

*Modelos para Previsão da Transferência de Calor e de Umidade em Elementos Porosos de Edificações*

TESE SUBMETIDA À

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE

**DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Nathan Mendes**

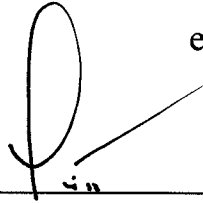
Florianópolis, Santa Catarina

Setembro, 1997

***Modelos para Previsão da Transferência de Calor  
e de Umidade em Elementos Porosos de Edificações***

**Nathan Mendes**

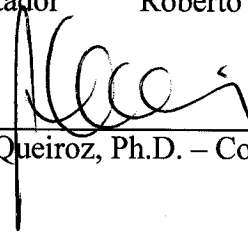
Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de  
**Doutor em Engenharia**  
especialidade Engenharia Mecânica, área de conhecimento Ciências  
Térmicas e aprovada em sua forma final pelo programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Mecânica



Paulo C. Philippi, Dr. Ing. - Orientador

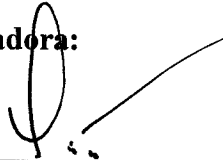


Roberto Lamberts, Ph.D. - Co-Orientador

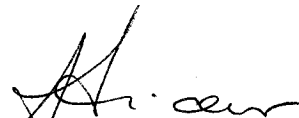


Abelardo Alves de Queiroz, Ph.D. – Coordenador do Curso

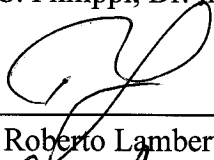
**Banca Examinadora:**



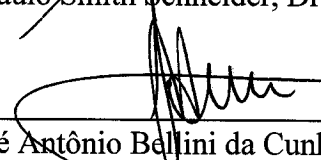
Paulo C. Philippi, Dr. Ing. – Presidente



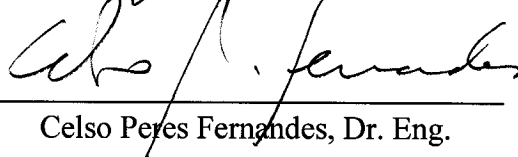
Paulo Smith Schneider, Dr. - Relator



Roberto Lamberts, Ph.D.



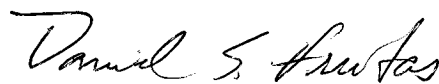
José Antônio Bellini da Cunha Neto, Dr.



Celso Peres Fernandes, Dr. Eng.



Frederick C. Winkelmann, Ph.D.



Daniel Santana de Freitas, Dr. Eng.

Florianópolis, setembro de 1997.

*He who never made a mistake never made a discovery.*  
*Samuel Smiles*

*Dedico este trabalho, com todo amor,  
a meus pais, irmãs e sobrinha.*

## Meus sinceros agradecimentos

a Paulo Philippi e Roberto Lamberts, pela competente dedicação ao trabalho de orientação.

ao professor Bellini, fornecedor de valiosos subsídios técnicos.

aos membros da banca, pelo exame detalhado do trabalho.

ao “Lawrence Berkeley National Laboratory” (LBNL) da Universidade da Califórnia - Berkeley, EUA - pelo suporte técnico e hospitalidade durante o intercâmbio científico de abril de 1995 a junho de 1996. Em particular, a Fred Winkelmann (supervisor), Fred Buhl, Ender, Kathy, Deirdre, Stefan, Bruno, Uwe e Finn, pelo excelente convívio.

ao professor Vicente e aos colegas Aldomar, Anastácio, Anderson, André, Celso, Cláudia, Fábio, Ferreira, Gustavo, Hoffmann, Itamar, Liang, Luís, Lula, Mário, Matsuo, Ricardo, Roberto, Rodrigo, Saulo, Thomas e Vilain, do LMPT, pelos bons momentos de convivência ao longo do curso. Particularmente, ao Aldomar pela ajuda com as simulações executadas no DOE-2, ao André, pioneiro nesta área de pesquisa, ao Celso, por todas as informações em relação ao método de renormalização, e ao Liang, pelas discussões sobre permeabilidade e, também, pela sua paciência chinesa com o meu entulho mobiliário por mais de 2 anos.

à Andréa, pelo carinho, apoio e compreensão.

ao CNPq, pelo suporte financeiro, e às instituições UFU, INSA de Lyon, LBNL e UFSC, responsáveis por minha formação acadêmica.

aos amigos que também colaboraram de uma ou outra forma.

# SUMÁRIO

	página
LISTA DE FIGURAS	VI
LISTA DE TABELAS	XI
SIMBOLOGIA	XIII
RESUMO	XVII
ABSTRACT	XVIII
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - ASPECTOS FENOMENOLÓGICOS DO TRANSPORTE DE CALOR E UMIDADE EM MEIOS POROSOS	9
2.1 - Introdução	9
2.2 - Meio poroso	9
2.3 - Conceitos básicos	10
2.4 - Fenomenologia física	11
2.4.1 - Mecanismos de fixação de umidade em meios porosos	12
2.4.1.1 - Adsorção física	12
2.4.1.2 - Condensação capilar	13
2.4.2 - Mecanismos de transferência de umidade em meio poroso	15
2.4.2.1 - Transferência de líquido	15
2.4.2.2 - Transferência de vapor	18
2.5 - Histerese	25
2.6 - Efeitos de temperatura	26
2.7 - Geração de coeficientes de transporte em Meios Porosos	26
2.7.1 - Isotermas de equilíbrio	27

2.7.1.1 - Extrapolação das isothermas de adsorção: ensaio de porosimetria a mercúrio	27
2.7.1.2 - Ajuste da Isoterma de equilíbrio: Modelo GAB	29
2.7.2 - Pressão capilar	30
2.7.3 - Determinação da distribuição acumulada de volumes de poros	31
2.7.3.1 - Determinação da distribuição em volume de microporos	32
2.7.3.1.1 - Adsorção física na superfície de poros: Modelo de De Boer e Zwikker	32
2.7.3.1.2 - Determinação de condição de equilíbrio termodinâmico em poros capilares	33
2.7.3.1.3 - Cálculo da distribuição de poros pela isoterma de adsorção	36
2.8 - Conclusões	37
CAPITULO 3 - PERMEABILIDADE	38
3.1 - Introdução	38
3.2 - Modelos para o cálculo da permeabilidade intrínseca	39
3.2.1 - Modelos de capilares	40
3.2.1.1 - Modelos de feixes de capilares retilíneos	40
3.2.2.1 - Modelos de ramificação	41
3.2.3.1 - Modelos de capilares do tipo serial	42
3.3 - Modelo de Reznik	43
3.4 - Distribuição de tamanho de poro em função da saturação	49
3.5 - Permeabilidade em meios insaturados	50
3.5.1 - Permeabilidade da fase não-molhante	51
3.5.2 - Permeabilidade da fase molhante	51
3.6 - Conclusões	52
CAPÍTULO 4- DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES DE TRANSPORTE DE MASSA	54
4.1 - Introdução	54
4.2 - Descrição dos materiais em estudo	55

4.3 - Isotermas de adsorção	55
4.4 - Pressão Capilar	57
4.5 - Determinação da distribuição de volumes de poros	60
4.5.1 - Determinação da distribuição em volume de microporos	61
4.5.2 - Determinação da distribuição de volume de poros pela isoterma de adsorção e porosimetria a mercúrio	67
4.6 - Estimativa da permeabilidade	71
4.7 - Determinação dos coeficientes de transporte do modelo de Philip e DeVries.	75
4.8 - Conclusões	83
CAPÍTULO 5 - CONDUTIVIDADE TÉRMICA EFETIVA	86
5.1 - Introdução	86
5.2 - Determinação das condutividades térmicas do meio saturado e da fase sólida.	86
5.2.1 - Modelo baseado na média geométrica	87
5.2.2 - Modelo baseado no método da renormalização	88
5.2.2.1 - Desenvolvimento de expressões matemáticas e resultados	89
5.3 - Determinação da condutividade térmica efetiva de meios insaturados	97
5.3.1 - Modelo de De Vries para meios saturados	98
5.3.2 - Modelo de De Vries para meios insaturados	106
5.4 - Resultados e validação para meios insaturados	110
5.5 - Conclusões	114
CAPÍTULO 6 - MODELO MATEMÁTICO PARA SIMULAR FENÔMENOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR E UMIDADE EM ELEMENTOS DE EDIFICAÇÕES	116
6.1 - Introdução	116
6.2 - Modelo matemático	117
6.2.1 - Conservação da massa	117
6.2.2 - Conservação da Energia	118



6.2.3 - Condições de contorno	122
6.2.4 - Coeficientes de troca calor por convecção - $h_{ext}$ e $h_{int}$	124
6.2.5 - Consideração de camadas de pintura	125
6.2.6 - Método de solução das equações	126
6.2.7 - Equações governantes discretizadas	127
6.3 - Conclusões	130
CAPÍTULO 7 - AVANÇOS NO MODELO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR E UMIDADE	132
7.1 - Introdução	132
7.2 - Condições de estabilidade do modelo TCU_1	132
7.3 - Considerações matemáticas quanto ao vapor trocado entre as superfícies da parede e o ar	133
7.4 - Aplicação do tratamento de linearização da diferença de concentração de vapor nas equações do modelo TCU_1	138
7.5 - Um algoritmo generalizado para a solução de sistemas de equações algébricas acopladas	139
7.6 - O modelo TCU_2 de transferência de calor e umidade	140
7.7 - Análise do modelo TCU_2	144
7.7.1 - Comparação entre os modelos TCU_1 e TCU_2	145
7.7.2 - Extrapolação de resultados para malhas super-refinadas	146
7.7.3 - Análise da influência do intervalo de tempo	147
7.8 - Conclusões	151
CAPÍTULO 8 - APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS E DISCUSSÕES	152
8.1 - Obtenção dos arquivos climáticos	153
8.2 - Análise qualitativa do modelo TCU_2	157
8.3 - Análise de sensibilidade de CP e CAE aos termos do modelo de transferência de calor e umidade	160
8.4 - Avaliação da influência do transporte de umidade associado a gradientes de temperatura	170

8.5 - Efeitos de camadas de pintura	172
8.6 - Efeito da espessura na comparação entre submodelos	180
8.7 - Modelos para paredes de alto $Bi_m$	182
8.8 - Comparações entre simulações obtidas com coeficientes medidos e gerados	187
8.9 - Síntese dos resultados	190
9 – CONCLUSÕES GERAIS	194
10 – BIBLIOGRAFIA	199
APÊNDICE A -RENORMALIZAÇÃO	208
APÊNDICE B - PROPRIEDADES DA MADEIRA	213
APÊNDICE C - SUMÁRIO DOS CLIMAS USADOS	215
APÊNDICE D - ADIMENSIONALIZAÇÃO DO MODELO TCU_2	219

## LISTA DE FIGURAS

	Página
Figura 1.1: Esquema de interação do código <i>UMIDUS</i>	7
Figura 2.1 - representação esquemática de um meio poroso.	10
Figura 2.2: Transferência de umidade em uma parede porosa.	12
Figura 2.3: Diferentes situações da fase líquida.	13
Figura 2.4: Representação esquemática de um fluido molhante em um cilindro de pequeno diâmetro.	14
Figura 2.5: Avaliação de $f(\mathbf{q})$ para um material de porosidade 0.3.	20
Figura 2.6: Representação da transferência de umidade através de uma ilha de líquido.	20
Figura 3.1: Representação gráfica da variação das permeabilidades relativas da fase molhante ( $k_{r_w}$ ) e da não-molhante ( $k_{r_{nw}}$ ).	38
Figura 3.2: Elementos do modelo de Reznik.	44
Figura 4.1: Isotermas de Adsorção para ARG1 e CCA.	56
Figura 4.2: Isotermas de Adsorção para ARG2 e TIJ.	56
Figura 4.3: Modelo GAB aplicado aos pontos experimentais de CCA.	57
Figura 4.4: Curva de pressão capilar para ARG1 (dados de intrusão de Hg).	58
Figura 4.5: Curva de pressão capilar para ARG2.	59
Figura 4.6: Curva de pressão capilar para TIJ.	60
Figura 4.7: Modelo de De Boer e Zwicker para ARG1 a 30 °C.	61
Figura 4.8: Modelo de De Boer e Zwicker para CCA a 22 °C.	62
Figura 4.9: Modelo de De Boer e Zwicker para ARG2 a 20 °C.	62
Figura 4.10: Modelo de De Boer e Zwicker para TIJ a 20 °C.	63
Figura 4.11: Distribuição de poros para ARG1.	65
Figura 4.12: Distribuição de poros para CCA.	66
Figura 4.13: Distribuição de poros para ARG2 e TIJ.	66
Figura 4.14: Distribuição de volumes de poros para a argamassa ARG1 por diferentes métodos.	67
Figura 4.15: Distribuição de volumes de poro em função da saturação da fase não-molhante para ARG1.	68
Figura 4.16: Distribuição de volumes de poro para a fase não-molhante para CCA.	68
Figura 4.17: Distribuição de volumes de poros para a fase não-molhante para ARG2.	69

Figura 4.18: Distribuição de volumes de poros para a fase não-molhante para TIJ.	70
Figura 4.19: Permeabilidade das fases molhante e não-molhante para ARG1.	72
Figura 4.20: Permeabilidade da fase não-molhante para ARG2.	72
Figura 4.21: Permeabilidade da fase não-molhante para TIJ.	73
Figura 4.22: Distribuição de poros e ajuste Reznik para o arenito berea.	74
Figura 4.23: Valores de coeficientes $D_{\theta}$ calculados e medidos para ARG1.	75
Figura 4.24: Valores de coeficientes $D_T$ calculados para ARG1.	76
Figura 4.25: Valores de $D_{\theta}$ medido e $D_{\theta v}$ calculado para CCA.	77
Figura 4.26: Valores de coeficientes $D_T$ calculados e medidos para CCA.	78
Figura 4.27: Valores de coeficientes $D_{\theta}$ calculados e medidos para ARG2.	78
Figura 4.28: Valores de coeficientes $D_T$ calculados e medidos para ARG2.	79
Figura 4.29: Valores de coeficientes $D_{\theta}$ calculados e medidos para TIJ.	80
Figura 4.30: Valores de coeficientes $D_T$ calculados e medidos para TIJ.	81
Figura 4.31: Valores de coeficientes $D_{Ts}$ calculados e medidos para ARG2 por Perrin (1985).	82
Figura 4.32: Valores de coeficientes $D_{Ts}$ calculados e medidos para TIJ por Perrin (1985).	83
Figura 5.1: Condutividade térmica efetiva - $\lambda_{ef}$ - em função do número de passos de renormalização para um meio seco com $\lambda_s=2$ W/m-K.	91
Figura 5.2: Condutividade térmica efetiva - $\lambda_{ef}$ - em função do número de passos de renormalização para um meio saturado com $\lambda_s=2$ W/m-K.	92
Figura 5.3: Os grupos adimensionais $\pi_1$ , $\pi_2$ , $\pi_3$ obtidos pelo processo de renormalização para $\pi_1=f(\pi_2,\pi_3)$ .	93
Figura 5.4: Comparação entre os valores obtidos para a condutividade térmica pelo método da renormalização e pelo modelo de Krupiczka (1967).	94
Figura 5.5 : análise do comportamento da técnica de renormalização para uma faixa larga de $\pi_2$ e $\pi_3$ .	96
Figura 5.6: Influência do coeficiente de distorção do grão, $n$ , supostamente esférico no fator de forma, $g_d$ .	103
Figura 5.7: Condutividade térmica efetiva para o CCA.	111
Figura 5.8: Condutividade térmica efetiva para a argamassa ARG1.	111
Figura 5.9: Condutividade térmica efetiva para a argamassa ARG2.	112

Figura 5.10: Condutividade térmica efetiva para o tijolo.	112
Figura 5.11: Erro relativo na determinação da condutividade térmica resultante da comparação dos modelos Renormalização-DeVries e da média geométrica com dados experimentais.	113
Figura 5.12: Erro relativo na determinação da condutividade térmica resultante da comparação dos modelos Híbrido-DeVries e da média geométrica com dados experimentais.	114
Figura 6.1 - Indexação dos elementos do volume de controle no domínio de cálculo.	126
Figura 6.2 - Malha esquemática para a discretização do domínio.	127
Figura 7.1: Linearização da função $\frac{P_s}{T} = f(T)$	136
Figura 7.2: Média das diferenças em CP e CAE para os três climas com diferentes materiais.	145
Figura 7.3: Erro - E - de refinamento de malha em CP e CAE.	147
Figura 7.4: Comparação de perfis de conteúdo de umidade na parede W1 no dia 14/1 à 1h.	148
Figura 7.5: Comparação de perfis de temperatura na parede W1 no dia 14/1 à 1h.	149
Figura 7.6: Diferenças no fluxo de calor integrado relativas a simulações com passos de tempo de 1s.	149
Figura 7.7: Comparações na estimativa da carga de pico para simulações com passos de tempo de 1h e de 1s.	150
Figura 8.1: Ilustração da sala do edifício simulado com orientação estipulada para os climas de Seattle e Phoenix.	154
Figura 8.2: Condições internas e externas de temperatura na sala em estudo do prédio em Cingapura.	155
Figura 8.3: Condições internas e externas de umidade relativa na sala em estudo do prédio em Cingapura.	156
Figura 8.4: Radiação solar incidente na fachada sul para Cingapura e na fachada norte para Seattle.	156
Figura 8.5: Influência de $Bi_m$ , $Lu$ e $Pn$ em CAE para $Bi_T = 0.01$ e $Fo_T = 1$ .	159
Figura 8.6: Influência de $Bi_T$ e $Lu$ em CAE para $Bi_m = 10000$ , $Fo_T = 1$ e $Pn = 0.01$ .	160
Figura 8.7: Erros na estimativa de CAE e de CP para W1 em Cingapura (a), Seattle (b)	

e Phoenix (c), usando-se diferentes submodelos e confrontando-os com o submodelo 0.	164
Figura 8.8: Erros na estimativa do CAE e da CP de W2 em Cingapura (a), Seattle (b) e Phoenix (c), usando-se diferentes submodelos e confrontando-os com o submodelo 1.	167
Figura 8.9: Redução média no tempo computacional para os diferentes submodelos.	169
Figura 8.10: Conteúdo volumétrico médio de umidade em W1 ao longo de um ano nas diferentes localidades analisadas.	169
Figura 8.11: Erro na avaliação de CAE e CP na aplicação da hipótese $\frac{\partial}{\partial x} \left( D_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0$ (submodelo 6) aos diversos submodelos. A) argamassa; B) concreto celular aerado; C) tijolo e D) madeira.	171
Figura 8.12: Dependência de Biot mássico com a permeância da camada de pintura.	172
Figura 8.13: Erros na estimativa de CAE e de CP para W1 com pintura (caso A, B e C) nas diferentes localidades, usando-se diferentes submodelos e confrontando-os com o submodelo 0. A) Cingapura, B) Seattle e C) Phoenix.	173
Figura 8.14: Erros na estimativa do CAE e da CP de W1 com pintura (caso C) nas diferentes localidades, usando-se diferentes submodelos e confrontando-os com o submodelo 0. A) Cingapura, B) Seattle e C) Phoenix.	175
Figura 8.15: Coeficientes de sensibilidade da inércia térmica - $E_c$ - e da condutividade térmica - $E_\lambda$ - ao conteúdo de umidade.	176
Figura 8.16: Comparação na estimativa de CAE e de CP para W1 simulada com e sem pintura (caso C) com os submodelos 0 e 5 para: A) Cingapura, b) Seattle e c) Phoenix.	177
Figura 8.17: Comparação na estimativa de CAE e de CP para W2 simulada com e sem pintura (caso C), com os submodelos 0 e 5 para: A) Cingapura, b) Seattle e c) Phoenix.	179
Figura 8.18: Efeito da espessura da parede em Cingapura.	181
Figura 8.19: Efeito da espessura da parede em Seattle.	181
Figura 8.20: Efeito da espessura da parede em Phoenix.	182
Figura 8.21: Oscilação diária típica de perfil de conteúdo de umidade em paredes de alto $Bi_m$ .	182
Figura 8.22: Perfil de conteúdo de umidade: A) variação diária em W1'; B) variação	

anual em W1'; C) variação diária em W1''; D) variação anual em W1'';	184
Figura 8.23: Perfil de conteúdo de umidade: A) variação diária em W2'; B) variação anual em W2'; C) variação diária em W2''; D) variação anual em W2''.	185
Figura 8.24: Conteúdo de umidade do ponto nodal central de W1" ao longo do ano.	186
Figura 8.25: Conteúdo volumétrico médio de W1" ao longo do ano.	187
Figura 8.26: Erros na estimativa em CAE e em CP de W1, em diferentes localidades comparando com o submodelo 0. (a) sem pintura e com isoterma média; (b) sem pintura e com isoterma de adsorção; (c) com pintura e com isoterma média; (d) com pintura e com isoterma adsorção.	188
Figura 8.27: Erros na estimativa em CAE e em CP de uma parede simples de cca, em diferentes localidades comparando com o submodelo 0. (a) sem pintura e com isoterma média; (b) sem pintura e com isoterma de adsorção; (c) com pintura e com isoterma média; (d) com pintura e com isoterma adsorção.	189
Figura A.1: Ilustração para o procedimento de renormalização. Em (a) tem-se a rede de sítios original. Em (b) a rede renormalizada.	209
Figura A.2.: As configurações possíveis para os sítios ativos no agrupamento, dada por uma simples regra de renormalização.	209
Figura A3: Em (a) a rede original de condutividades. Em (b) a rede renormalizada.	210
Figura A.4: As quatro condutâncias cruzadas de $1/(2K)$ equivalentes ao bloco de condutância K.	211
Figura A.5: O circuito equivalente para o grupo de quatro elementos	212
Figura B.1: Variação do coeficiente $D_{\theta}$ com o conteúdo de umidade mássico para a madeira a 25 °C.	213
Figura B.2: Variação do coeficiente $D_T$ com o conteúdo de umidade mássico para a madeira a 25 °C.	213
Figura B.3: Variação da condutividade térmica efetiva com o conteúdo de umidade mássico para a madeira a 25 °C.	214
Figura B.4: Variação do calor específico com o conteúdo de umidade mássico para a madeira a 25 °C.	214

## LISTA DE TABELAS

	página
Tabela 2.1: Valores de $Z$ a 20 °C, segundo Philip e DeVries (1957).	22
Tabela 4.1: Valores obtidos da superfície volumétrica específica de sólido $S_0$ e do potencial de interação na superfície $e_0$ do modelo de De Boer e Zwikker.	63
Tabela 4.2: Valores calculados de raio e espessura crítica para cavidades porosas cilíndricas e esféricas a uma temperatura de 30 °C.	64
Tabela 4.3: Comparação de raio de poro, espessura crítica e volumes adsorvido e condensado para modelos de poros cilíndricos e esféricos para o concreto celular aerado de Cunha Neto (1992).	64
Tabela 4.4: coeficientes do ajuste Reznik para distribuição de poros em função da saturação da fase não-molhante.	65
Tabela 4.5: Valores de permeabilidade absoluta em $m^2$ lidos e medidos para os diferentes materiais.	71
Tabela 4.6: Valores de permeabilidade intrínseca em $m^2$ calculados e medidos para os diferentes materiais.	73
Tabela 5.1: Valores medidos de condutividade térmica para diferentes materiais nos estados seco e saturado e suas porosidades.	88
Tabela 5.2: Valores de $\lambda_s$ e de $\lambda_{sat}$ calculados para diferentes materiais, segundo a consideração de média geométrica ponderada pela porosidade.	88
Tabela 5.3: Comparações entre valores de condutividade térmica efetiva em meios seco e saturado, considerando um SME de duas e de cinco escalas, para duas sementes geradoras de números aleatórios.	90
Tabela 5.4: Condutividade média obtida em simulações tridimensionais com $\lambda_s=2W/m-K$	90
Tabela 5.5: Condutividade média obtida em simulações tridimensionais com $\lambda_s=5W/m-K$	91
Tabela 5.6: Coeficientes da equação (5.10).	95



Tabela 5.7: Valores de condutividades térmicas do grão e do meio saturado, segundo a renormalização, média geométrica e a correlação de Krupiczka.	95
Tabela 8.1: Propriedades dos materiais ARG2, CCA, MAD e TIJ a seco.	155
Tabela 8.2: Descrição esquemática dos submodelos derivados.	161
Tabela 8.3: CP, CAE, razões entre cargas latente e total ( $Q_L/Q_T$ ) e instante de maior demanda de energia para as paredes W1 (submodelo 0) e W2 (submodelo 1) nas diferentes localidades.	163
Tabela 8.4: Valores de permeância ( $ng/m^2-s-Pa$ ) para os 3 diferentes casos.	173
Tabela 8.5: CP, CAE, razões entre cargas latente e total ( $Q_L/Q_T$ ) e instante de maior demanda de energia para as paredes W1 (submodelo 0) e W2 (submodelo 1) nas diferentes localidades, considerando pintura (caso C).	178
Tabela 8.6: Erros relativos na avaliação de CAE para a parede W1 para os diversos submodelos com e sem o efeito de pintura e com propriedades calculadas.	190
Tabela 8.7: Erros relativos na avaliação de CP para a parede W1 para os diversos submodelos com e sem o efeito de pintura e com propriedades calculadas.	191

## **SIMBOLOGIA**

A,B e C	coeficientes.
c	calor específico [J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ].
D <sub>a</sub>	difusividade molecular de vapor em ar estagnado [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ].
D <sub>TI</sub>	coeficiente de transporte de líquido associado a um gradiente de temperatura [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> ].
D <sub>TV</sub>	coeficiente de transporte de vapor associado a um gradiente de temperatura [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> ].
D <sub>θl</sub>	coeficiente de transporte de líquido associado a um gradiente de conteúdo de umidade [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ].
D <sub>θv</sub>	coeficiente de transporte de vapor associado a um gradiente de conteúdo de umidade [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ].
E	taxa de evaporação [s <sup>-1</sup> ].
F	força [N].
g	aceleração da gravidade [m s <sup>-2</sup> ].
Gr	número de Grashof.
h	entalpia [J kg <sup>-1</sup> ], umidade relativa, coeficiente de troca de calor por vecção [W m <sup>-2</sup> °C <sup>-1</sup> ].
h <sub>m</sub>	coeficiente de troca de massa por convecção [m s <sup>-1</sup> ].
I <sub>l</sub> e I <sub>v</sub>	fontes de vapor e líquido por mudança de fase [kg m <sup>-3</sup> s <sup>-1</sup> ].
j	densidade de fluxo de umidade [kg m <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup> ].
j <sub>l</sub>	densidade de fluxo de líquido [kg m <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup> ].
j <sub>v</sub>	densidade de fluxo de vapor [kg m <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup> ].
k	permeabilidade do meio [m <sup>2</sup> ].
K	condutividade hidráulica [m s <sup>-1</sup> ].

