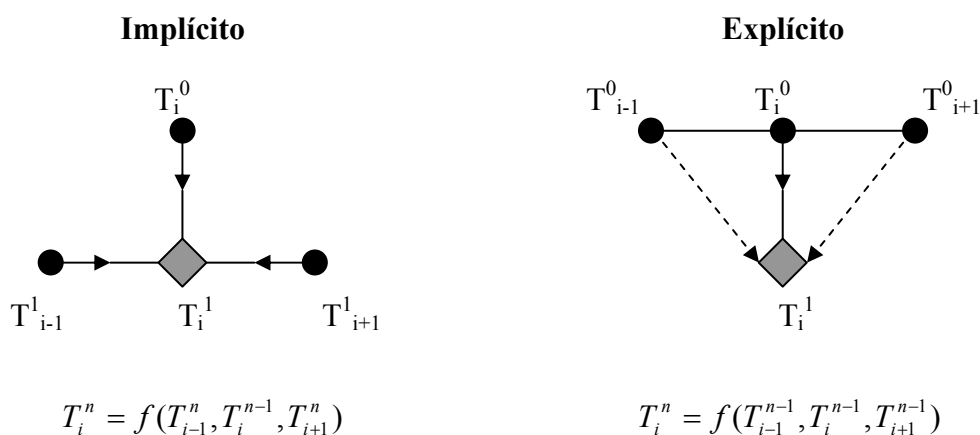


Figura 12 – Métodos de solução para diferenças finitas.

O foco de interesse da disciplina encontra-se no segundo método, em que a temperatura desconhecida (T_i^1) para o tempo futuro é determinada explicitamente pelas conhecidas do tempo anterior. Assim, para calcular as temperaturas



desconhecidas é preciso ter as temperaturas iniciais em cada nó (condição inicial) e as temperaturas em dois nós durante todo o tempo todo, geralmente as temperaturas nos extremos (condições de contorno).

Para todos os pontos a função que determina a temperatura no instante futuro é o balanço energético. Para o caso dos elementos internos, a temperatura T_3^1 (Figura 11) pode ser calculada a partir das temperaturas vizinhas previamente conhecidas (T_2^0 , T_3^0 e T_4^0) através do procedimento a seguir.

$$\Sigma E_{\text{entra}} - \Sigma E_{\text{sai}} = \Delta E_{\text{armazenada}}$$

$$\lambda \cdot \frac{(T_2^0 - T_3^0)}{\Delta x} - \lambda \cdot \frac{(T_3^0 - T_4^0)}{\Delta x} = \rho \cdot \Delta x \cdot c \cdot \frac{(T_3^1 - T_3^0)}{\Delta t} \quad (10)$$

$$T_2^0 - 2 \cdot T_3^0 + T_4^0 = \frac{\rho \cdot (\Delta x)^2 \cdot c}{\lambda \cdot \Delta t} \cdot (T_3^1 - T_3^0) \quad \text{com} \quad F_o = \frac{\lambda \cdot \Delta t}{\rho \cdot (\Delta x)^2 \cdot c}$$

$$T_3^1 = (1 - 2 \cdot F_o) \cdot T_3^0 + F_o \cdot T_2^0 + F_o \cdot T_4^0 \quad (F_o: \text{Número de Fourier})$$

No regime transiente, as variações bruscas de temperatura podem tornar o sistema de equações instável. Para evitar esses problemas, o critério de estabilidade é determinado pela exigência de que todos os coeficientes que acompanham as temperaturas no tempo anterior sejam maiores ou iguais a zero. No caso de elementos internos a condição de estabilidade (convergência) é

$$F_o \leq \frac{1}{2} \quad (11)$$

Assim, a precisão e convergência do sistema de equações define os valores de Δx e Δt . A escolha de Δx é tipicamente baseada na geometria do componente e as exigências computacionais. O valor de Δt deve ser mantido abaixo de certo limite, que depende de Δx e as propriedades termo-físicas do material.

Para o caso de elementos superfícies, o balanço energético considera as trocas de calor por convecção com o ambiente. Analisando o lado esquerdo da Figura 11, a temperatura T_1^1 pode ser calculada a partir das temperaturas vizinhas previamente conhecidas (T_{ext}^0 , T_1^0 e T_2^0) através do procedimento a seguir.

$$\Sigma E_{\text{entra}} - \Sigma E_{\text{sai}} = \Delta E_{\text{armazenada}}$$

$$h_{\text{ext}} \cdot (T_{\text{ext}}^0 - T_1^0) - \lambda \cdot \frac{(T_1^0 - T_2^0)}{\Delta x} = \rho \cdot c \cdot \frac{\Delta x}{2} \cdot \frac{(T_1^1 - T_1^0)}{\Delta t} \quad (12)$$

$$\frac{2 \cdot h_{\text{ext}} \cdot \Delta t}{\rho \cdot c \cdot \Delta x} \cdot (T_{\text{ext}}^0 - T_1^0) - \frac{2 \cdot \lambda \cdot \Delta t}{\rho \cdot c \cdot (\Delta x)^2} \cdot (T_1^0 - T_2^0) = T_1^1 - T_1^0$$



$$\left(1 - 2 \cdot \frac{h_{ext} \cdot \Delta t}{\rho \cdot c \cdot \Delta x} - 2 \cdot \frac{\lambda \cdot \Delta t}{\rho \cdot c \cdot (\Delta x)^2}\right) \cdot T_1^0 + 2 \cdot \frac{k \cdot \Delta t}{\rho \cdot c \cdot (\Delta x)^2} \cdot T_2^0 + 2 \cdot \frac{h_{ext} \cdot \Delta t}{\rho \cdot c \cdot (\Delta x)^2} \cdot T_{ext}^0 = T_1^1$$

Com $B_i = \frac{h_{ext} \cdot \Delta x}{\lambda}$ e $B_i \cdot F_o = \frac{h_{ext} \cdot \Delta t}{\rho \cdot c \cdot \Delta x}$

$$T_1^1 = (1 - 2 \cdot B_i \cdot F_o - 2 \cdot F_o) \cdot T_1^0 + 2 \cdot F_o \cdot T_2^0 + 2 \cdot B_i \cdot F_o \cdot T_{ext}^0 \quad (B_i: \text{Número de Biot})$$

A mesma condição de estabilidade (convergência) é requerida para os elementos superficiais. Assim, o critério de convergência é

$$1 - 2 \cdot B_i \cdot F_o - 2 \cdot F_o \geq 0 \quad (13)$$

A equação para calcular a temperatura superficial do lado direito (interno) pode ser determinada por analogia com o caso da superfície esquerda.

No método explícito para resolver os problemas de diferenças finitas, quanto menores sejam os valores de Δx e Δt maior será a precisão da solução. Porém, diminuindo Δx aumenta o número de nós em que é feito o balanço energético e diminuído Δt aumenta o número de intervalo para chegar à solução no tempo final Logo, o tempo de simulação e os requerimentos computacionais aumentam com a diminuição destes parâmetros.