$k_n$	número de Knudsen.
$L$	calor latente de vaporização [ $J\ kg^{-1}$ ].
$l_m$	percurso livre médio [m].
$M$	massa molecular [g/mol].
$p, p_c, p_h$	pressão [Pa], pressão capilar e pressão hidrostática.
$Pr$	número de Prandtl.
$q$	densidade de fluxo de calor [ $J\ m^{-2}\ s^{-1}$ ].
$q_r$	radiação solar de onda curta [ $W\ m^{-2}$ ].
$R$	constante universal dos gases perfeitos [ $J\ mol^{-1}\ K^{-1}$ ], radiação [ $W\ m^{-2}$ ].
$R_{Ol}$	radiação de onda longa [ $W\ m^{-2}$ ].
$r$	raio do poro [m].
$r_e$	raio do menisco esférico [m].
$s$	saturação.
$t$	tempo [s], espessura da camada adsorvida [m].
$T$	temperatura [ $^{\circ}C$ ou $K$ ].
$z$	distância relativa na direção vertical [m].

#### Letras Gregas

$\alpha$	absortividade, ângulo de contato, coeficiente de expansão térmica [ $k^{-1}$ ].
$\beta_T$	coeficiente de expansão térmica.
$\varepsilon$	emissividade
$\Phi$	potencial total.
$\Phi_g$	potencial gravitacional.
$\Phi_m$	potencial matricial
$\phi$	potencial de sucção [Pa].
$\eta$	porosidade.
$\lambda$	condutividade térmica [ $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ ].

$\mu$	viscosidade dinâmica [N s m <sup>-2</sup> ].
$\nu$	viscosidade cinemática [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ] e fator que corrige o fluxo de vapor em alta diluição.
$\theta$	conteúdo volumétrico de umidade [m <sup>3</sup> de umidade / m <sup>3</sup> de material poroso].
$\theta_{ar}$	conteúdo volumétrico de ar [m <sup>3</sup> de ar seco e vapor / m <sup>3</sup> de material poroso].
$\theta_l$	conteúdo volumétrico de líquido [m <sup>3</sup> de H <sub>2</sub> O <sub>[l]</sub> / m <sup>3</sup> de material poroso].
$\theta_v$	conteúdo volumétrico de vapor condensável [m <sup>3</sup> de H <sub>2</sub> O <sub>[v]</sub> condensável / m <sup>3</sup> de material poroso]
$\rho$	massa específica [kg m <sup>-3</sup> ].
$\sigma$	tensão superficial [N m <sup>-1</sup> ].
$\tau$	tortuosidade.
$\omega$	conteúdo mássico de umidade [kg/kg].
$\psi$	pressão capilar.
$\zeta$	relação entre gradientes de temperatura ( $\zeta = (\nabla T)_a / \nabla T$ )

#### Subíndices

ar	ar.
c	capilar.
ef	efetivo.
ext	externo(a).
int	interno(a).
o	matriz sólida.
l	líquido.
m	médio.

## *Simbologia*

---

r	referência.
s	sólido.
v	vapor.
v <sub>s</sub>	vapor saturado.
w	molhante.
nw	não-molhante.

### Superíndices

r	relativo(a), referência.
o	instante anterior.
ant	iteração anterior.

## RESUMO

O cálculo do consumo de energia de edificações, em pacotes computacionais como o DOE-2, normalmente considera que o calor é transferido através do envoltório puramente por condução. Isto é verdade quando se trata de material não poroso. Entretanto, o material comumente usado em construção civil é poroso, havendo no seu interior ar e água em suas diferentes fases. Desta forma, as paredes estão submetidas a gradientes de temperatura e de conteúdo de umidade e os fenômenos de transferência de calor e de umidade ocorrem simultaneamente e são altamente interdependentes.

A fim de que se possa estudar o efeito da umidade em material de construção civil, desenvolveu-se neste trabalho um código de transferência combinada de calor e umidade em elementos porosos de edificações. Este código é dividido em duas partes. A primeira é formada por rotinas de cálculo que permitem a avaliação dos coeficientes de transporte do modelo de transferência de calor e de umidade. Esses coeficientes são derivados a partir da porosidade, permeabilidade, pressão capilar, isoterma de adsorção e condutividade térmica do meio seco que são calculadas através de modelos que usam apenas a função de distribuição de poro e isoterma de adsorção. A segunda parte é formada por modelos de transferência de calor e de umidade – TCU – que são escolhidos conforme a necessidade em termos de precisão e velocidade de simulação e, também, da disponibilidade e confiabilidade de dados de propriedades higrotérmicas. Os modelos TCU propostos são concebidos segundo uma nova metodologia de cálculo que torna o método numericamente estável, permitindo aumentar o passo de tempo com um prejuízo mínimo de precisão de cálculo, através de duas novas considerações. A primeira considera o vapor trocado entre superfícies e o ar como uma função linear da temperatura e do conteúdo de umidade no lugar de uma função da concentração de vapor. A segunda introduz um algoritmo de solução generalizado para resolver simultaneamente as equações governantes.

Para concluir o trabalho, apresenta-se a importância de se levar em conta a transferência acoplada de calor e umidade na avaliação de consumo anual de energia e de cargas de pico ao compará-los com valores obtidos pela transferência de calor pura. Mostra-se também que para muitas aplicações, modelos TCU simplificados podem levar a ótimos resultados com alta redução do tempo de execução e um menor número de variáveis de entrada. Além disso, demonstra-se que a precisão fornecida pelo uso de coeficientes de transporte, gerados através da função de distribuição de volumes de poros e isoterma de adsorção, pode levar a boas avaliações de fluxos de calor latente e sensível em elementos porosos de edificações.

## **ABSTRACT**

### **Models for Predicting Heat and Moisture Transfer in Porous Building Elements**

The calculation of energy consumption in buildings, using software such as DOE-2, normally assumes that heat is transferred through building envelopes by pure conduction. That is only true when there are no pores within the materials. However, because most of the materials used in building construction are porous, they contain air and water in its different phases. This causes walls to be subjected to thermal and moisture gradients, so in addition to heat transfer, mass transfer occurs simultaneously and both of each are highly interdependent.

In order to study the moisture influence on higrthermal performance of building materials, we have developed a code of coupled heat and moisture transfer in porous building elements. This code is divided into two parts. The first part contains calculus routines that allows evaluation of transport coefficients. These coefficients are derived from porosity, permeability, suction capilar pressure, sorption isotherm and dry-basis thermal conductivity, which are calculated from mathematical models that use only pore size distribution and sorption isotherm. The second part is composed of heat and moisture transfer models, called TCU models, the choice of which is determined based on three factors: precision, simulation speed and both availability and reliability of higrthermal properties. The TCU models proposed are conceived according to a new methodology – to capacitate raising the time step, with a minimum loss of accuracy by becoming numerically stable as a result of two new considerations. The first of which takes into account the vapor exchanged between the wall surfaces and the air, as a linear function of temperature and moisture content, rather than vapor concentration. The second of which introduces a new generic algorithm to solve simultaneously the governing equations.

In conclusion, we show how important the moisture field is in conduction calculation to estimate both peak load and yearly energy consumption by comparison with values obtained by pure conduction transfer. We also observe that in most cases simplified TCU models may lead to very good results and significantly reduce the simulation run-time and the required number of inputs. In addition, we verify that the use of transport coefficients, generated by pore size distribution and sorption isotherm, may result in a very good evaluation of sensible and latent conduction through porous building elements.

## **CAPÍTULO 1**

### **INTRODUÇÃO**

Sucessivas crises de abastecimento de petróleo, associadas a longos períodos de instabilidade política e recessão econômica, deram origem, nos 1970s, ao crescente interesse mundial em estudos de conservação de energia. Por exemplo, só nos E.U.A., foram desenvolvidos diversos software - destacando-se os códigos BLAST (1977), DOE-1 (1978), NBSLD (1974) e TRNSYS (1975) - para simular o comportamento termoenergético de edificações e para adotar políticas racionais de conservação de energia.

No entanto, uma parte considerável dos programas existentes de simulação podem apresentar cenários discrepantes do que realmente ocorre em edificações no que concerne aos fenômenos termofísicos, devido às simplificações nos processos fluido-térmicos presentes. Estas simplificações incluem, entre outras, adsorção e dessorção de umidade, fluxo de ar entre espaços, condução de calor bi e tridimensional e migração de umidade em elementos porosos, a qual é abordada neste documento.

A difusão de calor através de envoltórios, em programas de simulação térmica, é usualmente calculada pela lei de Fourier, considerando somente o transporte puro de calor por condução. Isto é verdade quando se trata de material não poroso; entretanto, o material comumente usado em construção civil é poroso, havendo no seu interior ar e água em suas diferentes fases. Desta forma, as paredes estão submetidas a gradientes de temperatura e de conteúdo de umidade, e como mostra Philip e De Vries (1957), os fenômenos de transferência de calor e umidade ocorrem simultaneamente e são interdependentes.

A umidade no material passa por processos de mudança de fase e migra através de diferentes mecanismos, conforme se expõe no capítulo 2. Este fenômeno modifica a dinâmica termofísica do envoltório e, como conseqüência, as características internas que influenciam o nível de conforto e o consumo de energia do ambiente.

Calor e umidade interagem-se da seguinte maneira no balanço energético: a condensação ou evaporação da água corresponde a um termo fonte - calor latente; a capacidade térmica específica ( $\rho c$ ) e a condutividade térmica são corrigidas pelo conteúdo de umidade. Da mesma



forma, o balanço de massa é dependente da temperatura, pois as propriedades de transporte de umidade não dependem apenas do conteúdo de umidade, mas também da temperatura. Ademais, o transporte e armazenamento de umidade em meios porosos é função de gradientes de temperatura e de conteúdo de umidade. Isto torna obrigatório o acoplamento e a solução simultânea das equações de conservação de energia e de massa.

Assim, o fortalecimento do estudo do comportamento higrotérmico de material de construção é de grande valor em decisões de adoção de política de conservação de energia, pois possibilitam que dimensionamentos de equipamentos e estimativas de consumo de energia em ambientes se façam de forma mais precisa, uma vez que contabilizam fluxos de calor trocados tanto sensíveis como latentes com elementos porosos de edificações.

Além das predições de condições internas, de cargas e de níveis de conforto, o modelamento acoplado de calor e umidade serve para estimar graus de degradação e deterioração de componentes de edificação e desempenho de equipamentos de condicionamento de ar.

Para estudar o efeito dinâmico da umidade, Fairey e Kerestecioglu (1985), ambos do centro de energia solar da Flórida - FSEC, desenvolveram uma técnica chamada MADAM (Moisture Absorption and Dessorption Analysis Method ). Com MADAM, um código de elementos finitos conhecido por FEMALP ( Finite Elements Methods Applications Language Program) resolve o fenômeno combinado de transferência de calor e massa em interfaces sólido-ar. O resultado é expresso em coeficientes que determinam a taxa com que a umidade é adsorvida ou desorvida de superfícies porosas. Estes coeficientes estão sendo usados no MADTARP, uma versão especial do programa TARP, para investigar os efeitos da umidade na performance e nas condições de conforto em sistemas de condicionamento de ar.

Cunningham (1988) desenvolveu um modelo matemático para materiais higroscópicos em estruturas planas. Fez-se, para o modelo, uma analogia elétrica com resistências para o fluxo de vapor e uma aproximação do tipo exponencial que considera os coeficientes de transporte hídricos constantes.

Kerestecioglu e Gu (1989) investigaram o fenômeno através da teoria cognominada "evaporação e condensação", que trabalha com um conjunto de equações espacialmente distribuídas para modelar detalhadamente a parte sólida e que são resolvidas através do método de elementos finitos. Estas soluções são interfaceadas com as equações no domínio do ar - formulação "lumped". A aplicação desta teoria limita-se a materiais insaturados, com baixos conteúdos de umidade, onde se afirma que há o transporte de massa apenas na fase gasosa, porém o conteúdo de líquido é alterado e influencia o transporte de vapor d'água.

Kerestecioglu et al. (1990) desenvolveram um método simplificado conhecido por "Effective Moisture Penetration Depth - EMPD", para analisar o transporte de umidade em edificações e para ser incorporado facilmente em softwares de simulação energética de edificações, através de uma formulação "lumped" requerendo menor tempo computacional; entretanto, o esforço necessário para obter valores apropriados de "EMPD" pode ser substancial. Ademais, este método limita-se a aplicações de simulações de curtos períodos de tempo. Este conceito foi usado para modificar o código TRNSYS [5] a fim de modelar simultaneamente calor e massa. No entanto, algumas simulações apresentaram certas instabilidades numéricas. A aplicação da teoria limita-se a materiais com baixos conteúdos de umidade, e os autores pedem que a utilização desse conceito seja feita com muita cautela e bom julgamento e que há diferentes valores de "EMPD" para diferentes condições de operação; isto dificulta o uso dessa teoria simplificada.

Wong, 1990, simulou o fenômeno acoplado, através do método de diferenças finitas, fazendo as seguintes simplificações: transiente de calor e massa unidimensional; material de construção homogêneo; coeficientes de transferência de calor e massa constantes; propriedades homogêneas para a corrente de ar que flui sobre a superfície da edificação; efeitos de canto são desprezíveis. Entretanto, seu estudo de simulação visou a comparação com uma câmara específica de teste, utilizando uma formulação restrita ao estudo da câmara condicionada, sem levar em conta, por exemplo, o problema da migração de umidade na interface de camadas de materiais diferentes.

Burch e Thomas (1991) desenvolveram o programa MOIST, através do método de diferenças finitas para condições transientes e fluxo unidimensional que prediz a transferência de calor e umidade em paredes compostas sob condições não isotérmicas. A condutividade térmica foi considerada constante e o efeito de histerese nas isotermas foi representado por uma média entre os processos de adsorção e dessorção. O transporte de calor latente, no modelamento da equação da conservação da energia, é incluído apenas nos contornos das camadas. Os coeficientes de transporte associados aos gradientes de temperatura e de umidade foram calculados em função da permeabilidade ao vapor. O transporte de água líquida é desprezado, pois é considerado que não haja continuidade da fase líquida, limitando o uso do código MOIST a conteúdos inferiores ao conteúdo de umidade residual.

Spolek (1991) usou um modelo com coeficientes de transportes constantes, desprezando a migração de umidade sob gradientes de temperatura, para examinar a transferência de calor e umidade em paredes tipicamente americanas. Observou que a madeira é o material que contribui

mais fortemente para a fixação de umidade e, mesmo em condições climáticas de verão, o conteúdo de umidade médio nesse material é alto, contribuindo para o deterioramento da camada externa da parede.

Pedersen (1991) desenvolveu o código MATCH (Moisture and Temperature Calculations for Constructions of Hygroscopic Materials) que leva em conta não só o transporte de vapor, mas também o de líquido para umidades acima do conteúdo crítico, o qual é de difícil obtenção. Ele também considera o fenômeno de fusão/solidificação nas equações de balanço, mas a estrutura porosa é considerada inalterável. Como os outros autores, Pedersen, também, embutiu as parcelas relacionadas à mudança de fase no termo fonte de sua equação de conservação de energia. Isto pode provocar erros grandes para elevados passos de tempo e instabilidades da solução computacional.

Cunningham (1992) estudou o fenômeno analiticamente, utilizando condições de contorno periódicas e coeficientes de difusão variáveis linearmente tanto com a temperatura como com a umidade. Entretanto, a condutividade térmica foi considerada constante e o número de Fourier muito maior que 1, tornando linear o perfil de temperatura. Os termos dependentes do tempo de ordem superior a 2 foram desprezados.

El Diasty et al. (1993a), com o objetivo de avaliar as condições de umidade em superfícies de materiais, resolveram as equações governantes de transferência de umidade analiticamente em conjunto com uma formulação numérica. O problema foi considerado isotérmico com coeficientes de transporte constantes. A histerese das isotermas foi desprezada e se estabeleceu a pressão parcial de vapor como o principal mecanismo motriz de transporte de umidade através da estrutura porosa.

Galbraith e McLean (1993) desconsideraram o efeito da temperatura no transporte de umidade e estimaram os coeficientes de transporte de líquido e de vapor a partir de dados de permeabilidade. A motivação do trabalho adveio de observações quanto à importância do transporte de líquido para umidades relativas acima de 60%. Embora o modelo trabalhe tanto no estado pendular como funicular, ele apresenta problemas em situações não-isotérmicas.

Bueno (1994) realizou estudos de transferência de calor e umidade - para analisar o comportamento higrotérmico de telhas porosas - e concluiu que é importante favorecer os fenômenos de condensação noturna e de evaporação diurna na superfície da telha, para possibilitar o surgimento natural de condições de conforto térmico. Entretanto, em suas simulações computacionais, Bueno teve de se limitar a um passo de tempo de 0.1s em razão de problemas de divergência numérica decorrentes do método de solução utilizado (TDMA).

Liesen (1994) usou a teoria da evaporação-condensação para construir modelos de transferência de calor e massa usando o método de funções de transferência no software de simulação térmica em edificações IBLAST - Integrated Building Load Analysis and System Thermodynamics. O método utilizado levou-o a trabalhar com propriedades higrotérmicas constantes; a aplicação da teoria usada por Liesen restringe-se a casos onde há baixos conteúdos de umidade, não havendo transferência mássica por capilaridade. A grande vantagem da utilização do método é a rapidez de simulação.

Couture (1995), para acelerar simulações de fenômenos de secagem realizadas com passos de tempo de 0.1 s, utilizou um método de solução iterativa, permitindo adotar a cada instante um passo de tempo em função de uma intensidade de acoplamento das variáveis dependentes. Atingiu-se, com este método, passos de tempo de até 300 s. Normalmente, os códigos de transferência de calor e umidade em edificações conseguem usar passos de tempo de 1 hora porque com a inclusão de camadas de pintura, reduzem-se fortemente os termos fontes associados à mudança de fase nas superfícies das paredes. Entretanto, provocam-se erros ao resolver individualmente equações governantes altamente acopladas.

Yik et al. (1995) desenvolveram um modelo simplificado, integrado com modelos de componentes de sistema de condicionamento de ar, que emprega a teoria da evaporação-condensação com permeabilidade diferencial. É um modelo rápido, porém é aplicável apenas a materiais que permaneçam no estado pendular.

Tsongas et al. (1995) aperfeiçoaram o código MOIST com a adição de rotinas para previsão de umidade relativa interna através de dados como clima externo, temperatura interna, volume da edificação e taxa interna de geração de umidade, mostrando que, atualmente, os resultados obtidos com esse código aproximam-se mais de valores obtidos em experimentos. Contudo, a temperatura interna é considerada constante como nos demais códigos.

Simonson et al. (1996) estudaram os efeitos no fluxo de calor em fibra de vidro sujeita a mudanças de fase líquido/vapor e sólido/líquido. Usaram um modelo simplificado adotando coeficientes de transporte de massa constantes e a condutividade efetiva foi assumida como uma média ponderada pela porosidade e condutividade das quatro fases presentes. Os resultados mostraram-se próximos aos obtidos por experimentos apenas para baixíssimos conteúdos de umidade.

Em síntese, os trabalhos desenvolvidos até então na área de transferência de calor e umidade, possuem limitações como desconsideração da fase líquida - trabalhando apenas no estado pendular, adoção de coeficientes de transporte constantes e problemas relacionados às

baixas velocidades de simulação, à instabilidade de solução e ao passo de tempo. Isso tudo está associado tanto ao modelo de transferência de calor e umidade como à falta de informações sobre propriedades higrotérmicas e suas variações com conteúdo de umidade e temperatura.

Para estudo do efeito dinâmico da umidade em material de construção civil, examinadas as limitações de modelos usados por autores supracitados, desenvolve-se, neste trabalho, o código *UMIDUS*, que é constituído por um conjunto de modelos de transferência de calor e umidade e de geração de coeficientes de transporte variáveis.

O *UMIDUS* possui um modelo dinâmico de transferência combinada de calor e massa em edificações em sua forma completa, permitindo que se trabalhe com paredes compostas e sem restrições de conteúdos de umidade do material, através do método de volumes finitos, proposto por Patankar (1980). O fenômeno de histerese é desconsiderado e adota-se uma curva média entre as isotermas de adsorção e dessorção. As condições de contorno no equacionamento energético são de convecção e radiação e as simulações são executadas para dados climáticos horários de arquivos TMY. Os coeficientes convectivos de troca de calor e massa na face interna são considerados variáveis.

Devido tanto à difícil obtenção de coeficientes de transporte de energia, de líquido e de vapor que atendam a toda a variedade de materiais usados em construção, como também à baixa velocidade de simulação do fenômeno acoplado, avaliam-se novas formas de solução das equações governantes e derivam-se, do modelo acima citado, diferentes submodelos, estabelecendo um algoritmo matemático rápido apropriado à incorporação em pacotes computacionais de simulação rápida sem limitações no passo de tempo em qualquer tipo de configuração de parede. Este estudo é feito em parte pelo desenvolvimento de um método que assegura estabilidade numérica ao sistema de equações – devido ao tratamento matemático dado às trocas de massa nos contornos e ao desenvolvimento de um algoritmo de solução simultânea das equações governantes –, e pela análise de sensibilidade do fluxo de calor em paredes de diversos materiais sujeitas a diferentes condições climáticas. Para suprir a falta de propriedades higrotérmicas e dado ao fato de que um determinado material nunca possui a mesma distribuição de poros, o que modifica suas propriedades de transporte, tem-se trabalhado com modelos para geração de dados de coeficientes de transferência de calor e massa, criando um programa independente do conhecimento de todas as propriedades higrotérmicas.

A Figura 1.1 mostra esquematicamente como funciona esse código capaz de executar simulações com rapidez e precisão. Conforme essa figura, o programa é composto

fundamentalmente de dois módulos: Processador de dados e modelos de transferência de calor e de umidade (TCU).

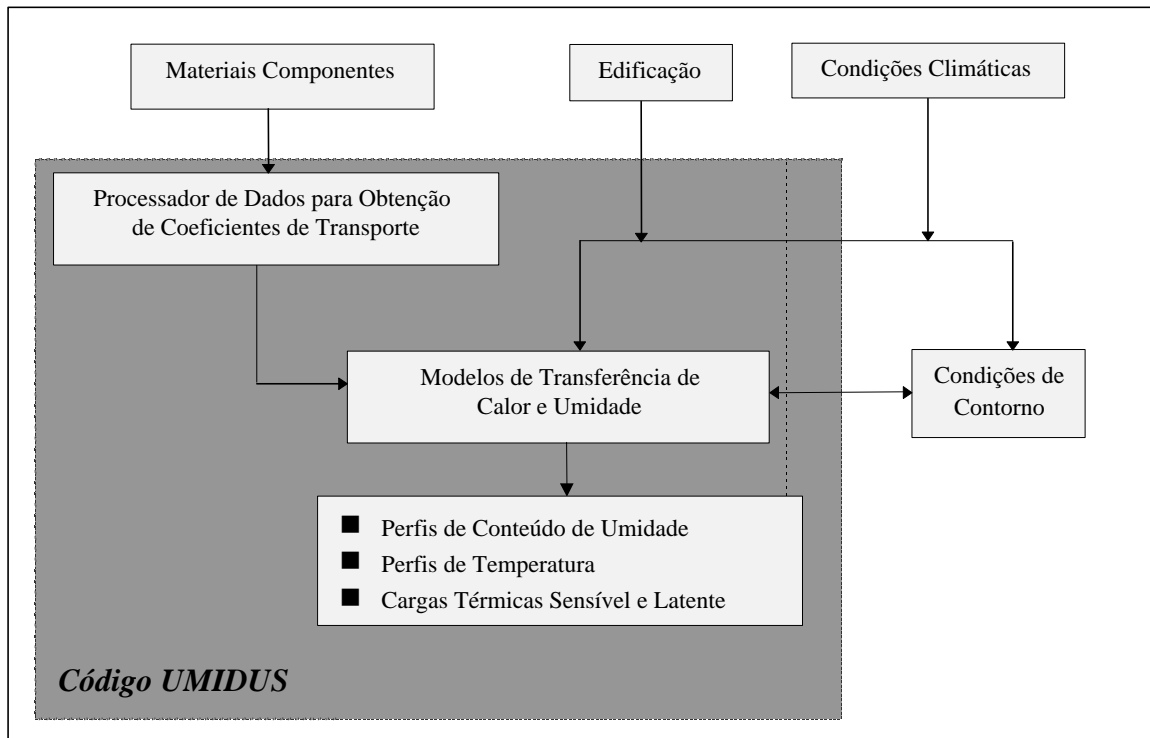


Figura 1.1: Esquema de interação do código *UMIDUS*.

O programa pode ser habilitado a trabalhar independentemente, como é o caso do *MOIST*, ou em interação com um software de apoio, para alimentação das condições de contorno.

Os dados mínimos necessários para simular transferência de calor e umidade em paredes porosas, usando o *UMIDUS*, são apenas a curva isotérmica de adsorção e de intrusão de mercúrio, além de dados básicos como densidade, calor específico e condutividade térmica para material seco.

Essa introdução é seguida pelo capítulo 2 que aborda o fenômeno físico e apresenta modelos de transporte de umidade e de propriedades em meios porosos. O Primeiro módulo do código – que é o processador de dados – é estudado através dos capítulos 2 a 5. O capítulo 3 trata da revisão de modelos de permeabilidade para gerar os coeficientes de transporte da fase líquida no meio, dando enfoque ao modelo de Reznik (1971). No capítulo 4 estuda-se a determinação dos coeficientes de transporte de massa através de modelos abordados nos capítulos 2 e 3. No

capítulo 5, desenvolvem-se e aplicam-se modelos para estimativa da condutividade térmica efetiva em meios saturados e insaturados.

O módulo de modelos de transferência de calor e umidade é abordado nos capítulos 6,7 e 8. O capítulo 6 apresenta a formulação matemática de transferência de calor e umidade, derivada do modelo de Philip e DeVries (1957), adaptando-o para edificações. O capítulo 7 apresenta novas técnicas que permitem acelerar simulações com estabilidade sob quaisquer condições. O alcance dessa estabilidade deve-se, em parte, ao novo método de solução - que poderia ser chamado de TDMA generalizado, resolvendo as equações de forma simultânea - e também à nova formulação dada ao fluxo de vapor trocado entre as superfícies da parede e o ar envolvente. Observa-se, através de resultados mostrados no capítulo 7, que é possível adotar passos de tempo de até um dia, sem grandes distorções no cálculo de consumo de energia.

No capítulo 8, são feitos estudos adicionais de sensibilidade tanto para simplificação das equações governantes, para diferentes configurações de envelopes e climas, como para avaliação do comportamento dos modelos de geração de coeficientes de transporte. Analisa-se, ainda no capítulo 8, a importância da consideração de umidade em cargas térmicas de condução para diferentes situações, enquanto no capítulo 9 são apresentadas as conclusões gerais do trabalho.

## **CAPÍTULO 2**

### **ASPECTOS FENOMENOLÓGICOS DO TRANSPORTE DE CALOR E UMIDADE EM MEIOS POROSOS**

#### 2.1 - Introdução

Apresenta-se, neste capítulo, uma descrição de um meio poroso com os fenômenos físicos de transferência e fixação de umidade que ocorrem em seu interior. Descreve-se, ao final, modelos matemáticos para avaliação da transferência de umidade e seus coeficientes.

#### 2.2 - Meio poroso

Os materiais porosos estão em toda parte. Eles estão presentes nas edificações, no caso dos tijolos, argamassa, telhas, concreto, arenito, madeira etc.

Interessando-se especificamente por material de construção civil, a preocupação é voltada para a transferência de calor e umidade, ou seja, como as moléculas d'água são fixadas, transportadas e de que forma interagem com a estrutura porosa dos materiais comumente utilizados em edificações. Os fenômenos de migração são fortemente dependentes do complexo aspecto morfotopológico do espaço poroso. Os poros, espaços livres de sólidos distribuídos no interior da estrutura sólida, caracterizam a permeabilidade do meio, ou seja, permitem o escoamento de fluidos.

Os materiais utilizados em edificações podem ser representados, como mostrado na Figura 2.1, por uma estrutura sólida porosa, física e quimicamente independente do fluido nela contido. Este é composto pela água na forma líquida e pelo ar e vapor d'água na forma gasosa.

É importante salientar que se supõe que a água em questão flua sem afetar a estrutura ou a composição química do meio.



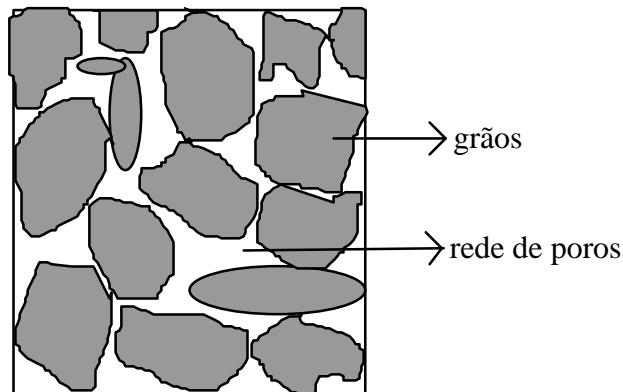


Figura 2.1 - representação esquemática de um meio poroso.

### 2.3 - Conceitos básicos

Na formulação do fenômeno de transferência de calor e umidade em meios porosos, há certas entidades físicas, cujas definições são relevantes:

**Porosidade** ( $\eta$ ) - Razão entre o volume do espaço poroso e o volume total do sólido envolvente;

**Grau de saturação** ( $s$ ) - Razão entre o volume de líquido e o volume de vazios;

**Umidade relativa** ( $h$ ) - razão entre a fração molar de vapor d'água no ar úmido e a fração de vapor de água no ar saturado a mesma temperatura com pressão total. Para gases perfeitos pode-se defini-la como a relação entre a pressão parcial de vapor e a pressão de saturação correspondente à mesma temperatura.

**Conteúdo volumétrico de umidade** ( $\theta$ ) - volume de água nas fases líquida e gasosa condensável presente no meio dividido pelo volume total do meio;

$$\theta = s\eta. \quad (2.1)$$

assumindo que o volume condensável seja muito menor que o da fase líquida, pode-se afirmar que o conteúdo volumétrico de umidade é igual ao conteúdo da fase líquida ( $\theta_l$ ).

$$\theta_l = s\eta. \quad (2.2)$$

**Conteúdo de umidade crítico** ( $\theta_k$ ) – conteúdo volumétrico de umidade mínimo para não haver rompimento da continuidade da fase líquida;

**Conteúdo volumétrico de ar** ( $\theta_{ar}$ ) - volume de ar ( ar seco + vapor d'água) presente no meio dividido pelo volume total do meio. A relação entre o conteúdo volumétrico de ar e o conteúdo de umidade é,

$$\theta_{ar} = \eta - \theta_1. \quad (2.3)$$

**Tortuosidade** ( $\tau$ ) - quadrado da razão entre o comprimento do caminho efetivo médio,  $L_e$ , no meio poroso e a distância mais curta,  $L$ , medida numa determinada direção,

$$\tau = \left( \frac{L_e}{L} \right)^2. \quad (2.4)$$

#### 2.4 - Fenomenologia Física

Os fenômenos relacionados com a fixação e a transferência de umidade em meios porosos necessitam, para uma melhor compreensão física, de um estudo com abordagem microscópica. Faz-se, neste item, uma descrição simplificada do meio, ao nível do poro.

Para se compreender melhor os processos físicos que ocorrem no interior do meio poroso, são feitas subdivisões do processo de transferência. Na Figura 2.2, são mostrados os processos de fixação e transferência de umidade em uma estrutura porosa quando esta é submetida a um gradiente de pressão parcial de vapor entre as superfícies externa e interna. Materiais empregados em construção civil apresentam uma distribuição bastante extensa em diâmetros de poros, com poros muito finos facilmente preenchidos por líquido, representados pela região escura. Mostra-se, nesta figura, que podem existir poros preenchidos ou não por água, em função do conteúdo de umidade. Nos poros não preenchidos ocorre transferência de vapor por difusão, enquanto nos preenchidos as trocas de líquido ocorrem por condensação, migração capilar e evaporação.

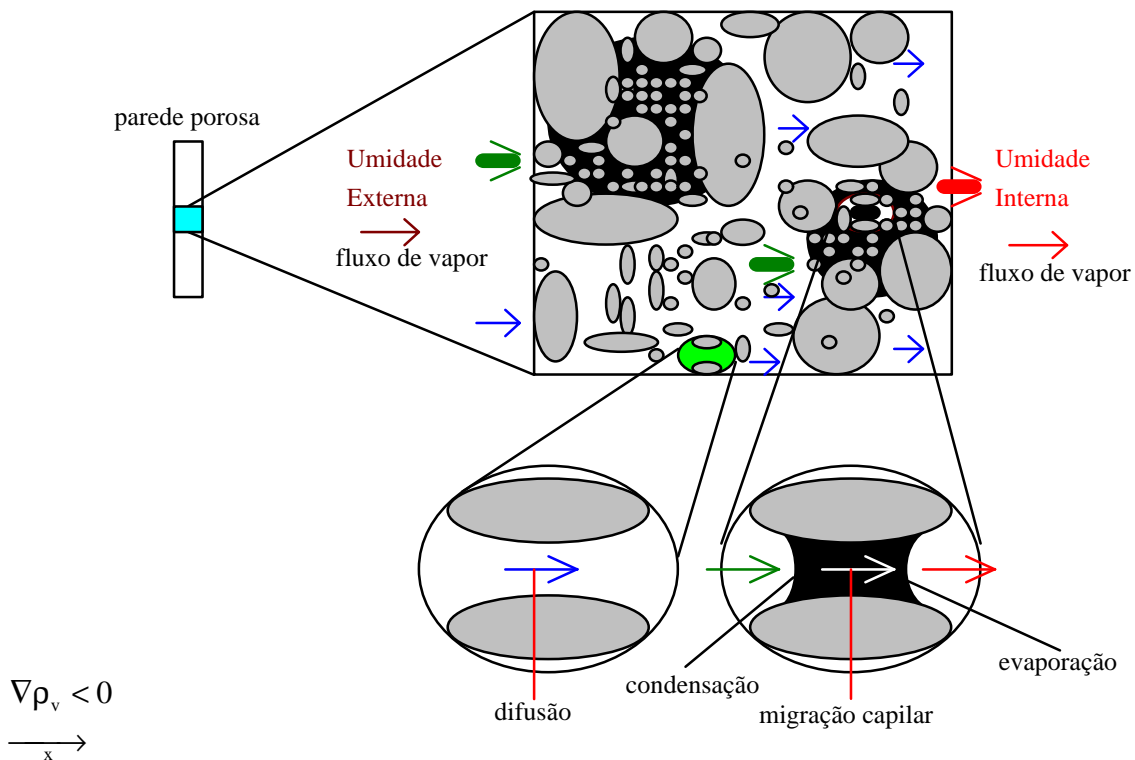


Figura 2.2: Transferência de umidade em uma parede porosa.

#### 2.4.1 - Mecanismos de fixação de umidade em meios porosos

As moléculas d'água, na fase líquida, aderidas a uma superfície, podem ser de natureza pluvial e/ou originadas da condensação de vapor d'água do ar circundante. A fase vapor pode migrar diretamente na estrutura. A fixação de vapor na superfície dos poros pode ocorrer através de processos de adsorção física e, nos poros mais finos, através de condensação capilar.

##### 2.4.1.1 - Adsorção física

O mecanismo de adsorção física foi primeiramente interpretado por Langmuir em 1918 (Fernandes, 1990); segundo o autor, no equilíbrio há taxas iguais de condensação e evaporação sobre a superfície sólida considerando a formação de uma camada única de moléculas sobre a estrutura sólida, a chamada teoria monomolecular.

A interpretação de Langmuir foi seguida e aperfeiçoada por Brunauer, Emmet e Teller (BET) em 1938 (Fernandes, 1990), estabelecendo que a superfície de poros é recoberta por várias camadas moleculares superpostas (teoria da adsorção multimolecular ou BET), e o estado

de equilíbrio corresponde à situação onde há evaporação numa determinada camada de moléculas sobre a superfície sólida e condensação numa camada imediatamente inferior.

Posteriormente, o modelo BET foi aperfeiçoado, originando o modelo atualmente conhecido como modelo GAB, em homenagem aos autores Guggenheim, Anderson e De Boer (Fernandes, 1990). Segundo Merouani (1987), o modelo GAB é o que melhor se ajusta às curvas isotérmicas de equilíbrio. Descreve-se, no item 2.7.1.2, o modelo GAB em detalhes.

#### 2.4.1.2 - Condensação capilar

A condensação capilar pode ser vista como o mecanismo que faz com que a fase líquida preencha determinados poros. A Figura 2.13.b apresenta esquematicamente a água na situação de condensação capilar.

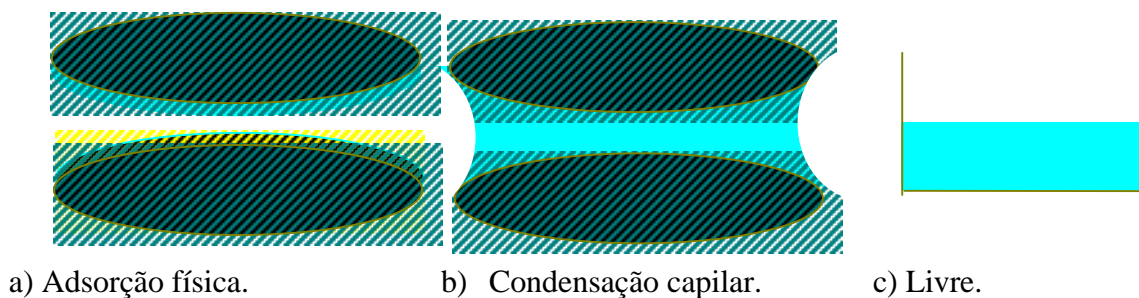


Figura 2.3: Diferentes situações da fase líquida.

Neste fenômeno, forma-se uma superfície curva separando as fases líquida e gasosa que, através de seus dois raios principais de curvatura ( $r_1$  e  $r_2$ ) e da tensão superficial ar-água, relaciona-se com a pressão capilar  $p_c$ , dada pela lei de Laplace:

$$p_c = p_o - p_1 = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right); \quad (2.5)$$

as pressões  $p_o$  e  $p_1$  podem ser visualizadas através da Figura 2.4.

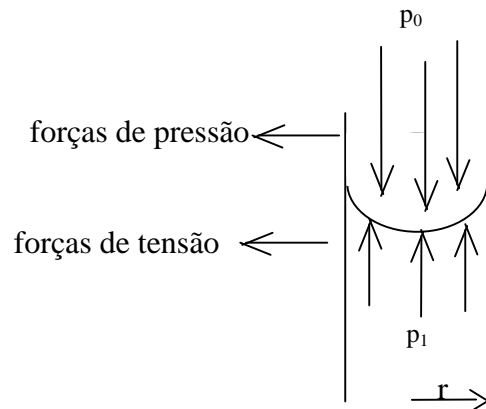


Figura 2.4: Representação esquemática de um fluido molhante em um cilindro de pequeno diâmetro.

A lei de Kelvin estabelece que quando se tem o equilíbrio termodinâmico entre as fases vapor e líquido, elas se encontram dentro de um mesmo nível energético ou num mesmo potencial. Ela pode ser expressa genericamente por:

$$\phi_l = \phi_v = \rho_l \frac{RT}{M} \ln h, \quad (2.6)$$

onde:  $\phi_l$  e  $\phi_v$  são os potenciais correspondentes ao líquido e vapor, respectivamente, expressos em unidades de pressão.

Na ausência de adsorção física, quando a fixação ocorre puramente por condensação capilar, o potencial se iguala à pressão capilar, levando à seguinte expressão:

$$\phi = \rho_l \frac{RT}{M} \ln h = -\sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad (2.7)$$

Para uma interface esférica de raio  $r_e$ ,  $r_1 = r_2 = r_e$ , logo tem-se:

$$\phi = \rho_l \frac{RT}{M} \ln h = \frac{-2\sigma}{r_e}, \quad (2.8)$$

ou, explicitamente para a umidade relativa, tem-se:

$$h = \exp\left(\frac{-2\sigma}{r_e \rho_l} \frac{M}{RT}\right). \quad (2.9)$$

A condição de estabilidade da interface se escreve:

$$r_e \geq r / \cos \alpha, \quad (2.10)$$

onde  $r$  é o raio do poro.

Isto caracteriza uma condição necessária para haver condensação capilar.

O mecanismo de fixação por capilaridade tem início quando a espessura da camada d'água adsorvida for suficientemente grande para que a força intermolecular seja mais importante que a força entre a fase líquida e a superfície sólida. Adamson (1990) apresenta em detalhes tais fenômenos de adsorção física e condensação capilar.

#### 2.4.2 - Mecanismos de transferência de umidade em meios porosos

A umidade é transferida no interior do meio poroso através de diferentes mecanismos de transporte, os quais encontram-se representados esquematicamente na Figura 2.2.

O vapor d'água é transferido para o interior através do fenômeno de difusão e a fração condensada através do fenômeno da capilaridade.

O processo de difusão ocorre na presença de um gradiente de pressão parcial que faz com que as moléculas de vapor tenham movimento relativo com as moléculas que compõem o ar.

No fluxo de fase líquida em poros, tem-se presente o fenômeno de capilaridade que é constituído pelas forças externas criadas por contato superficial, gradiente de pressão e peso de coluna de líquido. Forças do tipo osmóticas e intermoleculares não serão consideradas no presente trabalho. Da mesma forma, a transferência de umidade em camadas onde se tem adsorção física será completamente desprezada.

A concepção do fenômeno de transferência em um material poroso é feita por adoção de um volume de controle diferencial grande em relação à dimensão dos poros e pequeno em relação às dimensões do objeto. Neste volume, denominado volume elementar representativo (VER), as grandezas físicas assumem valores médios.

##### 2.4.2.1 - Transferência de líquido

A transferência de massa em sólidos relativamente homogêneos, como por exemplo os compostos orgânicos e gelatinosos, é bem descrita pela teoria da difusão molecular. Entretanto, em materiais de edificações e meios porosos em geral, a migração de umidade é fortemente influenciada pela estrutura porosa, o que não permite considerar que o fluxo de líquido seja governado pela teoria da difusão.

Para que haja invasão de água por capilaridade é necessário que a interação entre as moléculas do líquido seja mais importante que a interação delas com a superfície sólida, possibilitando a formação de pontes de líquido entre superfícies opostas.

A tensão interfacial caracteriza-se por um coeficiente  $\sigma$ , representando a força por unidade de comprimento da linha de separação entre as duas superfícies.

Aplicando-se a 2ª lei de Newton numa interface entre as fases vapor e líquido num cilindro de raio  $r$ , representado na Figura 2.4, tem-se:

$$\sum \overset{p}{F} = m \overset{p}{a}. \quad (2.11)$$

O processo sendo estático, a aceleração é nula, logo

$$\sum \overset{p}{F} = 0. \quad (2.12)$$

Havendo apenas forças de pressão e de tensão, tem-se para um poro cilíndrico com menisco esférico:

$$(p_0 - p_1)\pi r^2 = 2\pi r\sigma \cos \alpha, \quad (2.13)$$

$$(p_0 - p_1) = 2\sigma \cos \alpha / r, \quad (2.14)$$

onde  $p_0$  é a pressão da fase gasosa,  $p_1$  representa a pressão da fase líquida (Figura 2.4) e  $\alpha$  o ângulo de contato.