As equações 11 e 13 determinam os valores que podem adotar estes parâmetros e devem ser comparadas para estabelecer qual exigência é mais rigorosa. Já que $B_i \geq 0$, o valor limite de F_o para a equação 13 é menor do que para a equação 11 ($F_o \leq 1/2 \cdot (B_i + 1)$). O valor de Δx pode ser determinado a partir da geometria do componente e para garantir a estabilidade em todos os nós, a equação (13) deve ser utilizada para a escolha do valor máximo permissível de F_o e assim Δt .

2.5 EXERCÍCIOS

Para reforçar os conceitos introduzidos sobre condução, sugere-se que o aluno trabalhe nos seguintes problemas do texto base (INCROPERA e DEWITT, 2003).

- Exercício 2.7 (página 49)
- Exercício 3.15 (página 101)
- Exercício 3.17 (página 102)

Do texto de norma brasileira (ABNT BR 15220-2, 2003) sugere-se que o aluno calcule a resistência térmica dos componentes construtivos apresentados nos exemplos C1, C3, C5 e C6.

3 CONVECÇÃO

No capítulo 2, o estudo foi focado na transferência de calor em um meio sólido por condução e o fenômeno de convecção foi considerado na analogia térmico-elétrica apenas como uma condição de contorno.

Neste capítulo será apresentado com mais detalhe o mecanismo de convecção para descrever a transferência de calor entre uma superfície e um fluido em movimento sobre a superfície.

Nas equações de balanço energético desenvolvidas nos capítulos anteriores, a resistência térmica total do sistema é definida pelas resistências térmicas das camadas de ar superficiais e a resistência à condução do componente ($R_t = R_{ar\ ext} + R_{comp} + R_{ar\ int}$), sendo as resistências das camadas de ar uma função do coeficiente de convecção (h) e da diferença de temperatura entre a superfície e o ar (ΔT). O objetivo principal no estudo da convecção é determinar o coeficiente de convecção (h) para ser utilizado no balanço energético.

A Figura 13 apresenta um esquema da natureza das trocas de calor por convecção. O fluido que atinge a superfície a estudar entra com uma velocidade inicial (V_∞) e temperatura inicial (T_∞) para escoar de forma aleatória sobre a superfície. Considerando que a superfície encontra-se a uma determinada temperatura (T_s), diferente da temperatura do fluido, ocorrerá uma transferência de calor entre eles, esta vez por convecção.

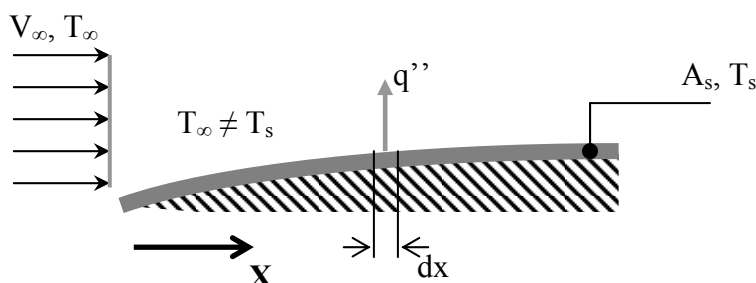


Figura 13 – O problema de transferência por convecção.

Considerando que a superfície está a uma temperatura mais alta que o fluido, a densidade de fluxo de calor local pode ser calculada como

$$q'' = h \cdot (T_s - T_\infty) \quad (14)$$

Devido às condições de escoamento variarem de ponto a ponto ao longo da superfície, a quantidade de calor transferido também varia em cada ponto. Por isso a relação 14 referencia uma densidade local de transferência de calor onde h é o **coeficiente local de convecção**.

O fluxo de calor total na superfície pode ser calculado através da integração das densidades locais em toda a superfície.



$$q = \int_{A_s} q'' \cdot dA_s = \int_{A_s} h \cdot (T_s - T_\infty) \cdot dA_s \quad (15)$$

Pode-se definir um coeficiente de convecção médio (\bar{h}) para toda a superfície e o fluxo de calor pode ser calculado como

$$q = \bar{h} \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty) \quad (16)$$

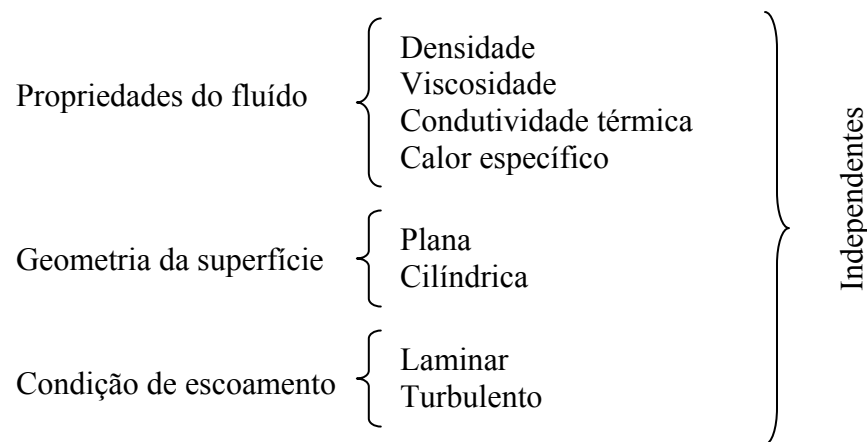
O **coeficiente de convecção médio** encontra-se relacionado com o coeficiente local através da equação

$$\bar{h} = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} h \cdot dA_s \quad (17)$$

E no caso de uma placa plana

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h \cdot dx \quad (18)$$

Determinar o coeficiente de convecção depende de três parâmetros:



Para o caso da envolvente de uma edificação o fluido a considerar será sempre o ar atmosférico (isto delimita a faixa de variação das propriedades a utilizar) e a geometria das superfícies sempre planas. Já para poder identificar a condição de escoamento que pode estar acontecendo na superfície da envolvente, é necessário entender o conceito de camada limite (Figura 14).

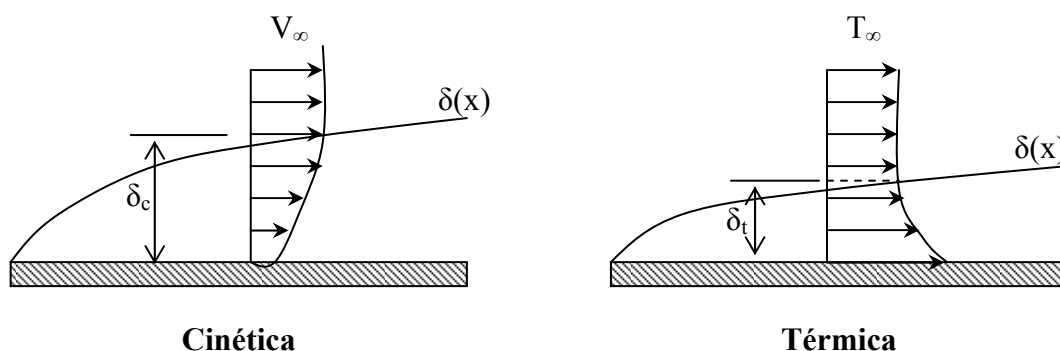


Figura 14 – Camadas limites (cinética e térmica).

Observado a velocidade de escoamento (V) na Figura 14 as partículas do ar que estão em contato com a superfície passam a ter velocidade zero e elas influenciam as camadas adjacentes para retardar o movimento do fluido, até uma distância da superfície ($y = \delta_c$) onde o efeito torna-se desprezível. A espessura da **camada limite cinética** é definida como o valor para o qual $V=0,99 V_\infty$. Assim, o escoamento é caracterizado por duas regiões diferentes, uma primeira onde a superfície influencia as condições de escoamento gerando altos gradientes de velocidade e uma segunda camada externa em que os gradientes são desprezíveis devido à pouca influencia da superfície. A espessura da camada limite cinética depende das condições de atrito local e da viscosidade dinâmica do fluido. Mas é importante destacar que conforme o fluido avança na superfície os efeitos de viscosidade e atrito penetram cada vez mais no escoamento e a camada limite aumenta.

Sempre que exista uma diferença de temperatura entre a superfície e o fluido, existirá uma **camada limite térmica** que indica quanto penetra a influência das condições térmicas na superfície no escoamento do fluido. Da mesma forma que no caso cinético, a camada que está em contato com a superfície adota a temperatura da superfície e vai influenciar na temperatura das camadas adjacentes até uma distância da superfície ($y = \delta_t$) onde o efeito torna-se desprezível.

Outro fator importante para estimar o coeficiente de convecção é determinar se a camada limite cinética se encontra em regime laminar ou turbulento (Figura 15). Para ter uma situação de **fluxo laminar**, é necessário que o escoamento do fluido seja altamente organizado, sendo possível identificar as linhas de correntes bem definidas.

O escoamento em **regime turbulento** é caracterizado por um movimento altamente irregular na camada limite, apresentando flutuações de velocidade (tanto em módulo como em sentido). Essas variações aumentam as taxas de transferência de calor por convecção (Figura 15).

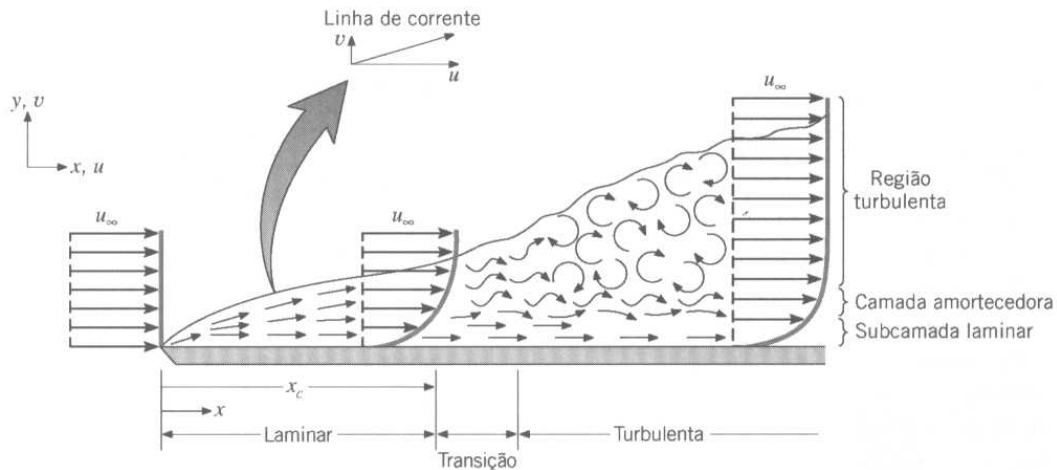


Figura 15 – Escoamento laminar e turbulento na camada limite para placa plana (INCROPERA E DEWITT, 2003).

Para saber se o escoamento se encontra em regime laminar ou turbulento é necessário trabalhar com o **grupo de parâmetros adimensionais**. Eles descrevem os processos na camada limite. Um resumo dos principais parâmetros adimensionais encontra-se na Tabela 3. O **número de Reynolds** descreve a relação entre o aumento na quantidade de movimento no fluxo (forças de inércia) e as tensões de cisalhamento (forças viscosas) no fluido. Ele permite definir se o escoamento se encontra em regime laminar ou turbulento de acordo com a relação:

$$Re_x < 5 \cdot 10^5 \quad (\text{turbulento}) \quad (19)$$

Para valores baixos de Re_x as forças viscosas são suficientemente altas para impedir que pequenos distúrbios no fluido tornem o escoamento turbulento. Por outro lado, com o aumento de Re_x , os efeitos de inércia começam a ter importância podendo desenvolver uma condição de turbulência.

Tabela 3 – Principais grupos adimensionais para transferência de calor por convecção.

Grupo	Equação	Interpretação
Reynolds (Re)	$\frac{\rho \cdot V_\infty \cdot x}{\mu}$	Razão entre as forças de inércias e viscosas
Nusselt (Nu)	$\frac{h \cdot L}{\lambda_f}$	Gradiente de temperatura adimensional na superfície
Prandtl (Pr)	$\frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} \approx 0,7$	Razão entre as difusividades de momento e térmica
Grashof (Gr)	$\frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L^3}{\nu^2}$	Razão entre as forças de flutuação e viscosas



Contudo, pode-se assumir que a transição de laminar para turbulento ocorre em um ponto crítico (x_c). Essa posição pode ser determinada a partir de um valor representativo ($5 \cdot 10^5$) para o número de Reynolds como

$$x_c = 5 \cdot 10^5 \frac{\mu}{\rho \cdot V_\infty} \quad (20)$$

3.1 FORÇADA

A transferência de calor por **convecção forçada** é definida por um escoamento em que o movimento entre o fluido e a superfície se mantém mediante agentes externos (ventilador, bomba e vento) e não pelas forças de empuxo provocadas por gradientes de temperatura no fluido.

A partir de um método empírico em que uma placa plana é aquecida com uma resistência elétrica para manter $T_s > T_\infty$ e controlando a velocidade de escoamento (V_∞) é possível definir que o número de Nusselt (que contém o coeficiente de convecção) pode ser correlacionado como uma função do número de Reynolds e de Prandtl.

Para o fluxo laminar, os coeficientes de convecção local (h_x) e médio (\bar{h}) podem ser estimados a partir das seguintes relações em função do Nusselt local (Nu_x) e Nusselt médio (\bar{Nu}).

$$Nu_x = 0,332 \cdot Re_x^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \quad (21)$$

$$\bar{Nu} = 0,664 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \quad (22)$$

No caso do fluxo turbulento o coeficiente de convecção local pode ser determinado a partir de:

$$Nu_x = 0,0296 \cdot Re_x^{4/5} \cdot Pr^{1/3} \quad (23)$$

Para a zona de transição (ou fluxo misto), o coeficiente de convecção médio pode ser determinado a partir de:

$$\bar{Nu} = (0,037 \cdot Re_L^{4/5} - 871) \cdot Pr^{1/3} \quad (24)$$

Para calcular o coeficiente de convecção recomenda-se utilizar o seguinte esquema de resolução:

1. Identificar a geometria de escoamento.
2. Especificar a temperatura de referência apropriada para o fluido e estabelecer as propriedades do fluido de acordo com a temperatura de referência.
3. Decidir se o objetivo é determinar um coeficiente local ou médio.