A transferência de líquido em meios insaturados, pode ser descrita macroscopicamente por uma extensão da lei de Darcy (Philip e De Vries, 1957), sob a seguinte forma:

$$\frac{j_l}{\rho_l} = -K \nabla \Phi, \quad (2.15)$$

onde:  $j_l$  é a densidade de fluxo de massa ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ );

$\rho_l$  a massa específica da fase líquida ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ );

$K$  a condutividade hidráulica (m/s);

$\Phi$  o potencial total (m.c.a.).

A condutividade hidráulica  $K$ , é definida como:

$$K = \frac{k_w g}{v(T)}, \quad (2.16)$$

onde:  $k_w$  é a permeabilidade da fase líquida  $\cong f(\theta)$

$v$  é a viscosidade cinemática do líquido ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

O potencial total pode ser visto como a soma de potenciais parciais (Philip e De Vries, 1957):

$$\Phi = \Phi_g + \Phi_m, \quad (2.17)$$

onde o primeiro termo representa um componente gravitacional que pode ser avaliado através de uma distância relativa na direção vertical -  $z$  - e o segundo como potencial de retenção associado às forças adesivas e ao efeito de capilaridade, podendo ser avaliado pela pressão capilar da água livre (Figura 2.3) em equilíbrio com a água do meio poroso, medida em relação à pressão atmosférica -  $\psi$ . Este potencial foi introduzido por Buckingham em 1907.

Despreza-se no potencial total qualquer gradiente de pressão atmosférica e os efeitos químicos e osmóticos, dentre outros. Desta forma, o potencial total pode ser representado por :

$$\Phi = \psi + z, \quad (2.18)$$

A função  $\psi$  da equação (2.18) depende tanto da temperatura como do conteúdo de umidade:

$$\psi = \psi(T, \theta), \quad (2.19)$$

$$\nabla\psi = \frac{\partial\psi}{\partial T} \nabla T + \frac{\partial\psi}{\partial\theta} \nabla\theta. \quad (2.20)$$

Philip e De Vries (1957) admitem que a dependência da pressão capilar em relação à temperatura é dada pela expressão (2.21), a qual considera a influência da temperatura apenas na tensão superficial:

$$\frac{\partial\psi}{\partial T} = \frac{\psi}{\sigma} \frac{\partial\sigma}{\partial T} = \gamma\psi, \quad (2.21)$$

$$\text{com } \gamma = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial\sigma}{\partial T}.$$

Peck (1960) incluiu os efeitos de expansão térmica das fases fluidicas, obtendo a seguinte expressão:

$$\frac{\partial\psi}{\partial T} = \gamma\psi + \frac{\beta_T \theta T p_h + V(p_h - \gamma T \psi)}{T \left( p_h \frac{\partial\theta}{\partial\psi} - V \right)}, \quad (2.22)$$

onde  $\beta_T$  é o coeficiente de expansão térmica da água,  $p_h = \psi + p_{\text{atm}}$  e  $V$  o volume de ar contido no meio poroso. O segundo membro do lado direito da expressão (2.22) sendo positivo, nota-se que a relação  $\frac{\partial\psi}{\partial T}$  será sempre superior àquela fornecida pela expressão (2.21).

No entanto, a expressão (2.21) sugerida por Philip e De Vries é de uso mais simples, sendo perfeitamente válida em faixas pequenas de temperatura, onde não há grandes variações volumétricas das fases e, ademais, não necessita do conhecimento prévio do volume de ar  $V$ .



É importante salientar ainda que o potencial de sucção ou retenção depende também do processo. Este fenômeno, que altera os valores de  $\psi$  se o processo for de secagem ou umidificação, denomina-se histerese. Os modelos empíricos para a determinação da relação histerética  $\psi \times \theta$  ou  $h \times \theta$  mostram-se satisfatórios para meios porosos específicos, mas, em geral, eles não foram validados (Molenda, 1991).

Combinando-se as equações (2.15), (2.20) e (2.21), obtém-se:

$$\frac{j_l}{\rho_l} = -K\gamma\psi\nabla T - K\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\nabla\theta - K\hat{i}, \quad (2.23)$$

onde  $\hat{i}$  é o vetor unitário na direção da gravidade, positivo para cima que possui sentido e direção iguais ao do vetor aceleração da gravidade.

A equação (2.23) pode ser escrita na forma:

$$\frac{j_l}{\rho_l} = -D_{Tl}\nabla T - D_{\theta l}\nabla\theta - K\hat{i}, \quad (2.24)$$

onde os coeficientes dos dois primeiros termos são de transporte, parcelados em frações térmica e hídrica, associados aos seus respectivos gradientes. O último termo da expressão (2.24) representa o componente gravitacional do fluxo de líquido.

Então, pode-se definir os coeficientes de transporte de líquido associados aos gradientes de temperatura e conteúdo de umidade como:

$$D_{Tl} = K\gamma\psi \quad (2.25)$$

e

$$D_{\theta l} = K\frac{\partial\psi}{\partial\theta}. \quad (2.26)$$

#### 2.4.2.2 - Transferência de vapor

O transporte de vapor em um meio poroso pode se dar tanto por difusão como por efusão, com forças motrizes oriundas do gradiente de concentração de vapor d'água. A diferença está na resistência ao escoamento. Na difusão, esta resistência é predominantemente devida à colisão entre as moléculas de vapor e do ar, enquanto na efusão ela está associada à colisão entre as moléculas de vapor e as superfícies sólidas. O número de Knudsen,  $K_n$ , distingue os dois mecanismos, e é definido como:

$$K_n = \frac{l_m}{2r}, \quad (2.27)$$

onde  $l_m$  representa o livre percurso médio das moléculas e  $r$  o raio do poro. Para números de Knudsen pequenos ( $K_n \ll 1$ ) se tem transporte por difusão, enquanto no caso contrário o mecanismo predominante é a efusão.

A lei de Fick, regendo a transferência de vapor em meios porosos, numa abordagem macroscópica, é descrita por Philip e De Vries sob a seguinte forma:

$$j_v = -D_a v \theta_{ar} \tau \nabla \rho_v, \quad (2.28)$$

onde:  $j_v$  é a densidade de fluxo de massa de vapor ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ );

$D_a$  o coeficiente de difusão de vapor no ar ( $\text{m}^2/\text{s}$ );

$\tau$  o fator que descreve a tortuosidade do meio.

O fator  $v$  da equação (2.28) é um fator de correção devido à diluição de vapor no ar. Pode-se escrevê-lo da seguinte forma:

$$v = \frac{p_0}{p_0 - p_v}, \quad (2.29)$$

onde:  $p_0$  é a pressão atmosférica.

$p_v$  é a pressão parcial de vapor.

Este coeficiente é, normalmente, muito próximo da unidade.

Considerando o vapor como gás perfeito, a massa específica - função da temperatura e da pressão parcial de vapor - é dada pela equação de Clapeyron:

$$\rho_v = \frac{p_v M}{RT}, \quad (2.30)$$

Derivando-a, tem-se:

$$\nabla \rho_v = \frac{\partial \rho_v}{\partial p_v} \nabla p_v + \frac{\partial \rho_v}{\partial T} \nabla T, \quad (2.31)$$

sendo

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial p_v} = \frac{M}{RT} \quad (2.32)$$

e

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial T} = -\frac{p_v M}{RT^2}. \quad (2.33)$$

Considerando que a variação da massa específica do vapor com a temperatura é pequena em relação à sua variação com pressão parcial de vapor, pode-se desprezar o segundo membro do lado direito da equação (2.31), obtendo-se:

$$\nabla \rho_v = \frac{\partial \rho_v}{\partial p_v} \nabla p_v \quad (2.34)$$

ou

$$\nabla \rho_v = \frac{M}{RT} \nabla p_v. \quad (2.35)$$

Através das expressões (2.28) e (2.35) obtém-se:

$$j_v = -D_a v \theta_{ar} \tau \frac{M}{RT} \nabla p_v. \quad (2.36)$$

O conteúdo volumétrico de ar (ar seco + vapor d'água) no meio,  $\theta_{ar}$ , é dado pela seguinte expressão:

$$\theta_{ar} = \eta - \theta_l. \quad (2.37)$$

Philip e De Vries (1957) propuseram a substituição do termo  $\theta_{ar}$  por um fator  $f(\theta)$ :

$$f(\theta) = \eta \tau \quad \text{para } \theta_l < \theta_k \text{ e} \quad (2.38)$$

$$f(\theta) \cong \eta - \theta + \frac{\theta(\eta - \theta)}{\eta - \theta_k} \quad \text{para } \theta_l > \theta_k, \quad (2.39)$$

onde  $\theta_k$  é o conteúdo de líquido correspondente à ruptura de continuidade da fase líquida, considerando  $\theta_l = \theta$ .

Penman (1940), citado em Oliveira (1993), através da medição com gases inertes, propôs:

$$f(\theta) = \tau(\eta - \theta), \quad (2.40)$$

onde  $t$  é a tortuosidade do meio.

Millington e Quirk (1961) através de estudos estatísticos propuseram:

$$f(\theta) = \frac{(\eta - \theta)^{10}}{\eta^2}. \quad (2.41)$$

Entretanto, essas correlações não consideram o efeito de condensação-evaporação do vapor nas ilhas de líquido. A Figura 2.5 apresenta a variação dessas correlações com o conteúdo

para um material com porosidade 0.3. Nota-se que o valor máximo é 0.2; com o uso da formulação de Philip e DeVries, o valor máximo seria também 0.2.

A aproximação mais adequada a ser adotada seria a de Philip e De Vries (equações (2.38) e (2.39)); entretanto, a ausência de informações quanto ao conteúdo residual obriga o uso de correlações mais simples como as de Millington e Quirk ou a de Penman mostradas na Figura 2.5. Neste trabalho, adota-se a correlação de Millington e Quirk.

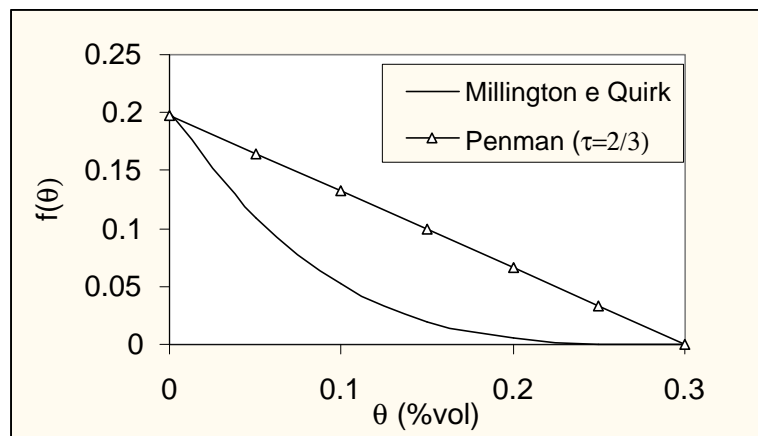


Figura 2.5: Avaliação de  $f(\theta)$  para um material de porosidade 0.3.

A função  $f(\theta)$ , na verdade, considera dois fenômenos que contribuem para o aumento do coeficiente de difusão de vapor. O primeiro se deve ao transporte através de ilhas isoladas de líquido, como pode ser visto na Figura 2.6.



Figura 2.6: Representação da transferência de umidade através de uma ilha de líquido.

Um gradiente de pressão parcial de vapor produz um fluxo como o indicado pela Figura 2.6. Inicialmente os raios de curvatura dos dois meniscos são iguais. A condensação em E e a evaporação em S tendem a diminuir a curvatura em E e aumentá-la em S. Isto se dá até que o fluxo capilar seja igual às taxas de evaporação e condensação.

O outro fenômeno é devido à diferença entre os gradientes térmicos das diferentes fases, gerada pela variação da densidade de fluxo de calor entre elas.

Define-se, um fator  $\zeta = (\nabla T)_a / \nabla T$  dado pela razão entre o gradiente térmico médio no espaço ocupado pelo ar nos poros e o gradiente térmico global (ar, líquido e sólido). Este fator depende da temperatura, do conteúdo de umidade e da porosidade.

Tabela 2.1: Valores de  $\zeta$  a 20 °C, segundo Philip e DeVries (1957).

$\theta$	$\eta=0.7$	$\eta=0.5$	$\eta=0.3$
0.0	1.4	1.9	3
0.1	1.3	1.7	2
0.3	1.5	1.7	2.1
0.5	1.5	1.8	
0.7	1.6		

Esse coeficiente pode ser estimado pela Tabela 2.1. Entretanto, uma vez que se dispõe da condutividade térmica das fases, pode-se usar o modelo de De Vries (1952) (De Vries (1975)) para prever o valor de  $\zeta$ . Pode-se escrever esse modelo da seguinte forma:

$$\zeta = \frac{k_a}{\theta_1 + \sum_i \theta_i k_i + \theta_a k_a}, \quad (2.42)$$

onde  $\theta_i$  é a fração volumétrica da fase  $i$  de condutividade  $\lambda_i$ .

A razão entre os gradientes médios de temperatura -  $k_i$  - da fase  $i$  e da fase líquida contínua (fase 0) é dada por:

$$k_i = \frac{1}{3} \sum_{j=a,b,c} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_0} - 1 \right) g_j \right]^{-1}, \quad (2.43)$$

onde  $g_a$  é um fator de forma de um elipsóide calculado para cada um de seus semi-eixos principais, sendo expresso por:

$$g_a = \frac{1}{2} abc \int_0^\infty \frac{du}{(a^2 + u)^{3/2} + (b^2 + u)^{1/2} + (c^2 + u)^{1/2}}, \quad (2.44)$$

de forma análoga, calcula-se  $g_b$  e  $g_c$ . Ainda  $g_a$ ,  $g_b$  e  $g_c$  obedecem a seguinte relação:  
 $g_a + g_b + g_c = 1$

O valor de  $k_a$  pode ser calculado como:

$$k_a = \frac{1}{3} \sum_{j=a,b,c} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_a^*}{\lambda_0} - 1 \right) g_{aj} \right]^{-1}, \quad (2.45)$$

onde  $I_a^*$  é a condutividade aparente do ar devido ao fluxo de vapor.

O capítulo relativo à condutividade térmica detalha a estimativa desses fatores de forma com o modelo de De Vries (1952).

Ainda, através da lei de Kelvin, pode-se escrever:

$$p_v = p_{vs}(T) \exp\left(\frac{\psi M g}{RT}\right) = p_{vs}(T) h, \quad (2.46)$$

permitindo expressar o fluxo de vapor como:

$$j_v = -D_a v \theta_{ar} \tau \left( \frac{M}{RT} \right)^2 p_{vs} g h \nabla \psi - D_a v \theta_{ar} \tau \left( \frac{M}{RT} \right) p_{vs} h \left[ \frac{1}{p_{vs}} \frac{dp_{vs}}{dT} - \frac{\psi M g}{RT} \right] \nabla T. \quad (2.47)$$

Jury e Letey (1979), citados em Molenda (1991), introduziram uma correção empírica para compensar a diferença entre os gradientes de temperatura nas várias fases do meio poroso e a redução do percurso de vapor causados pelas ilhas de líquido (caminhos de curto-circuito). Obtiveram a seguinte expressão

$$j_v = -D_a v \theta_{ar} \tau \left( \frac{M}{RT} \right)^2 p_{vs} g h \nabla \psi - \tau (\theta_{ar} + \theta_l g(\theta_{ar})) \zeta \Gamma D_a v \left( \frac{M}{RT} \right) p_{vs} h \left[ \frac{1}{p_{vs}} \frac{dp_{vs}}{dT} - \frac{\psi M g}{RT^2} \right] \nabla T, \quad (2.48)$$

Onde:

$$\zeta = \frac{(\nabla T_a)}{\nabla T} = \frac{(\nabla T_a)}{\theta_{ar} (\nabla T_a) + \theta_l (\nabla T_l) + (1 - \theta_{ar} - \theta_l) (\nabla T_s)}, \quad (2.49)$$

com,

$$\Gamma = \left[ \frac{\theta_{ar} + \theta_l g(\theta_{ar})}{\theta_{ar} + \theta_l \frac{\lambda_{ve}}{\lambda_l} g(\theta_{ar})} \right], \quad (2.50)$$

$$g(\theta_{ar}) = 1 \text{ para } \theta_{ar} > \theta_k, \quad (2.51)$$

e

$$g(\theta_{ar}) = \theta_{ar} / \theta_k \text{ para } \theta_{ar} < \theta_k, \quad (2.52)$$

sendo  $\theta_l$  o conteúdo volumétrico de líquido,  $\theta_k$  o conteúdo volumétrico da fase gasosa para o qual começa a existir continuidade na fase líquida,  $\lambda_{ve}$  a condutividade térmica efetiva ao nível do poro que considera, além da condutividade térmica do ar, o fluxo de calor devido aos processos de mudanças de fase e é definida como:

$$\lambda_{ve} = \lambda_{ar}^* = \lambda_{ar} + LD_a v \left( \frac{M}{RT} \right) \frac{dp_{vs}}{dT}. \quad (2.53)$$

De acordo com a formulação dada por De Vries (1987), o fluxo da fase vapor é escrito na forma:

$$\frac{j_v}{\rho_l} = -D_{Tv} \nabla T - D_{\theta v} \nabla \theta, \quad (2.54)$$

onde os coeficientes de transporte do vapor associados aos gradientes de temperatura e de conteúdo de umidade são fornecidos pelas expressões (2.55) e (2.56):

$$D_{Tv} = f(\theta) D_a v \zeta \frac{\rho_v}{\rho_l} \frac{1}{P_{vs}} \frac{dP_{vs}}{dT}, \quad (2.55)$$

$$D_{\theta v} = f(\theta) D_a v \frac{Mg}{RT} \frac{\rho_v}{\rho_l} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad (2.56)$$

onde  $f(\theta)$  é representado pelas expressões (2.38) e (2.39)

Pode-se representar os fluxos de vapor e líquido de uma forma global somando as expressões (2.24) e (2.54):

$$\frac{j}{\rho l} = -D_T \nabla T - D_\theta \nabla \theta - k_w \hat{i}, \quad (2.57)$$

onde os coeficientes  $D_T$  e  $D_\theta$  da expressão (2.57) representam a soma de suas partes líquida e gasosa.

Da mesma forma que em Jury e Letey, o modelo fica limitado pela difícil obtenção de dados.

Um modelo semelhante foi desenvolvido por Degiovanni e Moyne (1987), Azizi et al (1988), Moyne et al (1988) e Moyne (1991) que concentra a influência das fases sólida e líquida na transferência de vapor em um só fator empírico  $f_{exp}$ :

$$D_{Tv} = \frac{f_{\text{exp}}}{\rho_l} \frac{D_a}{RT} \frac{M_a M_v}{M_g} \frac{dP_{vs}}{dT}. \quad (2.58)$$

A utilização da expressão (2.58) é interessante quando se dispõe do fator experimental  $f_{\text{exp}}$ . Cunha Neto (1992), utilizou um fator  $f_\lambda$  semelhante ao fator  $f_{\text{exp}}$  na determinação dos coeficientes responsáveis pelo transporte de vapor; entretanto, considerou o fluxo de vapor separado da mesma forma que Philip e De vries para obtenção de expressões para  $D_{Tv}$  e  $D_{\theta v}$ . As expressões obtidas foram:

$$D_{Tv} = D_a f_\lambda h \frac{\rho_{vs}}{\rho_l} \alpha, \quad (2.59)$$

$$D_{\theta v} = D_a \frac{f_\lambda}{\zeta} \frac{\rho_{vs}}{\rho_l} \frac{\partial h}{\partial \theta}, \quad (2.60)$$

onde  $\alpha$  é o coeficiente de expansão térmica do vapor saturado:

$$\alpha = \frac{1}{\rho_{vs}} \frac{\partial \rho_{vs}}{\partial T}. \quad (2.61)$$

A formulação apresentada neste capítulo permite a elaboração de um modelo matemático cujos potenciais motrizes, para o fluxo de umidade, são o conteúdo de umidade e a temperatura. Esta formulação, na equação da conservação da massa, permitirá incluir tanto os termos de transporte por difusão como por capilaridade.

## 2.5 - Histerese

Diferenças obtidas experimentalmente entre processos de embebição e drenagem ou de adsorção e dessorção, demonstraram a existência do fenômeno de histerese em materiais porosos.

Aceitam-se duas hipóteses para a explicação do fenômeno:

- 1) Molhabilidade - No processo de adsorção, quando o menisco está se formando, há um ângulo de contato maior que no processo de dessorção, onde a superfície já se encontra molhada e o ângulo  $\mathbf{a}$  neste caso é quase nulo ( $\mathbf{a}_{ads} > \mathbf{a}_{des} \therefore h_{ads} > h_{des}$ ).
- 2) “Ink-bottle effect”- Tal efeito é resultante da interconexão de poros de tamanhos diferentes. O nome é sugerido devido à configuração física dos poros em que há uma cavidade ( $r_c$ )



conectada a estreitamentos ( $r_g$ ). O preenchimento é dependente do tamanho da cavidade, enquanto o esvaziamento é função do raio do estreitamento .

Neste trabalho, não se fará distinção entre os processos de adsorção e dessorção, ou seja, não será levado em conta o fenômeno de histerese. Desta forma, a isoterma considerada será a isoterma de adsorção, o que na verdade subestima o conteúdo de umidade para uma dada pressão relativa.

## 2.6 - Efeitos de temperatura

A influência da temperatura na evolução das isotermas de equilíbrio será, aqui, considerada através da mudança de valores das propriedades do fluido e da tensão superficial com a temperatura.

## 2.7 - Geração de coeficientes de transporte em Meios Porosos

Sabe-se, de acordo com o modelo a ser apresentado no capítulo 6, que a simulação de fenômenos complexos, como o de transferência de calor e umidade em meios porosos, exige o prévio conhecimento de coeficientes de transporte que são variáveis com temperatura e conteúdo de umidade. Todavia, em simulações desse fenômeno em edificações, tem-se uma grande gama de materiais e muito poucos dados disponíveis, devido ao alto custo e à complexidade de medir coeficientes tais como  $\lambda$ ,  $D_\theta$ ,  $D_T$ , e suas parcelas nas fases líquida e gasosa.

Apresentam-se, neste trabalho, modelos para a predição de propriedades básicas, como permeabilidade, isotermas de equilíbrio e curvas de pressão capilar e condutividade térmica. Tais propriedades associadas a modelos de fluxos em meios porosos, como o de Philip e DeVries (1957), levam ao cálculo de coeficientes de transporte, tais como  $D_{Tv}$ ,  $D_{\theta v}$ ,  $D_{Tl}$ ,  $D_{\theta l}$  e  $\lambda$ .

A permeabilidade do meio à fase molhante é uma propriedade importante na determinação dos coeficientes de transporte de líquido  $D_{Tl}$  e  $D_{\theta l}$ . Modelos para sua estimativa são estudados no capítulo 3.

A avaliação de coeficientes de transporte de massa em meios porosos necessita ainda de valores de umidade relativa e de pressão de sucção capilar, além de suas derivadas com o conteúdo de umidade. Essas propriedades são discutidas a seguir, bem como seus modelos de

ajuste. Descrevem-se também, modelos para determinação da distribuição de volumes de poros que são importantes no cálculo da permeabilidade, como será visto no próximo capítulo.