4. Calcular o número de Reynolds para determinar o tipo de fluxo existente (laminar ou turbulento).
5. Isolar o coeficiente de convecção nas equações 21- 24 .

3.2 NATURAL

Nos casos de **convecção natural** (ou livre), a troca de calor também acontece entre um sólido (superfície plana) e um fluido (ar), mas o movimento do fluido não é forçado externamente por bombas, ventiladores mecânicos ou vento. As situações de convecção natural são originadas por duas forças, o peso próprio do fluido (campo gravitacional) e as forças devidas ao gradiente de densidade de massa no fluido relacionado com sua variação de temperatura (Figura 16).

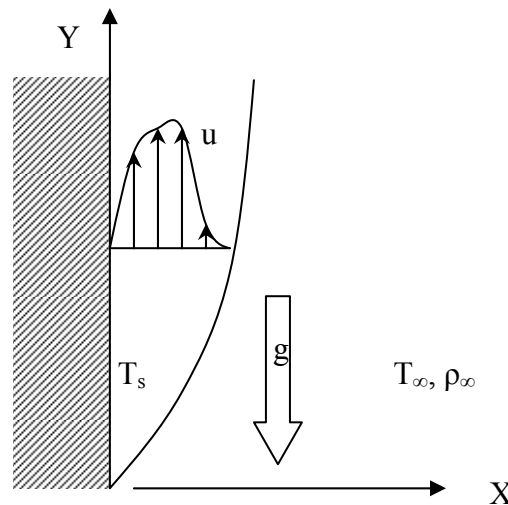


Figura 16 – Convecção natural e camada limite para fluxo vertical.

No exemplo de convecção livre em placa plana apresentado na Figura 16, a temperatura da superfície é maior que a do ar ($T_s > T_\infty$). A camada de ar mais próxima à superfície adota uma temperatura maior que T_∞ , isto produz uma expansão do fluido, diminuindo sua densidade de massa. Logo, as forças devidas ao gradiente de densidade de massa (forças de empuxo) induzem uma camada limite de convecção na qual o fluido aquecido ascende verticalmente. A convecção livre também pode se desenvolver com fluxo descendente sempre que $T_s < T_\infty$.

Visto que as taxas de escoamento em convecção livre são geralmente menores que as de convecção forçada, a taxa de transferência de calor entre a superfície e o fluido também é menor. Isto se traduz em que a camada de ar próxima a superfície apresenta uma interessante resistência térmica. Assim, nos sistemas construtivos de baixa resistência térmica (5 cm de concreto => resistência térmica $\approx 0,04 \text{ m}^2 \text{ K/W}$), a camada interna de ar pode fornecer uma resistência térmica maior ($\approx 0,125 \text{ m}^2 \text{ K/W}$).

Considerando um fluxo bidimensional para a transferência de calor, em regime permanente e com propriedades constantes nas quais a força de gravidade atua na direção negativa de x ., a relação que descreve a convecção natural é



$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = g \frac{\rho_{\infty} - \rho}{\rho} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial^2 y} \quad (25)$$

Em que as variações de velocidades em cada eixo (lado esquerdo) são iguais as forças de empuxo em que o escoamento se desenvolve pelo gradiente de densidade de massa (primeiro termo do lado direito) e as forças de viscosidade (segundo termo do lado direito). Se considerarmos que o gradiente de densidade de massa é devido exclusivamente às variações de temperatura, o primeiro termo do lado direito pode ser relacionado com o **coeficiente de expansão térmica volumétrica** (β), que representa a medida na qual a densidade de massa varia em resposta a uma variação de temperatura para uma pressão constante.

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_p \approx -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\Delta \rho}{\Delta T} \approx -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\rho_{\infty} - \rho}{T_{\infty} - T} \approx \frac{1}{T} \quad (26)$$

Da mesma forma que na convecção forçada, na convecção natural existe também um grupo de parâmetros adimensionais que descrevem os processos na camada limite. A partir da adimensionalização da equação 25, isto é $x^* = x/L$ e $y^* = y/L$, é possível obter o número de Grashof (Gr_L).

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_{\infty}) \cdot L^3}{\nu^2} \quad (27)$$

O **número de Grashof** tem o mesmo papel na convecção natural que o número de Reynolds na convecção forçada. O número de Grashof representa a relação entre a força de empuxo e as forças viscosas no fluido.

$$Reynolds = \frac{\text{forças}_{\text{inerciais}}}{\text{forças}_{\text{viscosas}}} \quad Grashof = \frac{\text{força}_{\text{empuxo}}}{\text{forças}_{\text{viscosas}}}$$

Na equação 25 observa-se que estão sendo considerados os efeitos da velocidade (u e v), da força de empuxo ($\Delta \rho$) e da viscosidade (ν) o que permite estabelecer que a transferência de calor é da forma

$$Nu_L = f(Ra_L, Gr_L, Pr)$$

Para esses casos, é considerado que os efeitos de convecção forçada são comparáveis aos de convecção natural. Geralmente, os efeitos devem ser considerados em conjunto quando

$$\frac{Gr_L}{Re_L^2} \approx 1$$



Podem ser considerados exclusivamente os efeitos do escoamento forçado se

$$\frac{Gr_L}{Re_L^2} \ll 1$$

Podem ser considerados exclusivamente os efeitos do escoamento natural se

$$\frac{Gr_L}{Re_L^2} \gg 1$$

Para a geometria de placa plana, a maior parte dos cálculos de engenharia são apropriadas as correlações empíricas da forma

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h} \cdot L}{k} = C \cdot Ra_L^n \quad (28)$$

Em que $n=1/4$ para escoamento laminar e $n=1/3$ para escoamento turbulento. O número de Rayleigh (Ra_L) pode ser definido como

$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L^3}{\nu \cdot \alpha} \quad (29)$$

Para uma placa plana colocada em posição vertical, as expressões empíricas estimadas a partir da equação 28 são

$$\overline{Nu}_L = 0,59 \cdot Ra_L^{1/4} \quad 10^4 < Ra_L < 10^9 \quad (30)$$

$$\overline{Nu}_L = 0,10 \cdot Ra_L^{1/3} \quad 10^9 < Ra_L < 10^{13} \quad (31)$$

Para uma placa em posição horizontal e com fluxo ascendente ($T_s > T_\infty$)

$$\overline{Nu}_L = 0,54 \cdot Ra_L^{1/4} \quad 10^4 < Ra_L < 10^7 \quad (32)$$

$$\overline{Nu}_L = 0,15 \cdot Ra_L^{1/3} \quad 10^7 < Ra_L < 10^{11} \quad (33)$$

E para uma placa horizontal com escoamento descendente ($T_s < T_\infty$).

$$\overline{Nu}_L = 0,27 \cdot Ra_L^{1/4} \quad 10^5 < Ra_L < 10^{10} \quad (34)$$

3.3 CÂMARA DE AR VERTICAL NÃO VENTILADA

Para os espaços de ar fechados em componentes verticais, como pode ser o caso de paredes de tijolo com furos ou de painéis de madeira, a transferência de calor nessas câmaras de ar é devida à condutividade térmica do ar (condução) e aos efeitos de convecção entre as superfícies internas dos componentes e o ar encerrado (Figura 17).

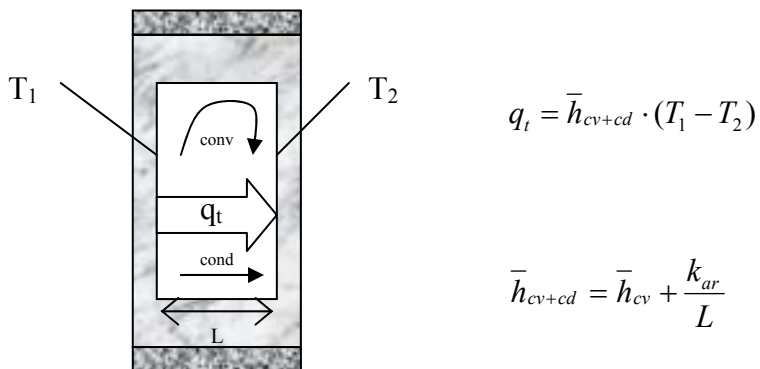


Figura 17 – Fluxo de calor em câmara vertical não ventilada.

O coeficiente de convecção total (\bar{h}_{cv+cd}) que integra os efeitos de condução e convecção pode ser estimado a partir das curvas apresentadas na Figura 18. Observa-se que para espaços de espessura pequena ($L < 0,015$ m), o movimento do ar na câmara é desprezível, sendo a condutividade térmica do ar o principal responsável pela transferência de calor.

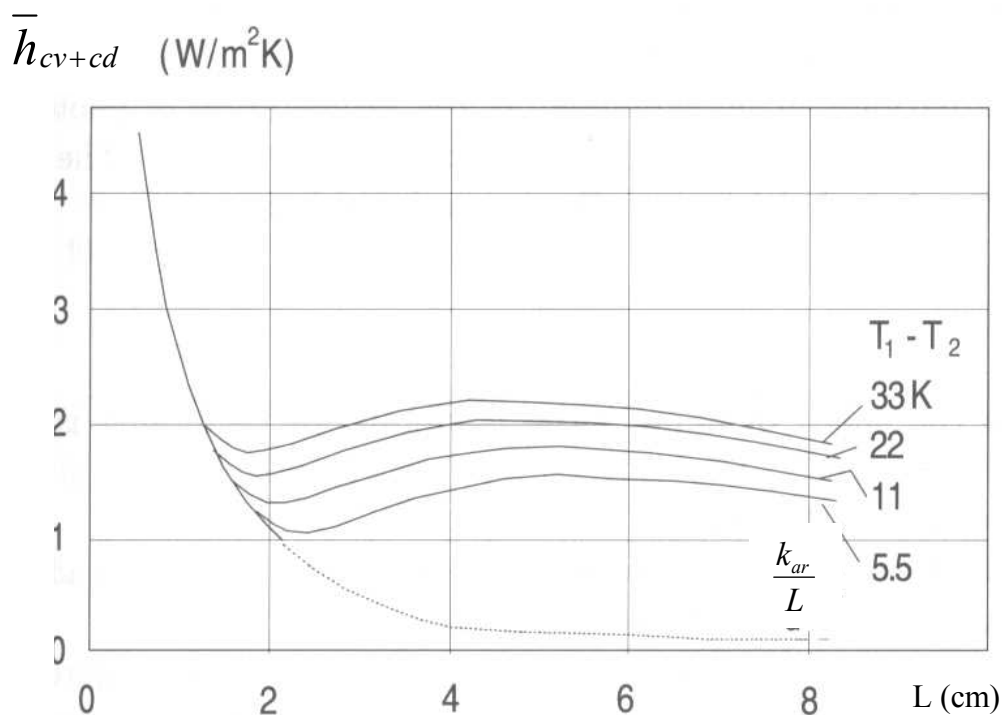


Figura 18 – Coeficiente de transferência de calor para câmara vertical não ventilada (HAGENTOFT, 2001).



3.4 EXERCÍCIOS

Para reforçar os conceitos introduzidos sobre convecção, sugere-se que o aluno trabalhe nos seguintes problemas do texto base (INCROPERA e DEWITT, 2003).

- Exemplo 6.1 (página 254)
- Exercício 7.1 (página 298)
- Exercício 7.3 (página 298)
- Exercício 7.23 (página 302)
- Exemplo 9.1 (página 379)
- Exercício 9.18 (página 399)

4 RADIAÇÃO

A transferência de calor por **radiação** é um fenômeno superficial, da mesma forma que a convecção, mas com a diferença que não é necessário de um meio material para realizar as trocas térmicas. Todo material, seja sólido ou fluído, emite uma radiação de calor de acordo com sua temperatura superficial. No caso da envolvente de edificações é de interesse estudar a radiação solar incidente nas fachadas e a troca líquida de radiação entre a envolvente e sua vizinhança devida à diferença de temperatura entre elas.

4.1 RADIAÇÃO EM UMA SUPERFÍCIE

Para introduzir o fenômeno, a Figura 19 apresenta uma situação teórica em que um sólido encontra-se inicialmente a uma temperatura T_s , mais alta do que a de sua vizinhança e entre eles só existe vácuo. O sólido começará a diminuir sua temperatura até atingir o equilíbrio térmico com sua vizinhança. Esse resfriamento é associado a uma perda de calor através de uma radiação emitida na superfície do sólido. Por sua vez, a vizinhança recebe a radiação emitida pelo sólido, produzindo-se um aumento na temperatura de sua superfície.

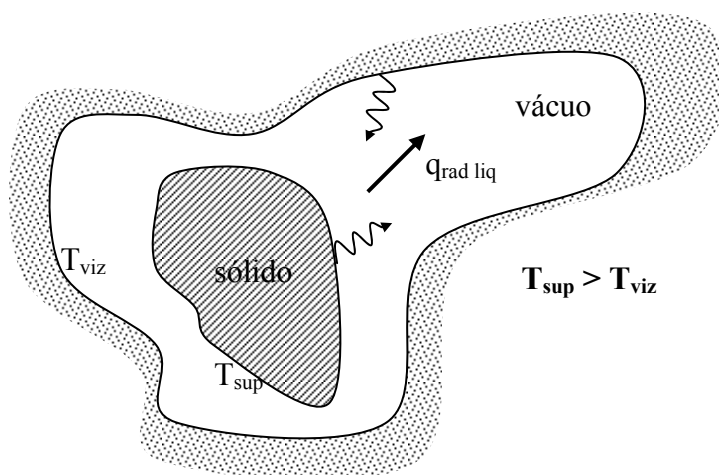


Figura 19 – Radiação entre sólidos devida a gradiente de temperatura.