### 2.7.1 - Isotermas de equilíbrio

Quando um fluido estiver confinado em um meio poroso, a relação entre a pressão e o volume do fluido é diferente em relação à situação de quando o confinamento é dado em um espaço geométrico qualquer, de mesmo volume que o poroso, pois há uma interação estática entre o fluido e a superfície interna do meio poroso. Para um certo par *fluido-sólido poroso*, pode-se determinar, a uma temperatura constante, uma relação entre a pressão parcial de vapor e o conteúdo de líquido (Scheidegger, 1974). Tal relação leva à obtenção das chamadas isotermas de equilíbrio que são representadas, aqui, através de funções do tipo  $q=f(h)$ . As isotermas de adsorção serão usadas tanto na obtenção dos coeficientes do modelo de Philip e De Vries (1957) como no modelo de transferência de calor e umidade.

A isoterma de adsorção é obtida através de ensaios onde se submetem amostras em um ambiente de temperatura e umidade relativa controladas. O controle de umidade relativa ( $h$ ) é garantido por soluções salinas saturadas a uma determinada temperatura. Entretanto, a geração de isotermas de equilíbrio, obtidas por soluções salinas, possui a grande limitação de que são poucos os pontos experimentais mensuráveis. A maior umidade relativa fornecida por uma solução salina é de cerca de 96% e, acima desta, o conteúdo volumétrico, normalmente, aumenta substancialmente. A extrapolação pode ser feita por teorias de adsorção física ou através de dados da curva de pressão de intrusão obtida por porosimetria a mercúrio.

Descreve-se, brevemente, a porosimetria realizada com intrusão de Hg e em seguida, apresenta-se o modelo GAB para ajuste da isoterma de adsorção estendida.

#### 2.7.1.1 - Extrapolação das isotermas de adsorção: ensaio de porosimetria a mercúrio

A extrapolação da isoterma para altos conteúdos de umidade é feita, no presente trabalho, baseada em informações de porosimetria a mercúrio.

O ensaio de porosimetria a mercúrio é realizado através de medidas obtidas ao longo de um processo de deslocamento de mercúrio em um meio poroso. No caso presente, tem-se uma amostra pré-evacuada e submetida a pressões crescentes de mercúrio. Como o mercúrio é um fluido não-molhante, ele penetra em poros menores à medida que a pressão dada pelo

porosímetro aumenta. Para cada medida de pressão, tem-se uma medida do volume de mercúrio injetado.

Para se obter uma distribuição acumulada de volume de poros em função do raio, utiliza-se a equação de Laplace com o mercúrio como fluido,

$$p_c = \frac{-2\sigma \cos \theta}{r}. \quad (2.62)$$

Para o mercúrio normalmente adota-se  $\sigma = 0.48 \text{ N/m}$  e  $\theta = 140^\circ$  - Merouani (1987).

A derivada da distribuição acumulada obtida fornece a frequência de volumes em função dos raios, ou simplesmente a distribuição de poros. Esta função  $G$  pode ser calculada diretamente através da curva de pressão capilar obtida do porosímetro, pela seguinte expressão (Dullien, 1992):

$$\Gamma(\delta) = \frac{p_c}{\delta} \frac{d(V_T - V)}{dp_c}, \quad (2.63)$$

onde:  $V_T$  é o volume total do espaço poroso;

$V$  é o volume de poros de diâmetro de entrada menor que  $d$ .

A porosimetria a mercúrio é interpretada, por modelos capilares, como um preenchimento de poros, em ordem decrescente de raio, independentemente da posição relativa do poro dentro da matriz porosa. Logo, erros de interpretação ocorrem quando há configurações topológicas em que há um estreitamento condicionando a entrada de mercúrio em uma cavidade porosa, pois o Hg só penetrará na cavidade com a pressão associada ao raio do estreitamento. Então o volume associado à cavidade será erroneamente atribuído ao raio da constrição. Nesses casos, o volume dos poros menores é superestimado em detrimento ao dos maiores. Para avaliação da estrutura porosa, não será levado em conta tal fenômeno devido à sua natureza complexa.

Segundo Daian (1987), apesar de tais distorções, a porosimetria a mercúrio é muito utilizada por permitir a exploração de uma vasta gama de poros e ainda fornecer informações quantitativas que levam ao cálculo de propriedades do material.

A porosimetria a mercúrio não só será útil neste trabalho para extrapolação da isoterma de adsorção, mas também para a determinação da permeabilidade através da distribuição de volumes de poros.

## 2.7.1.2 - Ajuste da Isoterma de equilíbrio: Modelo GAB

O melhor ajuste para a quase totalidade do domínio  $h$  é feito pela equação GAB para determinar a expressão  $h = f(\mathbf{q})$ , embora não traga significado físico para baixos valores de  $h$  (Merouani, 1987). Esse modelo pode ser descrito como:

$$\frac{\theta}{\theta_m} = \frac{CKh}{(1 - Kh)(1 - Kh + CKh)}, \quad (2.64)$$

onde  $\mathbf{q}_m$  é o conteúdo volumétrico de umidade correspondente ao cobrimento monomolecular da superfície específica porosa,  $K = \exp\left(\frac{E_L - E_m}{RT}\right)$  e  $C = \exp\left(\frac{E_1 - E_m}{RT}\right)$ .  $\mathbf{q}_m$  pode ser calculado por:

$$\theta_m = S_0 e_{\text{H}_2\text{O}}, \quad (2.65)$$

onde:  $E_1$  – calor molar de adsorção da 1ª camada adsorvida (J/mol);

$E_L$  – calor molar latente de vaporização da água (J/mol);

$E_m$  – calor de adsorção para todas as camadas moleculares (J/mol);

$S_0$  – superfície volumétrica específica de sólido ( $\text{m}^2/\text{m}^3$ );

$e_{\text{H}_2\text{O}}$  - espessura de uma camada de molécula d'água ( $\sim 3 \text{ \AA}$ ).

Para facilitar o ajuste da isoterma aos pontos disponíveis, reescreve-se a equação do modelo GAB como:

$$\theta = \frac{h}{\alpha h^2 + \beta h + \gamma}, \quad (2.66)$$

$$\text{com } \mathbf{a} = \frac{K(1-C)}{C\mathbf{q}_m}, \quad \mathbf{b} = \frac{C-2}{C\mathbf{q}_m} \text{ e } \mathbf{g} = \frac{1}{CK\mathbf{q}_m}.$$

Desses coeficientes, podem-se extrair os coeficientes da equação (2.64) na seguinte ordem:

$$K = \frac{-\mathbf{b} + \sqrt{\mathbf{b}^2 - 4\mathbf{a}\mathbf{g}}}{2\mathbf{g}}, \quad C = 2 + \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{g}K} \text{ e } \mathbf{q}_m = \frac{1}{CK\mathbf{g}}.$$

A umidade relativa -  $h$  - e a derivada -  $\frac{\partial h}{\partial \mathbf{q}}$  - para uso no modelo de transferência de calor e umidade (capítulo 7) podem ser então obtidas pelas seguintes relações:

$$h(\theta) = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4(1-C)}}{2K(1-C)}, \quad (2.67)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial h} = \left( -\alpha + \frac{\gamma}{h^2} \right) \theta^2, \quad (2.68)$$

$$\text{com } a = 2 + \frac{C(q_m - q)}{q}.$$

Eventualmente, para os pontos extremos da curva, pode-se considerar:

$$\theta(h=0) = 0 \text{ e } \theta(h=100\%) = \eta$$

### 2.7.2 - Pressão capilar

A pressão capilar é um parâmetro básico no estudo do comportamento de meios porosos contendo fases imiscíveis. Neste trabalho, ela é calculada em função do conteúdo de umidade considerando-se a hipótese da ausência de histerese.

A pressão capilar na determinação dos coeficientes de transporte é obtida usando-se a lei de Kelvin aplicada a dados da isoterma de adsorção e, para altos conteúdos, utilizam-se dados da porosimetria a mercúrio.

Para se calcular a pressão capilar  $y$ , a partir dos dados de porosimetria a mercúrio, fez-se a seguinte correção:

$$\Psi_{H_2O} = \Psi_{Hg} \frac{\sigma_{H_2O} \cos \alpha_{H_2O}}{\sigma_{Hg} \cos \alpha_{Hg}}. \quad (2.69)$$

Para se obter um melhor ajuste da curva de pressão capilar, utilizou-se o modelo de Van Genuchten (1980), por ser amplamente usado e fornecer bons resultados:

$$s_e = \left[ 1 + (A\Psi)^B \right]^C, \quad (2.70)$$

onde  $S_e$  – saturação efetiva - é dada por:

$$s_e = \frac{s - s_r}{1 - s_r}, \quad (2.71)$$

sendo  $s_r$  a saturação residual e  $s$  a saturação calculada pela razão entre o conteúdo de umidade e a porosidade. Na ausência de informações sobre o conteúdo residual, assume-se que  $s_e = s$ .

A derivada para ser usada nas expressões dos coeficientes de Philip e De Vries, pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \psi(\theta) \frac{1}{ABC} \left[ \left( \frac{\theta}{\eta} \right)^{\frac{1}{C}} - 1 \right]^{\frac{1}{B}-1} \left( \frac{\theta}{\eta} \right)^{\frac{1}{C}-1}, \quad (2.72)$$

onde A, B e C são os coeficientes de ajuste do modelo de Van Genuchten.

Para baixos conteúdos, substitui-se a derivada  $\partial y / \partial q$  por  $\partial h / \partial q$  através da seguinte expressão:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \rho_1 \frac{RT}{M} \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial \theta}. \quad (2.73)$$

Desta forma, a expressão para o cálculo de  $D_{\theta v}$ , pelo modelo de Philip e De Vries, torna-se:

$$D_{\theta v} = f(\theta) D_a v \frac{\rho_{vs}}{\rho_1} \frac{\partial h}{\partial \theta}. \quad (2.74)$$

### 2.7.3 - Determinação da distribuição acumulada de volumes de poros

A obtenção da distribuição de poros pode ser feita por diferentes métodos, como através da isoterma de equilíbrio, porosimetria a mercúrio e microscopia eletrônica de varredura, dentre outros. Philippi et al. (1994), por exemplo, determinaram distribuições de poros de 200 Å a 13 μm, usando microscopia eletrônica de varredura para poros maiores que ~1250 Å e isotermas de adsorção para poros menores que ~1250 Å. Neste trabalho, a atenção será voltada para o método da porosimetria a mercúrio por ser o de uso mais freqüente e de baixo custo para a distribuição de poros de maior volume e, para poros de menor volume, será usado o formalismo apresentado por Philippi et al. (1994).

A determinação da distribuição de volumes de poros grandes é diretamente extraída do ensaio de porosimetria a mercúrio; assim, descreve-se, a seguir, apenas a obtenção da distribuição de volumes de microporos.

## 2.7.3.1 - Determinação da distribuição em volume de microporos

Para obtenção da distribuição de microporos, aplicam-se, primeiramente, os dados da isoterma de adsorção no modelo de adsorção física de vapor de De Boer e Zwikker, citado em Philippi et al. (1994), para estimar a superfície volumétrica específica de sólido  $S_0$  e o potencial de interação  $e_0$ . Em seguida, utiliza-se o procedimento usado por Philippi et al. (1994) para calcular a distribuição de poros, a partir de dados de isoterma de adsorção. Esse procedimento é feito através da descrição da condição de equilíbrio termodinâmico em cavidades porosas esféricas. Apresenta-se a seguir o procedimento descrito por Philippi et al. (1994), adaptando-o, entretanto, para poros cilíndricos para haver consistência com a distribuição de volumes de poros do ensaio de intrusão de mercúrio.

## 2.7.3.1.1 - Adsorção física na superfície de poros: Modelo de De Boer e Zwikker

Considera-se, primeiramente, que o vapor é adsorvido fisicamente em uma superfície plana. Assim, o equilíbrio termodinâmico entre as fases gasosa e líquida separadas por uma superfície plana é descrito como segue:

$$\mu_v = \mu_L, \quad (2.75)$$

com  $\mu_L$  representando o potencial químico da fase líquida e  $\mu_v$  o de vapor, o qual é calculado por:

$$\mu_v = \mu_{v_0}(T) + RT \ln h, \quad (2.76)$$

e  $\mu_{v_0}(T)$  é o potencial químico do vapor saturado a temperatura  $T$ . O potencial de superfície sobre a camada condensada de espessura  $t$ , segundo De Boer e Zwikker (Adamson, 1990), deve-se ao fato de que superfícies de adsorventes polares induzem dipolos na primeira camada adsorvida d'água e que esta induz dipolo na próxima camada e assim por diante. Esse potencial é calculado por:

$$\Psi(t) = \epsilon_0 \exp(-at), \quad (2.77)$$

onde  $\epsilon_0$  é o potencial de interação na superfície,  $t$  é a espessura do filme de líquido e  $a$  é uma constante relacionada a polarizabilidade da água (Adamson, 1990):

$$a = -\frac{1}{d_0} \ln \left( \frac{\mathbf{a}}{d^3} \right)^2, \quad (2.78)$$

com  $d_0$  como o diâmetro da molécula adsorvida,  $a$  a polarizabilidade da molécula adsorvida e  $d$  a distância de separação entre as cargas induzidas.

As equações acima podem ser rearranjadas de forma a fornecer a espessura  $t$  do filme de líquido:

$$t = \frac{1}{a} \ln\left(\frac{-\epsilon_0}{RT}\right) - \frac{1}{a} \ln\left(\ln\left(\frac{1}{h}\right)\right). \quad (2.79)$$

Multiplicando a equação (2.79) pela área da superfície porosa  $S_0$ , obtém-se o volume d'água adsorvido:

$$\theta_{\text{ads}} = \frac{S_0}{a} \ln\left(\frac{-\epsilon_0}{RT}\right) - \frac{S_0}{a} \ln\left(\ln\left(\frac{1}{h}\right)\right). \quad (2.80)$$

A equação (2.80) mostra um comportamento linear entre  $q$  e  $\ln(\ln(1/h))$  considerando que a superfície porosa é plana ( $r \gg t$ ). Essa linearidade deixa de existir com o surgimento do fenômeno de condensação capilar. Esta equação é usada para obter  $S_0$  e  $\epsilon_0$  dos dados experimentais. Um problema deste modelo é a avaliação de  $a$  e  $d_0$ . Na ausência de dados, usa-se  $a = 0.3449 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^{-1}$  e  $d = d_0/2$  que são os valores usados por Philippi et al. (1994).

#### 2.7.3.1.2 - Determinação de condição de equilíbrio termodinâmico em poros capilares

Para o cálculo de espessura e umidade relativa críticas, Philippi et al. (1994) obtêm correlações matemáticas, considerando poros esféricos de raio  $r$  com filmes de líquido de espessura  $t$  que envolvem esferas de raio  $r-t$  com vapor d'água em equilíbrio com a fase líquida. Neste trabalho, adapta-se a hipótese de poros cilíndricos ao modelo de Philippi et al. (1994), tornando-o consistente com o modelo de permeabilidade de Reznik (1971), apresentado no capítulo 3. Um aumento da umidade relativa provoca um aumento da espessura da camada adsorvida. Isto origina uma variação da energia livre de Gibbs dada por:

$$dG = dG_v + dG_L, \quad (2.81)$$

onde:

$$dG_v = -\mu_v dN; \quad (2.82)$$

$$dG_L = -\mu_L dN + \sigma dA. \quad (2.83)$$



com  $\mu_l$  e  $\mu_v$  denotando os potenciais químicos das fases líquida adsorvida e vapor e,  $dA$  correspondendo ao diferencial de área superficial entre as duas fases devido à variação  $dN$  do número de moles.

Assim, pode-se reescrever a equação (2.81) como:

$$dG = -(\mu_l + \mu_v)dN + \sigma dA. \quad (2.84)$$

Substituindo as equações para os potenciais químicos das fases fluidas, obtém-se da equação (2.84), a seguinte expressão:

$$dG = (\Psi(t) - RT \ln h)dN + \sigma dA, \quad (2.85)$$

onde  $\Psi$  é o potencial de interação da superfície sólida sobre as moléculas d'água, onde são formados dipolos elétricos fortes.

Para uma cavidade cilíndrica, tem-se a seguinte relação entre diferenciais de área superficial de interface e de volume adsorvido:

$$dA = -dV/(r-t). \quad (2.86)$$

A variação do número de moles  $dN$  pode ser calculada como:

$$dN = \rho_1 dV / M. \quad (2.87)$$

Assim,

$$dA = -\frac{MdN}{\rho_1(r-t)}. \quad (2.88)$$

Substituindo as equações (2.87) e (2.88) em (2.85), tem-se:

$$dG/dN = \Psi(t) - RT \ln h - 2\sigma M / ((r-t)\rho_1). \quad (2.89)$$

Como no equilíbrio, tem-se que  $dG/dN=0$ , obtém-se:

$$-RT \ln h = \sigma M / ((r-t)\rho_1) - \Psi(t), \quad (2.90)$$

que é a equação de Kelvin para o sistema e fornece, para uma cavidade cilíndrica de raio  $r$ , uma relação entre a espessura  $t$  da camada adsorvida em equilíbrio com vapor e a umidade relativa  $h$ , para uma dada temperatura  $T$ .

Para que a equação (2.90) represente uma condição de equilíbrio estável, é necessário que ela satisfaça a condição:

$$d^2G > 0, \quad (2.91)$$

desta forma, diferenciando-se com  $T$  constante, obtém-se:

$$d^2G/dN^2 = \left( \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \sigma M / ((r-t)^2 \rho_1) \right) dt/dN, \quad (2.92)$$

de modo que, igualando-se a equação (2.92) à zero, obtém-se a condição de perda de estabilidade do sistema bifásico. Como  $dt/dN > 0$ ,

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} - \sigma M / ((r-t)^2 \rho_1) = 0. \quad (2.93)$$

Usando-se a expressão de De Boer e Zwikker para o potencial  $\Psi = \epsilon_0 e^{-at}$  e desprezando possíveis influências do raio de curvatura da superfície do menisco, obtém-se para a equação (2.94):

$$t^* = -\frac{1}{a} \ln \left( \frac{\sigma M}{(r-t^*)^2 \rho_1 (-a\epsilon_0)} \right). \quad (2.95)$$

A equação (2.95) fornece o valor da espessura máxima  $t^*$  do filme de líquido para haver estabilidade termodinâmica em uma cavidade cilíndrica de raio  $r$  e temperatura  $T$ . Para  $t > t^*$  há o preenchimento de líquido nos poros de raio  $r$ .

A umidade relativa para haver completo preenchimento de poros de raio  $r$  pode ser calculada pela equação (2.90) para  $t^*$  que na forma explícita é escrita como:

$$h^* = \exp \left[ \frac{-1}{RT} \left( \frac{\sigma M}{(r-t^*)^2 \rho_1} - \Psi(t^*) \right) \right]. \quad (2.96)$$

A fim de facilitar computacionalmente o cálculo do raio crítico, igualou-se as expressões (2.96) e (2.95) em função do raio de curvatura  $(r-t^*)$  obtendo-se:

$$\frac{\sigma M}{\rho_1 (\epsilon_0^{-at^*} - RT \ln h^*)} = \frac{\sqrt{\sigma M}}{\sqrt{\rho_1 (-a\epsilon_0^{-at^*})}}, \quad (2.97)$$

que é convertida numa simples equação do 2º grau:

$$u^2 + \sqrt{\frac{a\sigma M}{\rho_1}} u + RT \ln h^* = 0, \quad (2.98)$$

onde  $u = \sqrt{-\epsilon_0^{-at^*}}$  ou  $t = -\frac{1}{a} \ln \left( \frac{u^2}{-\epsilon_0} \right)$ .

Para determinar o raio crítico para preenchimento dos poros cilíndricos, utiliza-se:

$$r = t^* + \frac{\sigma M}{\rho_l (\Psi(t^*) - RT \ln h^*)}. \quad (2.99)$$

### 2.7.3.1.3 - Cálculo da distribuição de poros pela isoterma de adsorção

Sabe-se que para cada umidade relativa  $h_i$  o conteúdo de umidade total -  $q_i$  - capturado por um material poroso em contato com o vapor é considerado como sendo composto de uma parcela adsorvida -  $q_{ads,i}$  - na superfície dos poros e de uma parcela resultante da condensação capilar -  $q_{cap,i}$  - preenchendo os poros de raio  $r_i$ . Assim, pode-se escrever:

$$\theta_i = \theta_{ads,i} + \theta_{cap,i}. \quad (2.100)$$

O cálculo da distribuição de poros começa a partir do momento em que a curva  $\theta = \theta(\ln \ln(1/h))$  perde a linearidade prevista pelo modelo de De Boer e Zwiiker. Neste ponto, tem-se umidade relativa  $h_0$  e uma superfície disponível para adsorção física  $S_0$  para  $h < h_0$ . Para  $h > h_0$  tem-se a presença do fenômeno da condensação capilar. Para o primeiro passo,  $i=1$ ,  $h_0$  é incrementado por  $Dh$  e pode-se calcular os volumes da equação acima pelas seguintes expressões:

$$\theta_{cap,1} = (S_0 - S_1) \frac{r_1}{2}, \quad (2.101)$$

e

$$\theta_{ads,1} = S_1 t_1. \quad (2.102)$$

A espessura da camada adsorvida  $t_i$  é calculada usando-se a equação (2.79) e  $r_i$  representa o raio da cavidade porosa preenchida a umidade  $h_i$ , o qual é calculado das condições de estabilidade. A nova superfície  $S_i$  disponível à adsorção física ( $S_i < S_0$ ) pode ser calculada como:

$$S_i = \frac{\left( \theta_i - \sum_{j=1}^{i-1} \theta_{cap,j} \right) - S_{i-1} \frac{r_i}{2}}{t_i - \frac{r_i}{2}}. \quad (2.103)$$

Assim, o volume acumulado de poros de raios inferiores a  $r_i$  -  $q(R < r_i)$  - é calculado como uma diferença entre o valor medido e o produto  $S_i t_i$  a cada passo  $i$ . Matematicamente, escreve-se:

$$\theta(R < r_i) = \theta_i - S_i t_i . \quad (2.104)$$

Esse modelo proposto para obtenção da distribuição de volumes de poros a partir da isoterma de adsorção é válido para umidades relativas entre  $h_0$  e a maior umidade relativa obtida no ensaio de isoterma de adsorção. Para materiais mesoporosos, o procedimento mostrado é de grande utilidade na determinação da distribuição de volumes de poros, entretanto, para materiais macroporosos, basta o ensaio de intrusão de mercúrio.

## 2.8 - Conclusões

Apresentou-se nesse capítulo a descrição de processos e modelos de migração e fixação de umidade em meios porosos.

A avaliação de propriedades básicas como porosidade, permeabilidade, pressão capilar através de dados de intrusão de Hg e de isoterma de adsorção, permitirá a derivação de todos os coeficientes de transporte de massa necessários na simulação de transferência de calor e massa em elementos porosos de edificações usando o formalismo de Philip e De Vries (1957).

No capítulo 3, estudam-se modelos de estimativa de permeabilidade, a partir da distribuição de volumes de poros, que são usados no capítulo 4 para determinar os coeficientes  $D_{Tl}$  e  $D_{\theta l}$ . Ainda no capítulo 4, calculam-se os coeficientes responsáveis pelo fluxo de vapor ( $D_{Tv}$ ,  $D_{\theta v}$ ). No capítulo 5, concentra-se o estudo na determinação da condutividade térmica efetiva a partir de dados de porosidade e de condutividade térmica do meio seco, concluindo a parte de geração de coeficientes de transporte do código *UMIDUS*.