Todo material que possua uma temperatura superficial positiva e maior que zero (na escala Kelvin), estará emitindo radiação independente do seu estado (sólido, líquido ou gás). Mas o foco no estudo das edificações está nos materiais sólidos em que a emissão de calor por radiação acontece nas moléculas que se encontram a uma distância não superior a $1 \mu\text{m}$ da superfície. Este é o motivo pelo qual o fenômeno de radiação é considerado um fenômeno superficial.

A radiação térmica é caracterizada de acordo com o comprimento de onda para cada período (Figura 20). A unidade de comprimento de onda é o micron ($1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$). A faixa pertinente à transferência de calor ($0,1 - 100 \mu\text{m}$) inclui uma parcela da radiação ultravioleta (UV) e toda a parte visível e infravermelha. O tipo de radiação varia conforme ao comprimento de onda, que depende da temperatura da superfície emissora.

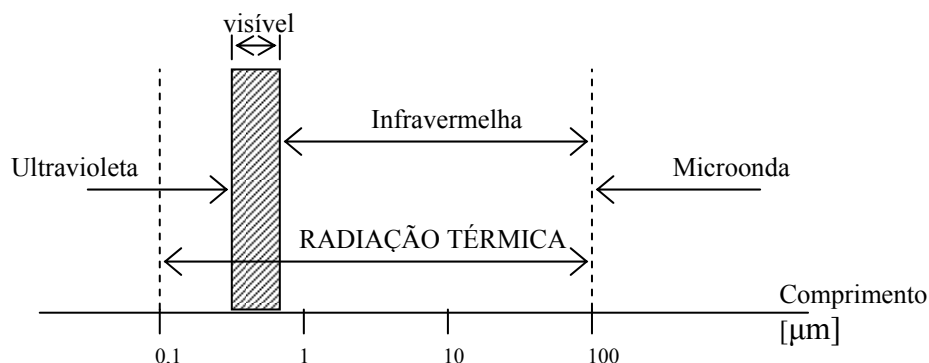


Figura 20 – Espectro de radiação para transferência de calor.

A radiação emitida por qualquer corpo se propaga em todas as direções possíveis e, da mesma forma, a radiação incidente sobre uma superfície pode provir de diferentes direções. Esses fatores fazem da radiação um fenômeno físico vetorial com efeitos direcionais. Tais efeitos podem ser tratados através do conceito de intensidade de radiação.

No caso de superfícies planas (como a envolvente), a intensidade de radiação para cada comprimento de onda pode ser definida como a taxa de energia radiante emitida em uma determinada direção por unidade de área de superfície emissora normal a essa direção. A intensidade de radiação tem relação então com a radiação emitida e a irradiação refletida por uma determinada superfície. A soma das duas é conhecida como radiosidade (Figura 21).

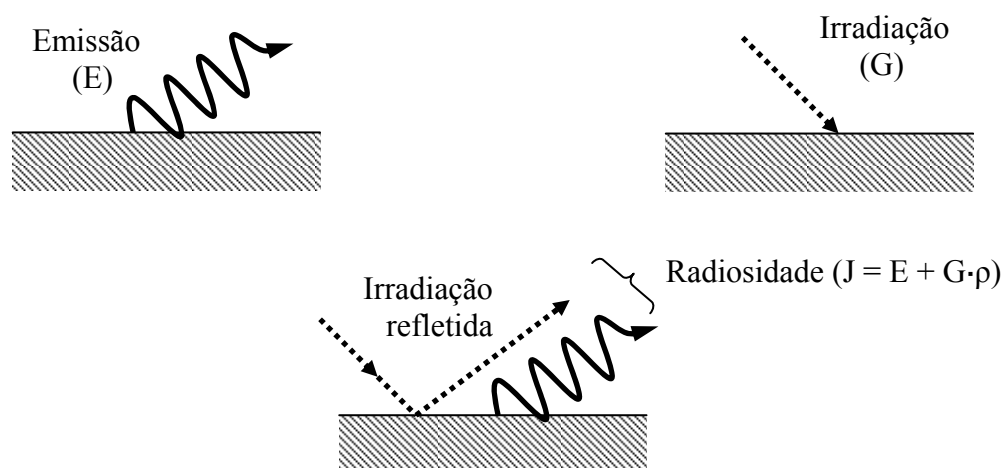


Figura 21 – Radiação, irradiação e radiosidade.

O poder **emissivo** (E) é a quantidade de radiação, emitida em todas as direções, por unidade de área de superfície. A **irradiação** (G) refere-se à radiação incidente em uma superfície, proveniente de todas as direções. A **radiosidade** (J) então é o total de energia radiante que deixa a superfície, isto é, a soma da parcela emitida mais a irradiação refletida ($G \cdot \rho$) de acordo com a refletividade do material (ρ).



A definição das propriedades de materiais reais é feita a partir de uma comparação com uma superfície ideal conhecida como Corpo Negro. O **corpo negro** é um emissor e receptor perfeito de radiação (refletividade zero) que possui as seguintes características:

- Para um determinado comprimento de onda (e temperatura), o corpo negro emite mais energia radiante que qualquer outra superfície;
- A radiação emitida é independente de qualquer direção, ou seja, o corpo negro é um emissor difuso;
- O corpo negro absorve toda a radiação incidente, independente do comprimento de onda e da direção.

O poder emissivo de um corpo negro (E_b) pode ser calculado segundo a Lei de Stefan-Boltzmann, simplesmente conhecendo a temperatura superficial do corpo negro.

$$E_b = \sigma \cdot T^4 \quad (35)$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ [W/m}^2 \cdot \text{K}^4\text{]} \quad \text{Constante de Stefan-Boltzmann}$$

Continuando com as superfícies reais, elas têm um poder de emissão que depende de sua **emissividade** (ϵ). Isto é, a razão entre a radiação emitida pela superfície e a radiação emitida por um corpo negro na mesma temperatura. A emissividade de metais é significativamente menor se comparado com outros materiais de construção opacos para uma temperatura de 300 K (Tabela 4)

Tabela 4 – Emissividade superficial para materiais de construção.

Material	Emissividade (ϵ)
Alumínio polido	0,04
Aço limpo	0,22
Concreto	0,88 – 0,93
Tijolo (vermelho)	0,93 – 0,96
Placa de gesso	0,90 – 0,92
Madeira	0,82 – 0,92

A Figura 21 define a radiosidade como a soma da radiação emitida e a irradiação refletida. Porém, não toda radiação incidente em uma superfície (irradiação) é refletida. No caso de elementos semitransparentes (como vidro), uma parte da radiação é absorvida pelo material, outra parte é transmitida através do material e outra é refletida (Figura 22). Para o caso de elemento opacos (como paredes, coberturas e pisos) não existe transmissão, a irradiação só pode ser absorvida ou refletida.

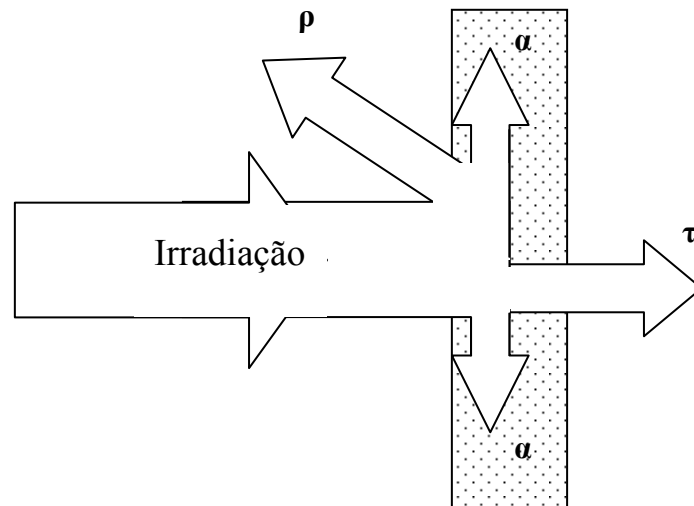


Figura 22 – Absortividade, refletividade e transmissividade.

A absorptividade (α), a refletividade (ρ) e a transmissividade (τ) são valores adimensionais relacionados com um determinado comprimento de onda (λ) e seguem o balanço de radiação de acordo com a relação

$$\alpha_{\lambda} + \rho_{\lambda} + \tau_{\lambda} = 1 \quad (36)$$

É importante destacar que nos elementos opacos a refletividade e a absorptividade podem ser tratados como fenômenos de superfície e estão estreitamente relacionados com a percepção de cor. A sensação de cor percebida pelo olho humano é devida à absorção e reflexão de irradiação no espectro visível proveniente do sol ou outra fonte de luz artificial. Entretanto, é importante evitar confundir este fenômeno do espectro visual com o resto do espectro de radiação térmica (Figura 20).

Por enquanto, a emissão e a absorção de radiação foram tratados como dois fenômenos separados em que o primeiro depende exclusivamente da temperatura superficial e o segundo da radiação incidente na superfície. Porém, sob condições de regime permanente, a emissividade de um corpo é igual a sua absorptividade. Esta relação, conhecida como a **Lei de Kirchhoff**, é definida para um determinado comprimento de onda.

$$\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda} \quad (37)$$

As superfícies que seguem a relação 37 são conhecidas como superfícies cinza (ou cinzentas). Uma convenção normalmente utilizada na área de desempenho térmico de edificações é se referir exclusivamente à emissividade do material em ondas longas (Infravermelho) e à sua absorptividade no espectro de ondas curtas (radiação solar = ultravioleta + visível).

4.2 RADIAÇÃO ENTRE SUPERFÍCIES

No capítulo 4.1 foi explicado o fenômeno de radiação em uma única superfície. Nesta parte será apresentado o problema de trocas de radiação entre duas ou mais superfícies. Essa troca depende da forma, localização e orientação das superfícies, assim como das suas propriedades radiantes (emissividade e absorvidade) e sua temperatura.

Considerando que se trabalhará exclusivamente com superfícies de forma plana, é necessário primeiramente definir as características geométricas do problema, integrando a localização e orientação das superfícies através de um parâmetro adimensional conhecido como Fator de Forma (Figura 23).

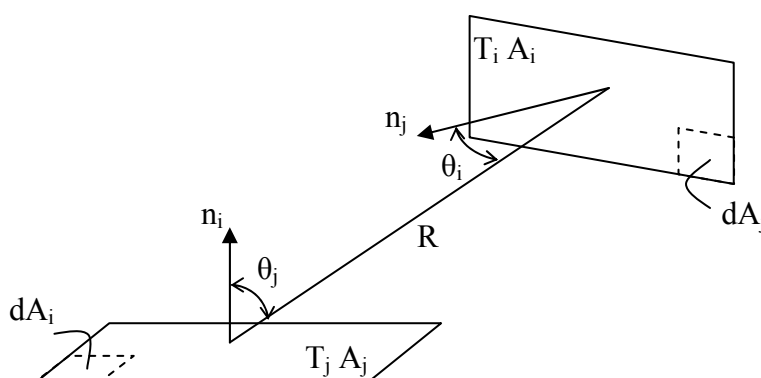


Figura 23 – Características geométricas e radiação entre duas superfícies.

O **Fator de Forma** (F_{ij}) determina a fração de radiação que sai da superfície i e é interceptada pela superfície j , de acordo com a relação:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \cdot \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cdot \cos\theta_j}{\pi \cdot R^2} \cdot dA_i \cdot dA_j \quad (38)$$

A partir da definição de Fator de Forma podem ser estabelecidas quatro relações importantes

$$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji} \quad \text{reciprocidade}$$

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad \text{conservação de radiação}$$

$$F_{ij} \neq 0 \quad \text{para superfícies convexas}$$

$$F_{ij} = 0 \quad \text{para superfícies côncavas}$$

$$F_{ii} = 0 \quad \text{para superfícies planas}$$



Para estabelecer a geometria de um problema com N superfícies, seria necessário calcular N^2 Fatores de Forma. Porém, apoiando-se nas relações de reciprocidade e conservação de radiação é possível evitar calcular esses N^2 fatores diretamente, sendo necessário determinar apenas $N \cdot (N-1)/2$ fatores diretamente.

EXEMPLO 4.1

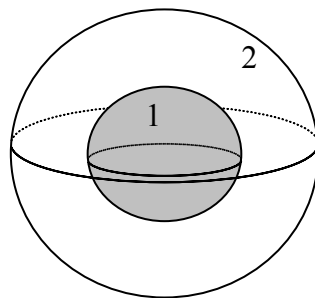
Determinar os fatores de forma de duas esferas concêntricas.

$N = 2$ (superfícies)

O problema é definido através de N^2 fatores de forma $\Rightarrow N^2 = 2^2 = 4$ (F_{11} F_{12} F_{21} F_{22})

Porém, utilizando as relações, será necessário determinar diretamente $\frac{N \cdot (N-1)}{2}$

$$\frac{N \cdot (N-1)}{2} = \frac{2 \cdot (2-1)}{2} = 1 \text{ fator de forma}$$



$$F_{11} = 0 \quad (\text{Côncava})$$

$$F_{12} = 1 \quad (\text{Tudo que sai de 1 é interceptado por 2})$$

$$A_1 \cdot F_{12} = A_2 \cdot F_{21} \quad (\text{Reciprocidade}) \quad \Rightarrow \quad F_{21} = \frac{A_1}{A_2}$$

$$F_{21} + F_{22} = 1 \quad (\text{Conservação radiação}) \quad \Rightarrow \quad F_{22} = 1 - \frac{A_1}{A_2}$$

Após ter determinado a geometria do problema é necessário então incluir as propriedades radiantes e temperatura superficial dos elementos para calcular as trocas de radiação. Em geral, a radiosidade que sai de uma superfície é devida a uma irradiação refletida e uma emissão de radiação por temperatura. Logo, a superfície que recebe essa radiação pode refleti-la e absorve-la. Para facilitar uma primeira aproximação ao fenômeno, as superfícies participantes podem ser consideradas como corpos negros. Assim, a reflexão é excluída e toda a energia radiante que sai é

resultado da emissão e toda a radiação incidente em uma superfície é totalmente absorvida.