## CAPÍTULO 3

### PERMEABILIDADE

#### 3.1 - Introdução

Permeabilidade é o termo usado para expressar uma propriedade independente das características do fluido newtoniano presente em um meio poroso.

Define-se, usualmente, uma permeabilidade relativa ( $k_r$ ) a uma dada fase, como a razão entre a permeabilidade do meio a essa fase e a permeabilidade intrínseca ( $k_{ins}$ ), a qual é obtida para o meio saturado. A Figura 3.1 ilustra a variação das permeabilidades relativas das fases molhante ( $k_{r_w}$ ) e não-molhante ( $k_{r_{nw}}$ ) em função da saturação da fase não-molhante ( $s_{nw}$ ).

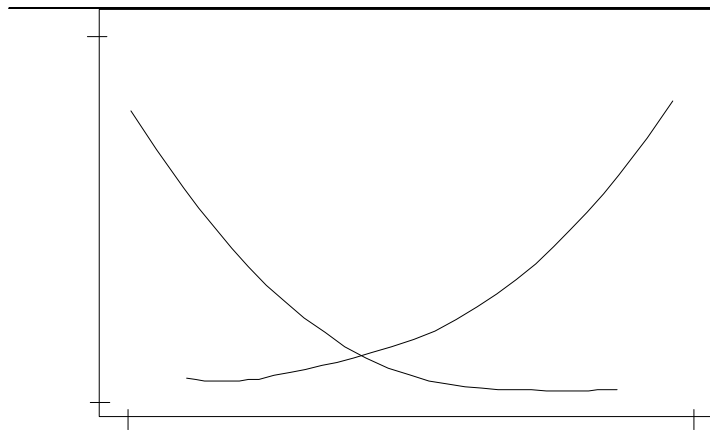


Figura 3.1: Representação gráfica da variação das permeabilidades relativas da fase molhante ( $k_{r_w}$ ) e da não-molhante ( $k_{r_{nw}}$ ).

Uma lei - análoga às leis de Newton para fluidos viscosos, de Fourier para a condução de calor e de Fick para difusão de gases - chamada de lei de Darcy, relaciona um fluxo ( $Q$ ) a um gradiente de pressão hidráulica ( $\Delta P / L$ ), como força motriz, através da condutividade hidráulica

do meio,  $K$ . Esta lei, em regime permanente, escoamento laminar e unidirecional, pode ser escrita como:

$$Q/A = K(\Delta P/L), \quad (3.1)$$

onde esta condutividade hidráulica  $K$ , é escrita como:

$$K = \frac{k}{\mu} = \frac{k_r k_{ins}}{\mu}, \quad (3.2)$$

com  $A$  como a área da seção transversal ao fluxo e  $\mu$  a viscosidade dinâmica do fluido.

A permeabilidade pode ser determinada conhecendo-se a geometria da estrutura porosa e a distribuição das fases líquida e gasosa para cada conteúdo de umidade.

A permeabilidade intrínseca pode se correlacionar com a configuração geométrica do meio poroso, através de modelos teóricos matematicamente tratáveis. Com isto, se um modelo apropriado é encontrado, ele pode ser usado substituindo um meio real para prever situações ainda não experimentadas.

Propriedades estruturais mensuráveis passíveis de serem correlacionadas com a permeabilidade incluem: distribuição de tamanho de poros; distribuição de tamanho de grão e área superficial interna. Dessas 3 micropropriedades, a segunda - distribuição do tamanho de grão - é a menos promissora a ser correlacionada com a permeabilidade (Scheidegger, 1974), assim, não será mencionada neste trabalho.

Para um código de simulação de transferência de calor e umidade em edificações, é importante que se tenha um modelo rápido de determinação de permeabilidade e que seja função de propriedades macroscópicas de fácil obtenção. Por isto, concentra-se o estudo em modelos que necessitem dados como a porosidade e a função distribuição de volumes de poros que são propriedades mensuráveis a baixo custo, como, e.g., através de modelos que derivam a permeabilidade a partir da curva de intrusão de mercúrio. Nos itens subseqüentes, revisam-se modelos matemáticos para determinação da permeabilidade que será usada no formalismo de Philip e DeVries para o cálculo dos coeficientes de transporte de umidade na fase líquida ( $D_{\theta l}$  e  $D_{Tl}$ ).

### 3.2 - Modelos para o cálculo da permeabilidade intrínseca

Diversos modelos estruturais têm sido elaborados para representar meios porosos e calcular suas propriedades. Este trabalho limita-se ao estudo da classe dos modelos de capilares.

### 3.2.1 - Modelos de capilares

Há vários modelos do tipo capilar que correlacionam a permeabilidade com a distribuição de tamanho de poro ou com a área superficial interna.

A correlação de permeabilidade com a distribuição de tamanho de poro pode ser dividida em 3 técnicas: capilares retilíneos, ramificação e modelos do tipo seqüenciais.

Todos os modelos capilares assumem que o fluxo de fluido é perfeitamente descrito pelas equações determinísticas de movimento para fluxos viscosos (conservação da quantidade de movimento) - equação de Navier-Stokes. Outra hipótese, normalmente assumida, é a circularidade da seção transversal de feixes de tubos capilares, permitindo o emprego da lei de Poiseuille.

A velocidade na lei de Poiseuille é relacionada à velocidade de filtro da lei de Darcy, através da hipótese de Dupuit-Forcheheimer, onde a isotropia é assumida e apresenta a seguinte forma:

$$\langle v \rangle = \frac{v}{\phi}, \quad (3.3)$$

onde:  $\langle v \rangle$  é a velocidade média nos poros;

$\phi$  porosidade volumétrica interconectada.

A área total de poro normal ao fluxo  $A_p$  está correlacionada com a área de filtro normal ao fluxo  $A_f$  através de:

$$A_p = \phi A_f. \quad (3.4)$$

#### 3.2.1.1 - Modelos de feixes de capilares retilíneos

Esses modelos são fisicamente descritos por feixes de tubos capilares paralelos de geometria bem definida. Segundo Dullien (1992), esses tubos podem ser uniformes e idênticos, uniformes e com diferentes diâmetros, idênticos com constrições periódicas e diferentes com constrições periódicas.

Dentre vários modelos, destaca-se o de Purcell (1949), estabelecendo que os raios, obtidos de intrusão de mercúrio, correspondem aos raios das gargantas que para capilares

retilíneos são idênticos aos raios das cavidades. Com esta informação e com as leis de Poiseuille e Darcy, Purcell (1949) obteve:

$$k = \frac{\phi}{8} \sum_{i=1}^n \Delta S_i r_i^2, \quad (3.5)$$

e

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (k) = \frac{\phi}{8} \int_0^1 r^2(s) ds, \quad (3.6)$$

onde:  $r_i$  é o raio da  $i$ -ésima classe de poro;

$\Delta S_i$  é a fração de área superficial do espaço poroso ocupado por poros da  $i$ -ésima classe e,  $n$  é o número de classes de poros.

Segundo Reznik (1971), essa formulação superestima a permeabilidade, e em alguns casos por um fator de 21.

A hipótese de seção circular foi largamente usada até que se começou a usar a teoria do raio hidráulico, como proposto no modelo de Carman-Kozeny, que permite o uso de seções não-circulares. Apresentou-se, com esse modelo, resultados de sucesso com alguns materiais não-consolidados. Para casos em que os grãos apresentam desvios acentuados da geometria esférica e para meios consolidados, a equação de Carman-Kozeny frequentemente não é válida (Dullien, 1992).

### 3.2.1.2 - Modelos de rede de percolação

Modelos de rede de percolação podem produzir valores de propriedades de transporte em sistemas bi ou tridimensionais com maior precisão que os métodos acima mencionados, pois reproduzem, estatisticamente melhor, uma rede porosa com interconexões composta por vazios, poros ou capilares distribuídos de forma completamente irregular. Esses modelos se subdividem em função da geometria da rede adotada que pode ser quadrada, hexagonal ou cúbica dentre outras.

Uma das entradas para esses modelos de rede é a reconstrução de um meio poroso baseado em uma série de seções de amostra do material a examinar. A estrutura porosa reconstruída, assumindo a hipótese de isotropia, deve conservar parâmetros como porosidade e conectividade. Fernandes et al. (1996), através de um modelo modificado de percolação



multiescala, estudaram a reconstrução da estrutura porosa de uma argamassa a partir de imagens 2D.

Apesar desses modelos representarem o meio poroso com maior fidelidade do que os demais, eles necessitam de informações precisas de detalhamento da estrutura porosa e, normalmente, consomem muito tempo computacional. Portanto não serão estudados. Maiores detalhes sobre modelos de redes de percolação podem ser vistos em Dullien (1992).

### 3.2.1.3 - Modelos de capilares do tipo seqüencial

O modelo do tipo seqüencial é uma extensão lógica dos modelos de capilares retilíneos, nos quais capilares de diferentes raios se interconectam em série.

Childs and Collis-George (1950) propuseram um modelo seqüencial baseado no cálculo da probabilidade de ocorrência de seqüência de pares de poros de todos os tamanhos possíveis e, na permeabilidade associada a cada par. Resultados obtidos de permeabilidade, para sistemas não-consolidados, mostraram-se muito próximos dos valores medidos. A predição da permeabilidade por este modelo é feita através da distribuição de poros, pela seguinte expressão:

$$K = M(a^2\alpha^2 + b^2\beta^2 + c^2\gamma^2 + \dots + 2a^2\alpha\beta + 2a^2\alpha\gamma + \dots + 2b^2\beta\gamma), \quad (3.7)$$

onde  $a, b, c, \dots$  representam os raios médios de cada classe em ordem crescente e suas contribuições em volume relativo são expressas pelas respectivas letras gregas ( $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ ).

Essas contribuições em volume são definidas como o produto  $f(r).dr$ , representando o volume ocupado por poros de raios na faixa de  $r$  a  $r+dr$  e,  $f(r)$  denotando a função densidade de volumes de poros, obtida da curva de pressão capilar para materiais não-deformáveis. A constante  $M$  é um dos problemas desse modelo, pois é normalmente obtida através da comparação de curvas teóricas com experimentais.

Marshall (1957) estabelece um modelo para a determinação da permeabilidade baseado em uma área média que conecta poros em materiais isotrópicos e nas equações de Poiseuille e Darcy, de forma análoga ao modelo de Childs e Collis-George (1950). A equação para o cálculo da permeabilidade  $K$ , apresentada por ele, é descrita como:

$$K = \eta^2 n^{-2} [r_1^2 + 3r_2^2 + 5r_3^2 + \dots + (2n-1)r_n^2] / 8, \quad (3.8)$$

onde,  $h$  constitui a porosidade do meio,  $r_i$  [cm] o raio do poro ( $r_1 > r_2 > \dots > r_n$ ) e,  $n$  o número de frações iguais em área superficial de espaço poroso.

Resultados de permeabilidade medidas e calculadas para 8 materiais com esse modelo de Marshall foram comparadas com sucesso, exceto para um solo arenoso.

Segundo Dullien (1992), modelos do tipo seqüencial (ou modelos do tipo “cut-and-random-rejoin”) são interessantes artifícios matemáticos criados para o cálculo da permeabilidade.

De acordo com Reznik (1971), esses modelos são adequados para estimar a permeabilidade de meios não-consolidados, mas falham no cálculo dessa propriedade em meios consolidados e, teoricamente, eles têm o seguinte ponto fraco: quando dois poros se interceptam, a área de intersecção é assumida como sendo a do menor poro. Essa condição representa a máxima área possível de intersecção entre dois poros consecutivos. Isso tende a superestimar a permeabilidade.

De uma forma geral, os modelos do tipo seqüencial apresentaram bons resultados com uma concepção matemática relativamente simples. Isso encorajou Reznik (1971) a estabelecer um modelo que permitisse a determinação da permeabilidade para uma grande variedade de materiais porosos, contornando, aparentemente, as deficiências dos modelos anteriores. Descreve-se, a seguir, o seu modelo.

### 3.3 - Modelo de Reznik

O modelo estudado por Reznik é constituído de fatias sucessivas de tubos aleatórios, paralelos, retilíneos de raios diferentes conectados em série de forma aleatória como mostrado na Figura 3.2. Neste modelo, Reznik investigou a deficiência do modelamento tipo-seqüencial, citado no item anterior.

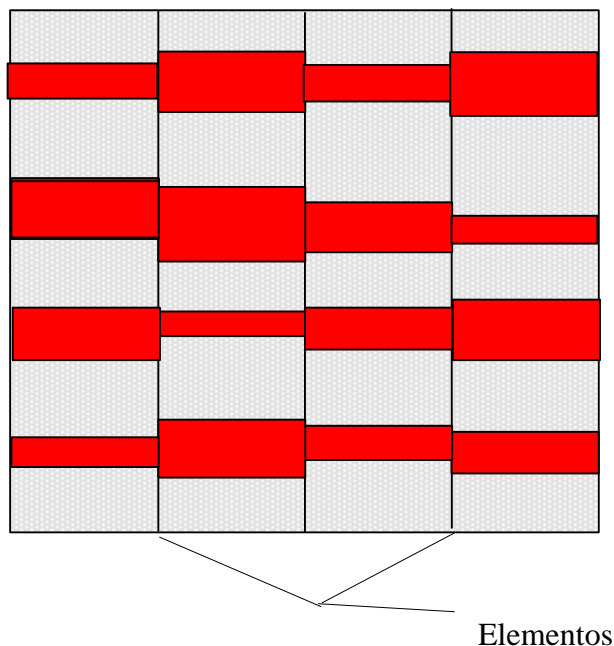


Figura 3.2: Elementos do modelo de Reznik.

A justaposição aleatória de duas fatias quaisquer forma um elemento compreendendo um conjunto de intersecções de poros que governa o fluxo através desse elemento. Cada elemento constitui um protótipo do modelo, pois têm a mesma probabilidade. A Figura 3.2 representa elementos do modelo, cujas hipóteses gerais são:

- 1) Todos os poros têm uma seção transversal circular e normal às linhas de fluxo;
- 2) Os raios dos poros são relacionados à pressão capilar pela lei de Laplace;
- 3) O escoamento é laminar e a baixas velocidades.

A 1ª hipótese - circularidade da seção transversal - e a 3ª - *creeping flow* - permitem o uso das leis de Poiseuille e de Darcy.

Nesse modelo, consideram-se  $n$  classes de poros, identificadas pelos raios:  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , onde  $r_1 > r_2 > \dots > r_n$ , e cada classe de poro contribui com uma fração,  $\Delta s_i$ , para a área total de superfície porosa.

A área total de poros de uma seção, antes da junção, é dada por  $f(\mathbf{h})A$ ; onde  $A$  representa a área total (sólido mais vazios) e  $f(\mathbf{h})$  designa a porosidade associada à seção anterior à junção. Considera-se que a junção produz o fechamento de alguns poros que se interceptam com porções da matriz sólida da outra parte da junção, resultando em braços mortos. Considera-se também que a porosidade do elemento após a junção seja a porosidade volumétrica  $\mathbf{h}$ . Desse modo,

$$f(\eta) \geq \eta.$$

No modelo de Childs e Collis-George  $f(\eta) = h$  e é um mínimo, constituindo uma segunda deficiência dos modelos desse tipo.

Sendo  $x_i$  o número de poros de raio  $r_i$  presentes na seção antes da junção, tem-se:

$$x_i = \frac{\Delta S_i f(\eta) A}{\pi r_i^2}, \quad (3.9)$$

onde  $\Delta S_i$  representa a fração da área ocupada por poros de raio  $r_i$ .  $P_{ij}$ , denotando a probabilidade de que poros de raio  $r_i$  de uma seção interceptem poros de raio  $r_j$  de outra seção, é dada, considerando-se independência estatística de eventos e a equação (3.9), por:

$$P_{ij} = \left( \frac{x_i \pi r_i^2}{A} \right) \left( \frac{x_j \pi r_j^2}{A} \right) = f^2(\eta) \Delta S_i \Delta S_j. \quad (3.10)$$

O sistema sendo simétrico,

$$P_{ij} = P_{ji}. \quad (3.11)$$

Se  $P_i^j$  representa a probabilidade de ambas as intersecções i-j, então tem-se:

$$P_i^j = \begin{cases} 2f^2(\eta) \Delta S_i \Delta S_j; & \text{para } i \neq j \\ f^2(\eta) \Delta S_i \Delta S_j; & \text{para } i = j \end{cases}. \quad (3.12)$$

Considerando  $A_{ij}$  como sendo uma variável aleatória representando a área de intersecção entre um poro arbitrário de classe i e um poro arbitrário de classe j, a probabilidade  $P_i^j$  pode ser escrita como  $E(A_{ij})$ . Considere, agora  $R_i^j$  como representando um raio equivalente de uma área circular associada às intersecções i-j,

$$R_i^j = \left[ \frac{E(A_{ij})}{\pi} \right]^{1/2}. \quad (3.13)$$

Se  $a_i^j$  representar a área de filtro associada à totalidade das intersecções do tipo i-j, pode-se escrever:

$$a_i^j = p_i^j A = X_{ij} E(A_{ij}) = X_{ij} \pi R_{ij}^2, \quad (3.14)$$

onde  $X_{ij}$  é o número de constricções do tipo i-j.

Desse modo o fluxo de fluido através da junção pode ser escrito, usando a lei de Poiseuille, como:

$$Q = -\frac{\pi \Delta p}{8\mu L} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X'_{ij} R_{ij}^4, \quad (3.15)$$

onde,  $X'_{ij} = \begin{cases} X_{ij}/2; & \text{para } i \neq j \\ X_{ij}; & \text{para } i = j \end{cases}$ .

Pode-se expressar agora a equação (3.15) como:

$$Q = -\frac{f^2(\eta) A \Delta p}{8\mu L} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta S_i \Delta S_j R_{ij}^2. \quad (3.16)$$

Eliminando o fluxo  $Q$  pela lei de Darcy,  $Q = -\frac{k A D p}{m L}$ , substituindo o valor do raio equivalente pelo valor esperado  $E(A_{ij})$  e resolvendo de forma a colocar explicitamente o valor da permeabilidade, tem-se:

$$k = \frac{f^2(\eta)}{8\pi} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta S_i \Delta S_j E(A_{ij}). \quad (3.17)$$

Desta forma, a permeabilidade é escrita em função do valor esperado de uma variável aleatória que representa a intersecção de poros  $r_i$  e  $r_j$  conectados em série.

O problema a este ponto é o de determinar este valor esperado. Assim, considerou-se, primeiramente, a probabilidade  $P_i^j$ , assumindo sempre a ocorrência de pelo menos um sucesso, e através de relações geométricas, determina-se a permeabilidade  $k_R$  para um processo randômico, explicitamente, em função dos raios  $r_i$  e  $r_j$  - obtidos por aproximações e relações geométricas, da seguinte forma:

$$k_R = \frac{f^2(\eta)}{8} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta S_i \Delta S_j \left( \frac{r_i r_j}{r_i + r_j} \right)^2. \quad (3.18)$$

A equação (3.18) representa a permeabilidade para um processo puramente aleatório. Entretanto, Reznik interessou-se também por processos determinísticos, uma vez que nem todos os processos em meios porosos são aleatórios, mesmo porque a aleatoriedade original pode ser alterada por processos de diferentes naturezas, como químicos, por exemplo.

Então, ele considera a hipótese comum a todos os modelos anteriores do tipo seqüencial, assumindo que a área de intersecção da conexão de dois poros é igual à área da seção transversal

do menor poro. Essa hipótese representa um processo altamente ordenado. O valor esperado é dado por:

$$E(A_{ij}) = \pi r_s^2, \quad (3.19)$$

onde

$$r_s = \begin{cases} r_i; & \text{para } r_i \leq r_j \\ r_j; & \text{para } r_i > r_j \end{cases}. \quad (3.20)$$

Substituindo a equação (3.20) na equação (3.17), tem-se a permeabilidade  $k_o$  para um processo ordenado:

$$k_o = \frac{f^2(\eta)}{8} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta S_i \Delta S_j r_s^2. \quad (3.21)$$

Incluiu ainda um terceiro caso, por parecer razoável que muitos dos fenômenos naturais são combinações de processos aleatórios com processos determinísticos. Assim, o valor esperado da área de intersecção é dada por uma média geométrica entre os valores esperados dos modelos anteriores, o qual leva à seguinte expressão de permeabilidade  $k_{OR}$ ,

$$k_{OR} = \frac{f^2(\eta)}{8} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta S_i \Delta S_j \left( \frac{r_s^2 r_i}{r_s + r_i} \right) \quad (3.22)$$

Levando ao limite as equações (3.18), (3.21) e (3.22) com o número de classes -  $n$  - tendendo ao infinito e, representando através dos subíndices  $R$ ,  $OR$  e  $O$  os processos, quanto às áreas de intersecção, como randômico, ordenado-randômico e ordenado, obtém-se as seguintes equações:

$$k_R = \frac{f^2(\eta)}{8} \int_0^1 \int_0^1 \left( \frac{r(q)r(t)}{r(q) + r(t)} \right)^2 dqdt; \quad (3.23)$$

$$k_{OR} = \left( \frac{f^2(\eta)}{8} \right) 2 \int_0^1 \int_t^1 \left( \frac{r^2(q)r(t)}{r(q) + r(t)} \right)^2 dqdt; \quad (3.24)$$

$$k_o = \left( \frac{f^2(\eta)}{8} \right) 2 \int_0^1 \int_t^1 r^2(q) dqdt. \quad (3.25)$$

A porosidade da interface  $f^2(\mathbf{h})$  é um dos pontos de interesse desse tipo de modelo. Essa porosidade determina uma área de filtro que controla o fluxo e foi incluída nas expressões da permeabilidade através da determinação de  $P_i^j$  - probabilidade de todas as intersecções i-j.

Entre trabalhos de destaque para determinar essa porosidade, pode-se apresentar o de Millington e Quirk (1961), no qual associa uma interação  $\mathbf{h}^{2x}$  aleatória proveniente de duas outras  $\mathbf{h}^x$ , representando uma área mínima ( $\mathbf{h}^{2x}$ ) formada na presença de uma área sólida máxima,  $(1-\mathbf{h})^x$  que se correlacionam da seguinte forma:

$$\eta^{2x} + (1-\eta)^x - 1 = 0. \quad (3.26)$$

Reznik (1971) propôs um complemento para a expressão (3.26), onde a porosidade de interface forma um máximo enquanto a área sólida forma um mínimo,

$$\eta^y + (1-\eta)^{2y} - 1 = 0. \quad (3.27)$$

Essas equações, sendo representadas graficamente, se aproximam de uma reta, a não ser para valores de porosidade próximos de 0 e 1.

Neste trabalho, consideram-se as expressões (3.26) e (3.27) como duas retas com porosidade entre 0.1 e 0.8, obtendo-se as seguintes funções:

$$x = 0.5778 + 0.2111\eta, \quad (3.28)$$

e

$$y = 0.7978 - 0.2245\eta. \quad (3.29)$$

Para a porosidade de interface, Reznik propôs os seguintes valores :

$$f_R^2(\eta) = (\eta)^{2x}; \quad (3.30)$$

$$f_{OR}^2(\eta) = (\eta)^{\frac{3}{4(x+y)}}; \quad (3.31)$$

$$f_O^2(\eta) = \eta. \quad (3.32)$$

Dos 3 modelos apresentados, o modelo ordenado-randômico foi o que apresentou melhores resultados em 75 % dos casos estudados por Reznik, mostrando-se, dentre os diferentes modelos vistos, como o mais adequado para ser incorporado em pacotes computacionais de transferência de calor e de umidade. Portanto, concentra-se, a seguir, apenas no estudo do modelo de Reznik para estimar a permeabilidade  $k_{OR}$ .

### 3.4 - Distribuição de tamanho de poro em função da saturação

Algumas distribuições aleatórias como as distribuições gama, Pearson e Beta, têm sido usadas para ajustar curvas de pressão de sucção capilar, entretanto nenhuma delas apresentou sucesso. Por outro lado, as curvas de distribuição normal e chi-quadrado são definidas sobre um domínio infinito, o que não é natural em meios porosos.

Um método mais direto para obtenção de um modelo para expressar a distribuição de tamanho de poro em função da saturação foi proposto por Reznik (1971), a partir da observação do comportamento exponencial da pressão de sucção capilar com a saturação para 33 materiais. Esse fato levou Reznik a derivar as seguintes expressões:

$$r = \begin{cases} a_1 \exp(m_1 s_{nw}); & \text{para } s_B \leq s_{nw} \leq 1 \\ a_2 \exp(m_2 s_{nw}); & \text{para } 0 \leq s_{nw} \leq s_B \end{cases} \quad (3.33)$$

onde  $s_B$  corresponde ao valor de saturação na intersecção das duas curvas exponenciais apresentadas na equação (3.33). Para materiais com baixa permeabilidade é razoável usar apenas uma curva.

Um resultado interessante dessas relações é que elas tendem a suavizar a distribuição de poros de forma a reduzir as anomalias nos extremos da curva  $r = f(s)$ . Isto é importante devido ao fato de que a equação (3.24), na forma integral obtida para calcular a permeabilidade, é muito sensível a variações em  $\Delta s$  para valores muito altos e muito baixos de raio e é justamente nessa faixa que a medição é de difícil execução.

Para se obter dados de distribuição de tamanho de poros para uma faixa mais larga de diâmetro de poros, acoplam-se resultados de porosimetria a Hg com dados levantados através de isoterma de adsorção. Podem ser obtidas, também, distribuições de poros por técnicas de análise de imagem (Philippi et al., 1994).

Outra vantagem dessas correlações é que elas permitem integrar analiticamente as equações da permeabilidade. Com as equações (3.31 e 3.33) aplicadas na equação (3.24), obtém-se, após sucessivas integrações por partes, a nova expressão integrada de permeabilidade -  $k_{OR}$ , segundo a distribuição de poro apresentada,

$$k_{OR} = \frac{\eta^{3/4(x+y)}}{4} [k_1'' + k_2''] \quad (3.34)$$

onde:



$$\begin{aligned}
 k_i'' = \frac{1}{12} \{ & A_1 \exp(M_1 \delta_1) [A_1 \exp(M_1 \delta_1) + A_2 \exp(M_2 \delta_3)] [\ln[A_1 \exp(M_1 \delta_1) + A_2 \exp(M_2 \delta_3)] - 1] \\
 & - \frac{1}{2} [A_1 \exp(M_1 \delta_1) + A_2 \exp(M_2 \delta_3)]^2 \cdot [\ln[A_1 \exp(M_1 \delta_1) + A_2 \exp(M_2 \delta_3)] - \frac{3}{2}] \\
 & + \frac{1}{2} A_2^2 \exp(2M_2 \delta_3) [\ln[2A_2 \exp(M_2 \delta_3)] - \frac{5}{2}] \quad , \\
 & - A_1 \exp(M_1 \delta_1) [A_1 \exp(M_1 \delta_1) + A_2 \exp(M_2 \delta_4)] [\ln[A_1 \exp(M_1 \delta_1) + A_2 \exp(M_2 \delta_4)] - 1] \\
 & + \frac{1}{2} [A_1 \exp(M_1 \delta_1) + A_2 \exp(M_2 \delta_4)]^2 \cdot [\ln[A_1 \exp(M_1 \delta_1) + A_2 \exp(M_2 \delta_4)] - \frac{3}{2}] \\
 & - \frac{1}{2} A_2^2 \exp(2M_2 \delta_4) [\ln[2A_2 \exp(M_2 \delta_4)] - \frac{5}{2}] \}
 \end{aligned}
 \tag{3.35}$$

$$k_i'' = k_i'' \text{ para } \begin{cases} A_1 = A_2 = a_1 \\ M_1 = M_2 = m_1 \\ \delta_1 = \delta_3 = 1 \\ \delta_4 = S_B \end{cases} ,
 \tag{3.36}$$

e

$$k_i'' = k_i'' \text{ para } \begin{cases} A_1 = A_2 = a_2 \\ M_1 = M_2 = m_2 \\ \delta_1 = \delta_3 = S_B \\ \delta_4 = 0 \end{cases} .
 \tag{3.37}$$

Para  $S_B = 1$ ,

$$k_{OR} = \frac{\eta^{\frac{3}{4}(x+y)}}{4} k_2'' .
 \tag{3.38}$$

### 3.5 - Permeabilidade em meios insaturados

Para fluxos bifásicos, Reznik (1971) assumiu as seguintes hipóteses:

- 1- A fase não-molhante ocupa os poros maiores;
- 2 - A fase molhante ocupa os poros menores;
- 3 - Para o cálculo da permeabilidade de uma certa fase, os poros ocupados pela outra são considerados parte da matriz sólida;
- 4 - Quando há presença de uma saturação irreduzível, assume-se que tal fase está contida nos menores poros e é tratada como parte da matriz sólida.

### 3.5.1 - Permeabilidade da fase não-molhante

A modificação básica, nesse caso, é que ao invés de se integrar as equações ao longo de toda a saturação da fase não-molhante ( $0 \leq s_{nw} \leq 1$ ) em um processo de drenagem, integra-se de 0 até a fração  $s_{nw}$  da fase não-molhante que entra no meio poroso, invadindo, sucessivamente, os poros menores.

Logo, para  $s_{nw} > s_B$ , tem-se

$$k_{OR} = \frac{s_{nw} \eta^{\frac{3}{4}(x+y)}}{4} [k_1'' + k_2''] \quad (3.39)$$

onde  $k_i''$  é dado pela equação (3.35), com as seguintes alterações:

$$\begin{aligned} k_1'' : \delta_1 = \delta_3 = s_{nw} \\ k_2'' : \text{inalterado} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Para  $s_{nw} \leq s_B$  ou  $s_B=1$  (para  $\forall s_{nw}$ ), tem-se:

$$k_{OR} = \frac{s_{nw} \eta^{\frac{3}{4}(x+y)}}{4} k_2'' \quad (3.41)$$

e  $k_2''$  apresentando os novos limites de integração:

$$\delta_1 = \delta_3 = s_{nw} .$$

### 3.5.2 - Permeabilidade da fase molhante

Em fluxos multifásicos em materiais porosos, dois processos de deslocamento acontecem: embebição e drenagem. No processo de embebição a fase molhante desloca a fase não-molhante para fora do meio e o contrário ocorre no processo de drenagem.

Desprezando-se os conteúdos tanto residuais como irreduzíveis, tem-se a seguinte relação entre as saturações da fase molhante e não-molhante:

$$s_w = 1 - s_{nw} . \quad (3.42)$$

O modelo de Reznik para correlacionar as permeabilidades das duas fases, equivale a dizer que a permeabilidade de uma dada fase é igual à permeabilidade intrínseca subtraída da permeabilidade da outra fase, imaginando-se a permeabilidade simplesmente como uma “área

permeável”. Em outras palavras, seria como imaginar que as curvas de permeabilidade das fases molhante e não-molhante fossem complementares.

Essa correlação superestima a permeabilidade da fase molhante, principalmente no início de um processo de embebição (baixos valores de  $q$ ), onde a permeabilidade da fase não-molhante é próxima da permeabilidade intrínseca do meio. Pode-se ver na Figura 3.1 que o crescimento dessas curvas é bem suave, tornando-se forte para saturações mais altas.

Para contornar esse problema de determinação da permeabilidade do meio à água, adota-se o modelo de Willie e Spangler (1962). Esse modelo é simples no sentido de depender apenas da saturação e pode apresentar sucesso em meios consolidados (Kaviany, 1995). Pode-se descrever tal modelo como:

$$k_{r_w} = s_w^4, \quad (3.43)$$

e

$$k_{r_{nw}} = (1 - s_w)^2 (1 - s_w^2). \quad (3.44)$$

Para determinação dos coeficientes de transporte  $D_{Tl}$  e  $D_{ql}$ , necessita-se apenas da permeabilidade da fase líquida  $k_w$  que pode ser escrita como:

$$k_w = k_{r_w} k_{OR}. \quad (3.45)$$

O cálculo com os modelos de Reznik (1971) e Willie e Spangler (1966) é apresentado no capítulo referente à determinação das propriedades de transporte de massa (capítulo 4).

### 3.6 – Conclusões

Apesar de os modelos capilares serem unidimensionais, o modelo de Reznik apresentou bons resultados para materiais consolidados e não-consolidados, ao ser comparado com dados experimentais e com modelos como o de Millington e Quirk e Purcell. Das 42 amostras testadas por Reznik (1971), 36 apresentaram melhores resultados ao serem confrontadas com o modelo de Millington e Quirk (1961) e o modelo de Purcell (1949) apresentou o melhor resultado em apenas um dos testes com um material não-consolidado.

Segundo Reznik, a vantagem de seu modelo não se deve apenas a essa comparação favorável com dados experimentais, mas também ao fato de que a teoria de acoplamento entre

construções e poros apresenta uma interpretação física melhor do fenômeno do que a de outros modelos do tipo seqüencial como o de Childs e Collis-George (1950) e o de Purcell (1949).

Dos modelos estudados por Reznik, o modelo ordenado-randômico foi o que apresentou melhores resultados em 75 % dos casos, mostrando-se, dentre os diferentes modelos vistos, como sendo o mais adequado para ser incorporado a pacotes computacionais de transferência de calor e de umidade em elementos porosos de edificações, devido ao seu desempenho e simplicidade.

Observa-se nos resultados ilustrados no capítulo 4 que a combinação do modelo de Reznik (1971) - para determinar a permeabilidade intrínseca - com o modelo de Willie e Spangler (1962) - para calcular a permeabilidade relativa - é refletida em resultados satisfatórios para os coeficientes de transporte de líquido ( $D_{\theta l}$  e  $D_{Tl}$ ).

Apresenta-se, no capítulo seguinte, o procedimento para a determinação dos coeficientes de transporte de massa e, no capítulo 5, estudam-se e desenvolvem-se modelos para a avaliação da condutividade térmica em meios saturados e insaturados.

## **CAPÍTULO 4**

### **DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES DE TRANSPORTE DE MASSA**

#### 4.1. Introdução

Neste capítulo é feita a aplicação dos modelos vistos nos capítulos 2 e 3, para determinação dos coeficientes de transporte de massa e curvas isotérmicas de equilíbrio. Esses modelos são estudados para 4 materiais para os quais se dispõe dos dados necessários para validação que são a argamassa ARG1 de Fernandes (1990), o concreto celular aerado CCA de Cunha Neto (1992) e a argamassa ARG2 e o tijolo TIJ de Perrin (1985).

O procedimento para determinação dos coeficientes de transporte de massa ( $D_{Tv}$ ,  $D_{\theta v}$ ,  $D_{Ti}$  e  $D_{\theta i}$ ) mostrado neste capítulo, requer apenas dados de isoterma de adsorção e de intrusão de mercúrio através de coeficientes de ajuste, o que é conveniente em um código computacional de transferência de calor e umidade.

No entanto, os coeficientes de transporte de umidade associados a gradientes de conteúdo de umidade são obtidos, usualmente, através de experimentos de embebição. Neste caso, para fins de comparação entre valores medidos e calculados, seria interessante unir a distribuição de volumes de poros obtida através de isoterma de adsorção com a distribuição obtida através da análise da microestrutura, obtida por micrografias.

Primeiramente, estima-se a curva isotérmica de equilíbrio para umidades relativas altas através de porosimetria a Hg, juntando-a com a curva de adsorção obtida experimentalmente. De posse dessa curva para uma faixa alargada de umidade relativa, utiliza-se o modelo GAB para ajuste aos pontos obtidos. Da mesma forma é feito para a curva de pressão de sucção capilar, porém com o modelo de Van Genuchten para ajuste. Feito isto, determina-se a distribuição de poros através de dados de intrusão de Hg e de dados de isoterma de adsorção, ajustando o modelo de Reznik (1971) para a determinação da permeabilidade intrínseca. Usa-se, em seguida, o modelo de Willie e Spangler (1962) para a determinação da permeabilidade relativa para a fase molhante. Executadas essas etapas, calculam-se os 4 coeficientes de transporte de massa do modelo de Philip e DeVries (1957) pela formulação apresentada no capítulo 2.

#### 4.2 - Descrição dos materiais em estudo

A argamassa de cal e cimento ARG1 de Fernandes (1990) é um material composto de 20% de água com areia fina, cal e cimento nas proporções 8:2:1, com uma porosidade de 31% e uma massa específica de 1710 kg/m<sup>3</sup>.

O concreto celular aerado CCA de Cunha Neto (1992) é um material sílico-calcário de densidade nominal 400 kg/m<sup>3</sup>, obtido por processo de autoclavamento que confere ao material um volume de bolhas de ar de 60% (macroporosidade) e uma matriz porosa com 40% de sólido e 60% de poros (microporosidade).

A argamassa de cimento ARG2 de Perrin (1985) possui densidade de 2050 kg/m<sup>3</sup>, 18% de porosidade e apresenta a seguinte composição em massa: 1 parte de ligante (cimento portland), 3 partes de areia e ½ parte de água. Essa argamassa é constituída, predominantemente, de mesoporos ( $20 \text{ \AA} < \text{raio} < 500 \text{ \AA}$ ), refletindo em um comportamento altamente higroscópico.

O tijolo terracota TIJ de Perrin (1985) tem um grande número de macroporos que lhe proporcionam um comportamento pouco higroscópico. Sua densidade é 1900 kg/m<sup>3</sup> e sua porosidade total 29%.

#### 4.3 - Isotermas de adsorção

Apresentam-se, nas Figuras 4.1 e 4.2, as isotermas que descrevem o equilíbrio entre as fases líquida e gasosa obtidas de ensaios de adsorção para os materiais em estudo.

Nota-se, pela Figura 4.1, que a umidade relativa para conteúdos volumétricos de umidade acima de 5%, tende assintoticamente para 1, principalmente para o concreto celular. Nisto a derivada  $\partial h / \partial q$  tende a zero e o transporte na fase líquida começa a ser predominante.

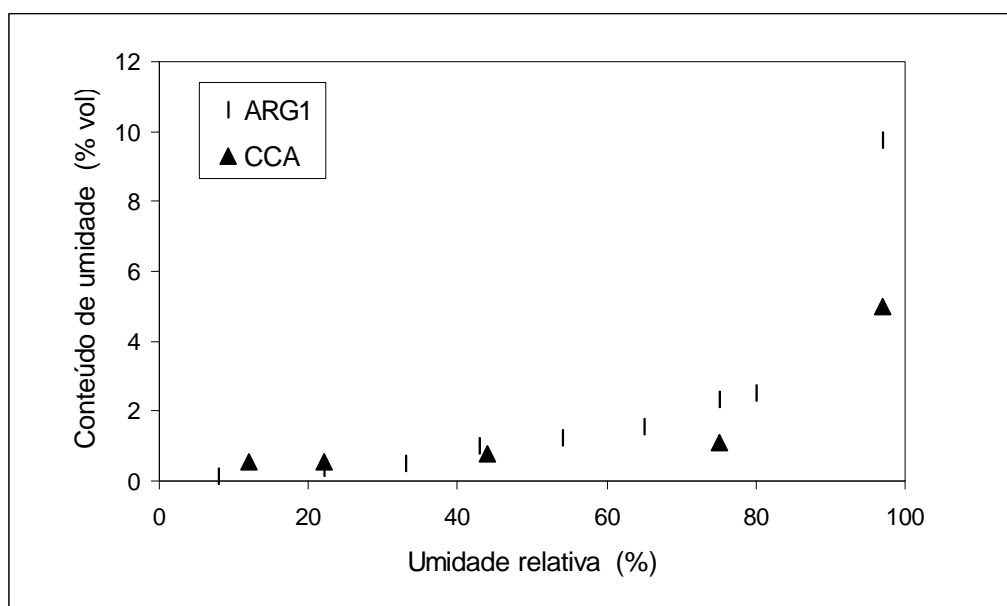


Figura 4.1: Isotermas de Adsorção para a argamassa ARG1 de Fernandes (1990) e o concreto celular aerado CCA de Cunha Neto (1992).

A Figura 4.2 exibe um comportamento predominantemente higroscópico para ARG2 em relação ao TIJ, pois para uma mesma umidade relativa, o volume de água fixado na matriz porosa de ARG2 é significativamente maior.

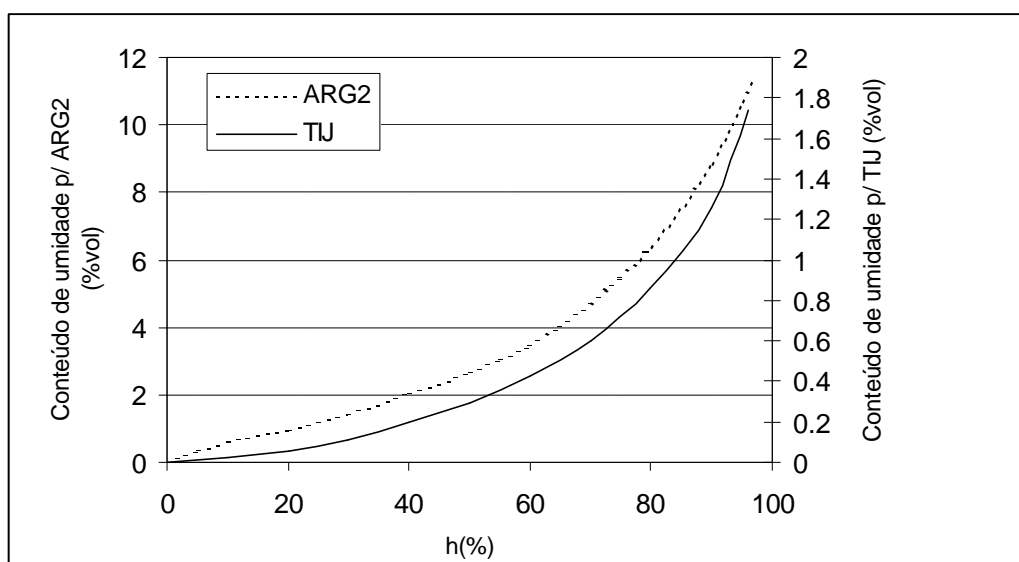


Figura 4.2: Isotermas de Adsorção para argamassa ARG2 e o tijolo TIJ de Perrin (1985).

A Figura 4.2 foi extraída através da leitura direta em um gráfico de curva ajustada.

Usando-se os dados dos ensaios de intrusão de mercúrio, pode-se avaliar a isoterma de adsorção na região onde o fenômeno de condensação capilar predomina sobre o de adsorção de vapor. Uma vez extrapolada a isoterma de adsorção, aplica-se o modelo GAB de ajuste, obtendo coeficientes para expressões matemáticas que correlacionam umidade relativa e conteúdo de umidade.

Essa extrapolação da isoterma de adsorção é interessante para cálculo de coeficientes de transporte para umidades relativas acima das obtidas por ensaios isotérmicos de adsorção (~ 96%) e, também, para permitir a avaliação de troca de massa entre a superfície do elemento poroso e o ar que o envolve, quando a umidade relativa for acima desses 96%, conforme será visto no capítulo 7.

Ilustra-se, na Figura 4.3, o ajuste GAB apenas à isoterma estendida do concreto celular.

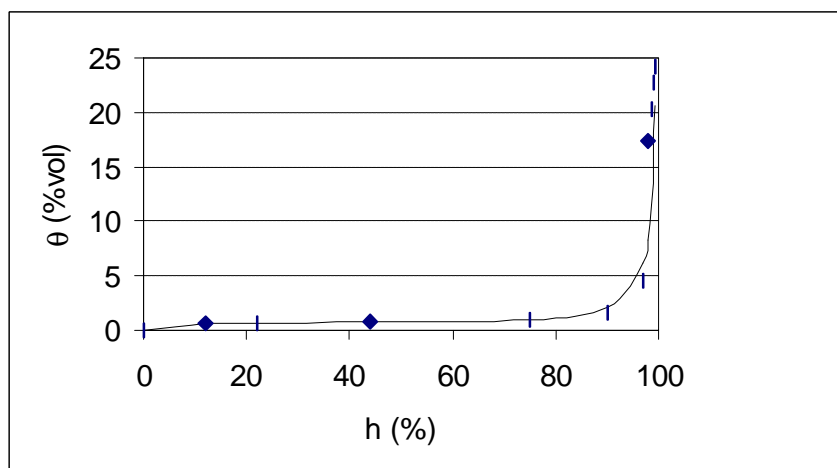


Figura 4.3: Modelo GAB aplicado aos pontos experimentais de CCA.

Para esse material, considerou-se um conteúdo volumétrico máximo de 25% para a fase molhante atingido em um processo de embebição.

Exclusivamente para CCA, houve a necessidade de criação de um ponto intermediário de umidade relativa de 92%, através de um GAB com polinômio de 6º grau em  $h$ , para melhor ajustar a região de crescimento rápido da curva.

#### 4.4. Pressão Capilar

A pressão capilar para os materiais em estudo foi obtida usando-se, para baixos conteúdos de umidade, a lei de Kelvin aplicada a dados de isoterma de adsorção e, para altos



conteúdos, utilizaram-se dados de porosimetria a mercúrio. A curva obtida será chamada de curva de pressão de sucção, ou simplesmente, curva de pressão capilar.

A Figura 4.4 apresenta a curva de pressão capilar ajustada para ARG1, obtida de dados de ensaio de intrusão de mercúrio realizado por Cunha Neto (1995), com um porosímetro 9320 da micromeritics pertencente ao Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas dos Materiais (LMPT) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).

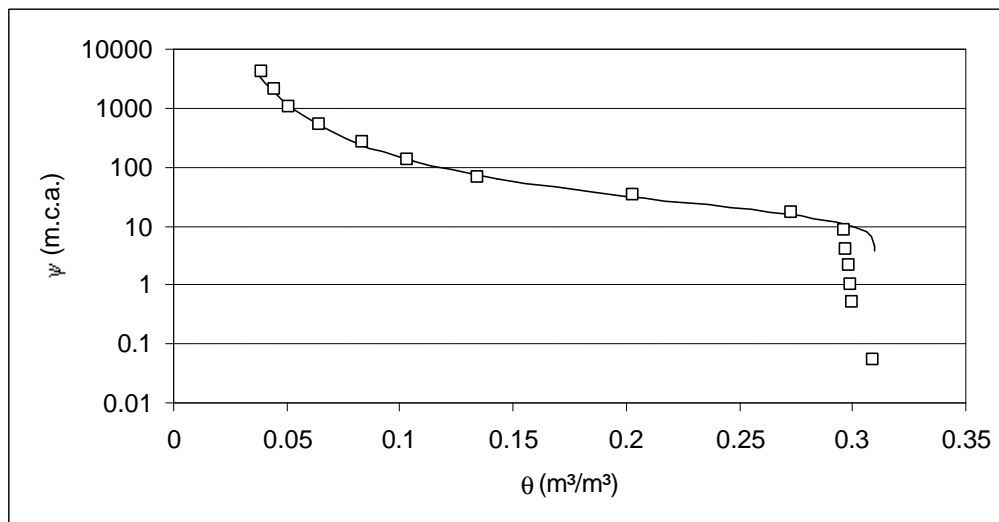


Figura 4.4: Curva de pressão capilar para ARG1 (dados de intrusão de Hg - Cunha Neto (1995)).