De acordo com a relação estabelecida na **Lei de Stefan-Boltzmann** para corpos negros, a troca radiativa líquida entre duas superfícies pode ser definida como

$$q_{ij} = A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot (T_i^4 - T_j^4) \quad (39)$$

E no caso de três ou mais superfícies, a troca líquida de radiação entre a superfície i com as superfícies restantes pode ser calculada através de

$$q_i = \sum_{j=1}^N A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot (T_i^4 - T_j^4) \quad (40)$$

Porém, o conceito de corpo negro representa uma superfície radiante ideal que dificilmente pode ser aplicado nas situações reais. Para isso, nas superfícies que não são negras é necessário considerar o fenômeno de reflexão superficial. Esta análise pode ser abordada a partir de uma superfície i que pertence a um ambiente convexo (Figura 24). Sendo a temperatura, emissividade e área da superfície i é possível calcular o fluxo térmico radiativo líquido nela.

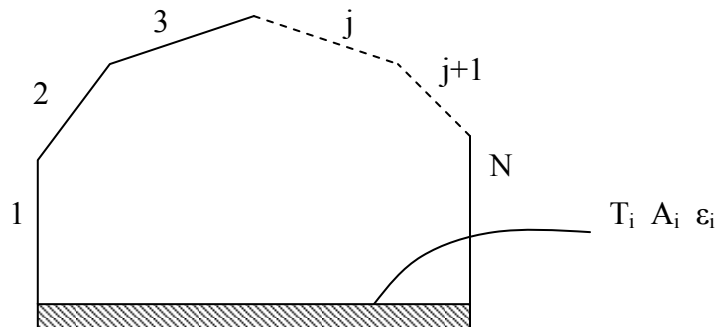


Figura 24 – Modelo de ambiente para calcular a radiação líquida em uma superfície.

Definindo a taxa líquida como positiva quando a superfície emite radiação, o balanço de energia radiante na superfície i pode ser representado como a diferença entre a radiosidade (sai) e a irradiação (entra).

$$q_i = A_i \cdot (J_i - G_i) \quad (41)$$

A radiosidade (J) pode ser detalhada como a soma da emissão mais a irradiação refletida.

$$J_i = E_i + \rho_i \cdot G_i \quad (42)$$

A emissão de uma superfície cinza é uma parcela da emissão de um corpo negro.

$$E_i = \epsilon \cdot E_{bi} \quad (43)$$



E, a partir da Lei de Kirchhoff, a refletividade pode ser considerada como o complemento da emissividade.

$$\rho_i = 1 - \alpha_i = 1 - \varepsilon_i \quad (44)$$

Substituindo as equações 43 e 44 na equação 42 e resolvendo para G_i

$$G_i = \frac{J_i - \varepsilon \cdot E_{bi}}{1 - \varepsilon} \quad (45)$$

Substituindo a equação 45 no balanço de energia radiante 41

$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \varepsilon) / A_i \cdot \varepsilon} \quad (46)$$

Por outro lado, a taxa líquida na superfície i pode ser calculada a partir da troca de radiação com o resto das superfícies considerando o fator de forma entre elas.

$$q_i = \sum_{j=1}^N A_i \cdot F_{ij} \cdot (J_i - J_j) \quad (47)$$

Combinando as equações 46 e 47 é possível obter uma relação para a radiação na superfície i com o resto das radiações, involucrando os parâmetros conhecidos (A_i , ε_i , F_{ij} e $E_{bi} = \sigma \cdot T^4$).

$$\frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \varepsilon) / A_i \cdot \varepsilon} = \sum_{j=1}^N A_i \cdot F_{ij} \cdot (J_i - J_j) \quad (48)$$

A equação 48 pode ser aplicada a cada uma das superfícies do ambiente e agrupadas de forma matricial para cada radiação (J) e suas constantes (a e C) que integram os parâmetros conhecidos.

$$\begin{bmatrix} a_{11} \cdot J_1 + \dots + a_{1i} \cdot J_i + \dots + a_{1N} \cdot J_N = C_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{N1} \cdot J_1 \dots + a_{Ni} \cdot J_i + \dots + a_{NN} \cdot J_N = C_N \end{bmatrix} \quad (49)$$

A solução matricial separa o sistema de equações 49 em uma matriz de valores numéricos $[A]$, um vetor de variáveis $[J]$ e um vetor numérico $[C]$.

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1N} \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ a_{N1} & \dots & a_{Ni} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \quad [J] = \begin{bmatrix} J_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ J_N \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} C_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ C_N \end{bmatrix}$$



Resumindo o sistema de equações a

$$[A] \times [J] = [C] \quad (50)$$

A solução matricial é obtida multiplicando pela direita os dois lados da equação 50 pela matriz inversa $[A]^{-1}$

$$[J] = [A]^{-1} \times [C] \quad (51)$$

Sendo que a matriz inversa é composta por valores numéricos.

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1i} & \dots & b_{1N} \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ b_{N1} & \dots & b_{Ni} & \dots & b_{NN} \end{bmatrix} \quad (52)$$

4.3 EXERCÍCIOS

Para reforçar os conceitos introduzidos sobre radiação, sugere-se que o aluno trabalhe nos seguintes problemas do texto base (INCROPERA e DEWITT, 2003).

- Exemplo 13.3 (página 566)
- Exemplo 13.4 (página 570)
- Exercício 13.11 (página 585)



5 BIBLIOGRAFIA

ABNT NBR 15220-1. **Desempenho Térmico de Edificações** - Parte 1: Definições, símbolos e unidades. Janeiro, 2003.

ABNT NBR 15220-2. **Desempenho Térmico de Edificações** - Parte 2: Métodos de cálculo da transmitância térmica, da capacidade térmica, do atraso térmico e do fator de calor solar de elementos e componentes de edificações. Janeiro, 2003.

ABNT NBR 15220-3. **Desempenho Térmico de Edificações** - Parte 3: Zoneamento Bioclimático Brasileiro e Diretrizes Construtivas para Habitações Unifamiliares de Interesse Social. Janeiro, 2003.

INCROPERA, F; DEWITT, D. **Transferência de Calor e Massa**. Quinta Edição. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. Rio de Janeiro, 2003. 698 p.

LAMBERTS, R; DUTRA, L; PEREIRA, F. **Eficiência Energética nas Edificações**. PW Editores. São Paulo, 1997. 188 p.

LIRA, I. **Transferencia de calor – Apuntes de clase (ICM 2002)**. Departamento de Ingeniería Mecánica y Metalúrgica, PUC. Santiago de Chile, 2004. 105 p.

HAGENTOFT, C. **Introduction to Building Physics**. Studentlitteratur. Lund, Suécia, 2001. 422 p.