Ao observar que durante a faixa em que a pressão capilar varia muito, a saturação varia pouco e que nos extremos do domínio onde a saturação tende a zero ou a 1, a pressão capilar varia bruscamente, sentiu-se que a presença de um comportamento logarítmico poderia melhorar o ajuste de Van Genuchten para materiais de larga faixa de diâmetros de poros. Encontrou-se, assim, um melhor ajuste ao se modificar a equação (2.70) de Van Genuchten para a seguinte equação:

$$s = \left[ 1 + (A \ln y)^B \right]^C \tag{4.1}$$

Escrevendo-se, em função da saturação, tem-se:

$$\psi = \exp \left\{ \frac{1}{A} \left[ (s)^{1/C} - 1 \right]^{1/B} \right\} \tag{4.2}$$

Perrin (1985) calculou a pressão capilar através da equação de Kelvin-Laplace aplicada sobre a isoterma de equilíbrio. Entretanto, para umidades relativas superiores a 96%, ele realizou ensaios de centrifugação. A Figura 4.5 mostra um ponto representativo extraído de seu ensaio de centrifugação. Estima-se essa parte da curva através do ensaio de porosimetria a mercúrio que, como comentado no capítulo 2, apresenta problemas de interpretação.

Para o tijolo, Perrin não conseguiu realizar o ensaio de centrifugação, devido à extrema dificuldade em separar as perdas em pesos das amostras por centrifugação e evaporação. Para contornar este problema, ele usou a curva de pressão de sucção do tijolo de Bomberg (Perrin, 1985) de características muito próximas às dele, em termos de densidade e porosidade.

Desprezou-se o ponto obtido por centrifugação (Figura 4.5) de Perrin, limitando-se apenas aos dados de porosimetria a Hg, para dar consistência à análise.

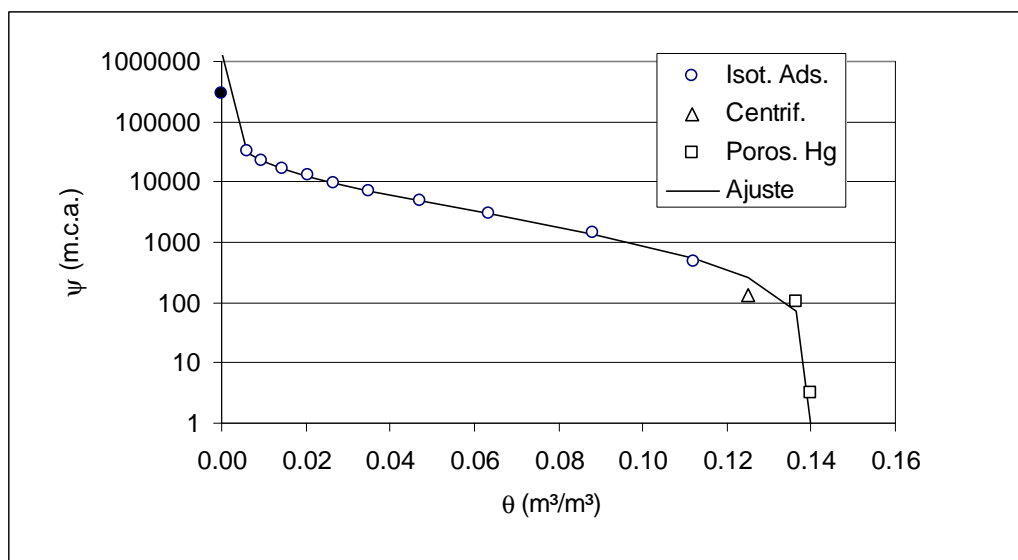


Figura 4.5: Curva levantada de pressão capilar para ARG2 a partir dos dados de Perrin (1985) de isoterma de adsorção e de intrusão de mercúrio.



## 4.5.1 - Determinação da distribuição em volume de microporos

Para a obtenção da distribuição de tamanho de microporos, aplicam-se, primeiramente, os dados da isoterma de adsorção no modelo de adsorção física de vapor de De Boer e Zwiiker para estimar a superfície volumétrica específica de sólido  $S_0$  e o potencial de interação na superfície  $e_0$ , utilizando-se, em seguida, o formalismo usado por Philippi et al. (1994).

As Figuras 4.7 - 4.10 apresentam graficamente o uso da equação (2.80) para extração desses parâmetros  $S_0$  e  $e_0$  para os materiais em estudo.

Considerou-se que para ARG1, o modelo de De Boer e Zwiiker é satisfeito até uma umidade relativa de aproximadamente 80%, dando um coeficiente de correlação de  $R=0.998$  (Figura 4.7).

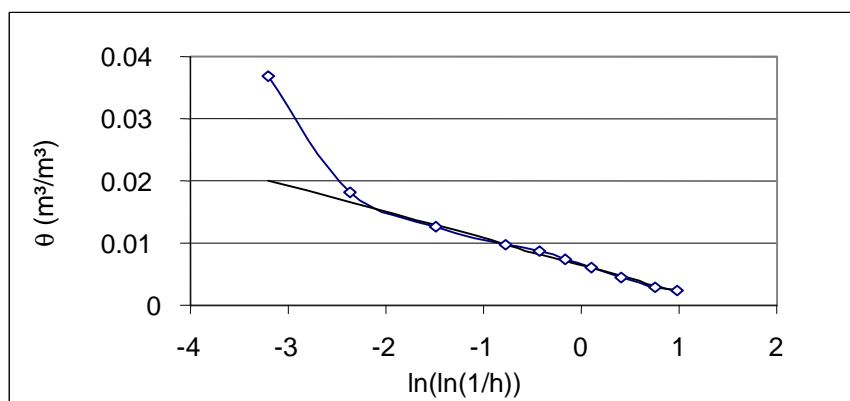


Figura 4.7: Modelo de De Boer e Zwiiker para ARG1 a 25 °C.

Para o CCA, considerou-se que o comportamento linear é satisfeito até ~78% de umidade relativa com um coeficiente de correlação de 0.9726 através da curva gerada pelo modelo GAB, para estimar conteúdos a umidades relativas superiores a 75% e inferiores a 97%. A Figura 4.7 ilustra o uso do modelo de De Boer e Zwiiker para o CCA. O grande número de pontos exibidos na Figura 4.8, deve-se ao fato de ter sido usada a expressão obtida com o ajuste GAB, no lugar dos pontos medidos.

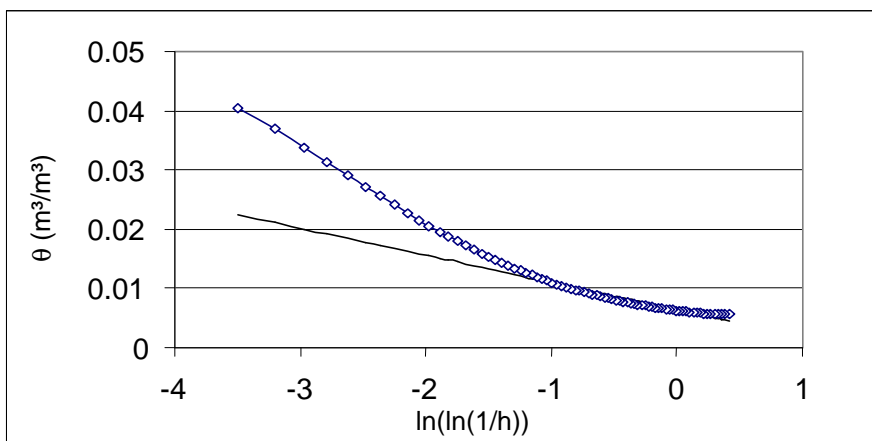


Figura 4.8: Modelo de De Boer e Zwiiker para CCA a 22 °C.

As Figuras 4.9 e 4.10 ilustram o uso do modelo de De Boer e Zwiiker para ARG2 e TIJ. É importante salientar que os pontos das Figuras 4.9 e 4.10 foram extraídos de uma curva isotérmica de adsorção previamente ajustada por Perrin (1985).

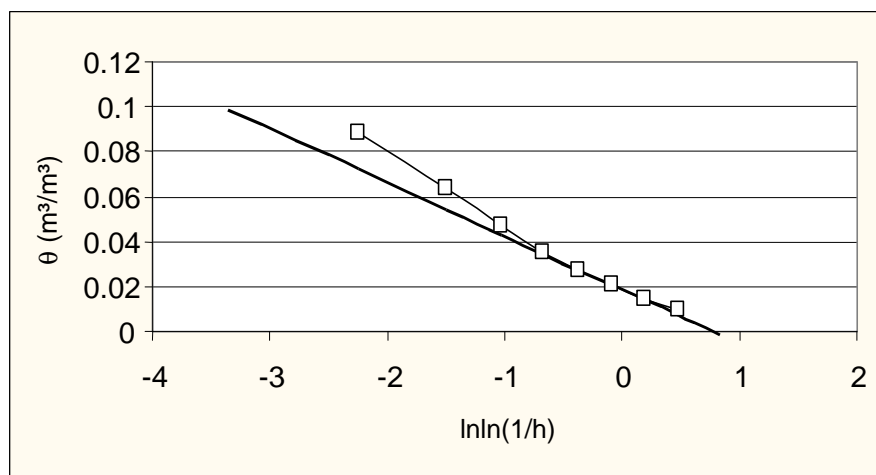


Figura 4.9: Modelo de De Boer e Zwiiker para ARG2 a 20 °C.

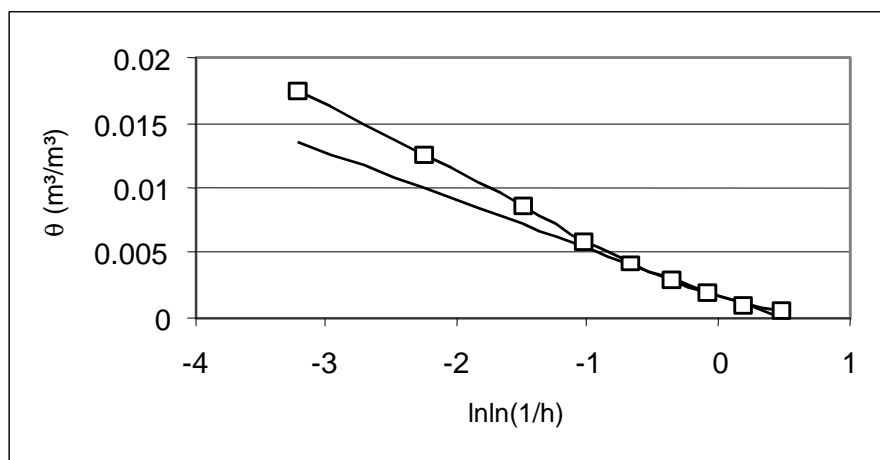


Figura 4.10: Modelo de De Boer e Zwikker para TIJ a 20 °C.

A Tabela 4.1 apresenta os valores obtidos da superfície volumétrica específica de sólido  $S_0$  e do potencial de interação na superfície  $e_0$  através do uso do modelo de De Boer e Zwikker para esses 4 materiais.

Tabela 4.1: Valores obtidos da superfície volumétrica específica de sólido  $S_0$  e do potencial de interação na superfície  $e_0$  do modelo de De Boer e Zwikker.

	ARG1	CCA	ARG2	TIJ
$S_0$ ( $m^2/m^3$ )	$1.469274 \cdot 10^7$	$1.593438 \cdot 10^7$	$8.194824 \cdot 10^7$	$1.265783 \cdot 10^7$
$e_0$ (J/mol)	$-1.133945 \cdot 10^7$	$-9.933243 \cdot 10^6$	$-5.48607 \cdot 10^6$	$-4.002054 \cdot 10^6$

Uma falha pertinente a este modelo é a falta de informações para determinar o parâmetro  $a$ , apesar de se acreditar que não tenha influência significativa na avaliação da espessura da camada adsorvida.

Para o cálculo dessa espessura e da umidade relativa crítica, Philippi et al. (1994) exibem correlações matemáticas, considerando poros esféricos de raio  $r$  com filmes de líquido de espessura  $t$  que envolvem esferas de raio  $r-t$  com vapor d'água em equilíbrio com a fase líquida. Neste trabalho, adaptou-se a hipótese de poros cilíndricos ao modelo de Philippi et al. (1994), tornando consistente com o modelo de permeabilidade de Reznik (1971).

A Tabela 4.2 apresenta valores de  $r$  e  $t^*$  para ARG1 e CCA segundo a hipótese de poros cilíndricos e a de esféricos. Pode-se observar, por essa tabela, que em um processo de adsorção os poros esféricos são preenchidos por condensação capilar antes dos poros cilíndricos.

Tabela 4.2: Valores calculados de raio e espessura crítica para cavidades porosas cilíndricas e esféricas a uma temperatura de 30 °C.

$h^*$ (%)	Cilindro – ARG1		Esfera – ARG1		Cilindro - CCA		Esfera - CCA	
	raio (Å)	$t^*$ (Å)	raio (Å)	$t^*$ (Å)	raio (Å)	$t^*$ (Å)	raio (Å)	$t^*$ (Å)
75.00	34.4	14.0	54.1	15.7	34.0	13.6	53.7	15.3
80.00	41.0	15.3	65.9	17.1	40.6	15.0	65.5	16.7
86.00	54.2	17.4	90.2	19.2	53.8	17.0	89.8	18.9
91.00	77.3	20.0	133.7	21.9	76.9	19.6	133.3	21.5
96.00	153.5	24.7	281.4	26.6	153.1	24.3	281.0	26.3
97.00	198.0	26.4	368.7	28.3	197.6	26.0	368.3	27.9
98.00	286.0	28.7	542.5	30.7	285.6	28.3	542.1	30.3
99.00	547.1	32.7	1060.5	34.7	546.7	32.3	1060.2	34.3
99.50	1065.1	36.7	2092.6	38.8	1064.8	36.4	2092.3	38.4
99.90	5186.9	46.1	10326.9	48.1	5186.5	45.7	10326.5	47.7
99.99	51454.1	59.4	102804.0	61.4	51453.7	59.0	102803.6	61.1

Para o cálculo do raio e da espessura crítica em poros cilíndricos foram utilizadas as equações (2.99) e (2.95). Philippi et al. (1994) apresentam essa formulação para poros esféricos.

De posse de informações sobre  $S_0$  e sobre o raio e a espessura crítica para uma dada umidade relativa, podem ser usadas as equações (2.101-2.104), para calcular a distribuição de volumes de poros finos.

As Tabelas 4.3 e 4.4 comparam valores de raio de poro, espessura crítica e volumes adsorvido e condensado para modelos de poros cilíndricos e esféricos para ARG1 e CCA.

Tabela 4.3: Comparação de raio de poro, espessura crítica e volumes adsorvido e condensado para modelos de poros cilíndricos e esféricos para a argamassa ARG1 de Fernandes (1990).

$h^*$ (%)	Cilindro				Esfera			
	$r$ (o)	$t^*$ (o)	$\frac{V_{ads}}{V_{total}}$	$\frac{V_{cond}}{V_{total}}$	$r$ (o)	$t^*$ (o)	$\frac{V_{ads}}{V_{total}}$	$\frac{V_{cond}}{V_{total}}$
80	41.0	15.3	1.28	0.00	65.9	17.1	1.28	0.00
91	77.3	20.0	1.58	0.23	133.7	21.9	1.59	0.22
96	153.5	24.7	1.59	2.10	281.4	26.6	1.68	2.02

Para os dados de CCA, utilizou-se o modelo GAB para o ajuste da isoterma de adsorção para se determinar pontos intermediários entre 75 e 97 % de umidade relativa, pela dificuldade em se interpretar a umidade relativa máxima que satisfaz o modelo de De Boer e Zwicker.

Tabela 4.4: Comparação de raio de poro, espessura crítica e volumes adsorvido e condensado para modelos de poros cilíndricos e esféricos para o concreto celular aerado de Cunha Neto (1992).

$h^*$ (%)	Cilindro				Esfera			
	$r$ (Å)	$t^*$ (Å)	$\theta_{ads}$ (% vol)	$\theta_{cap}$ (% vol)	$r$ (Å)	$t^*$ (Å)	$\theta_{ads}$ (% vol)	$\theta_{cap}$ (% vol)
79	39.1	14.7	1.18	0.30	62.7	16.4	1.19	0.28
84	48.4	16.3	1.18	0.61	79.8	18.0	1.21	0.58
89	65.3	18.5	1.15	1.13	111.3	20.3	1.21	1.06
92	84.7	20.3	1.12	1.60	148.3	22.2	1.22	1.50
97	197.6	26.0	1.08	2.91	368.3	27.9	1.32	2.72

As Figura 4.11 e 4.12 apresentam distribuições de volumes de poros para ARG1 e para CCA, considerando poros tanto cilíndricos como esféricos.

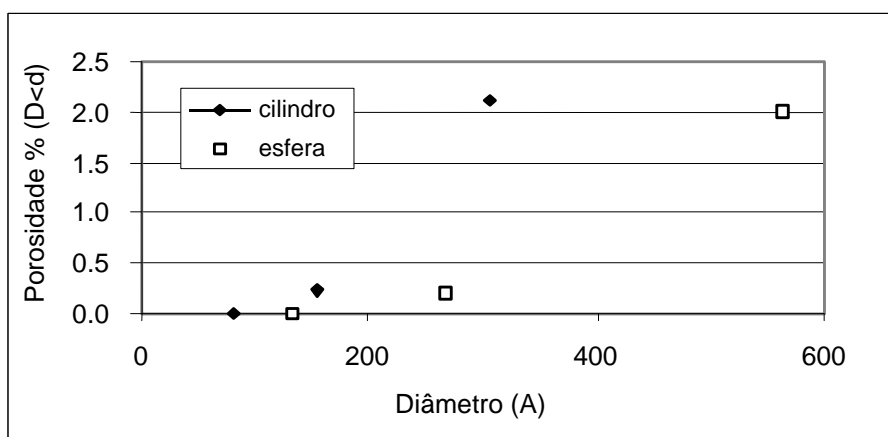


Figura 4.11: Distribuição de poros para ARG1.

A Figura 4.12 apresenta a distribuição de volumes de poros para CCA. Nota-se, pelas Figuras 4.11 e 4.12, que a hipótese de poros esféricos permite explorar poros maiores com as informações de conteúdo de umidade e de umidade relativa fornecidas de ensaios para obtenção da curva de equilíbrio isotérmico em um processo de adsorção.



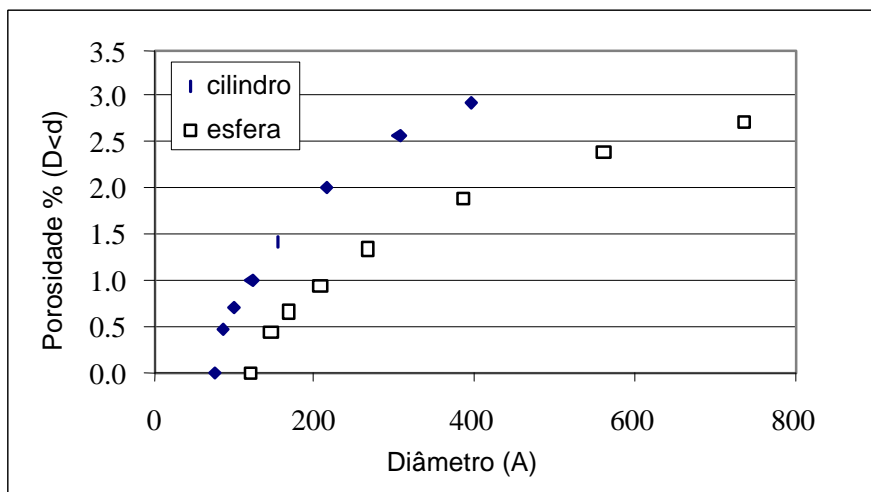


Figura 4.12: Distribuição de poros para CCA.

Apresenta-se na Figura 4.13, para ARG2 e TIJ, a distribuição de volumes de poros extraída das isotermas de adsorção, considerando os poros como sendo cilíndricos. Essa diferença em capacidade de fixação de água entre esses dois materiais é explicada pelo fato de que ARG2 apresenta um número muito maior de poros pequenos, dando-lhe uma característica de material higroscópico.

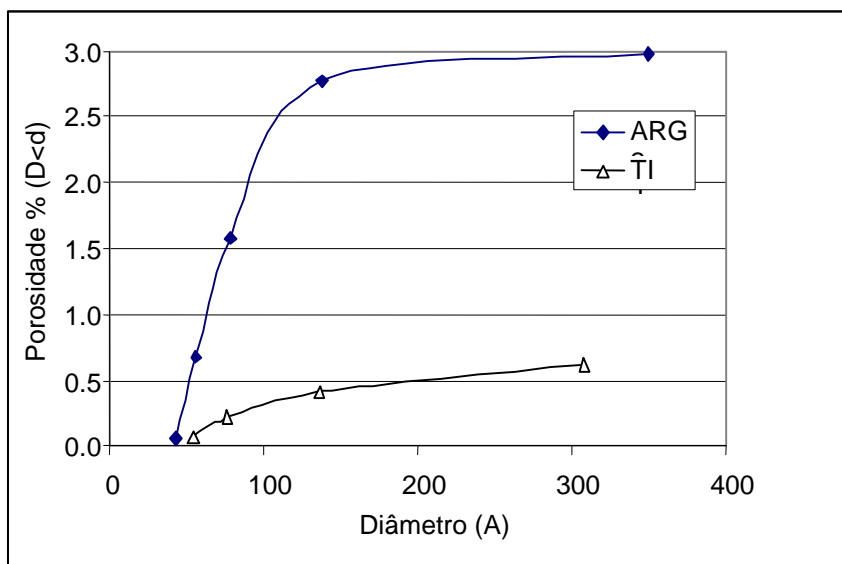


Figura 4.13: Distribuição de poros para ARG2 e TIJ.

#### 4.5.2 - Determinação da distribuição de volume de poros pela isoterma de adsorção e porosimetria a mercúrio

Apresenta-se, neste item, a distribuição de poros extraída da isoterma de adsorção e da intrusão de Hg, aplicando-se o ajuste de Reznik para se efetuar o cálculo da permeabilidade.

Determinou-se a distribuição de poros para ARG1 e comparou-se com dados extraídos por Philippi et al. (1994) através de análise de imagens obtidas de microscopia eletrônica de varredura ( $1250 \text{ \AA} < d < 13 \text{ \mu m}$ ) e de isoterma de adsorção ( $d < 1250 \text{ \AA}$ ) para poros de geometria esférica para uma argamassa de mesma porosidade e densidade que ARG1 (Figura 4.14). Nota-se que as distribuições de volumes de poros obtidas por análise de imagens e por porosimetria a mercúrio apresentam semelhanças e, como era esperado, a intrusão de mercúrio superestima o tamanho do poro quando comparada com a análise de imagem.

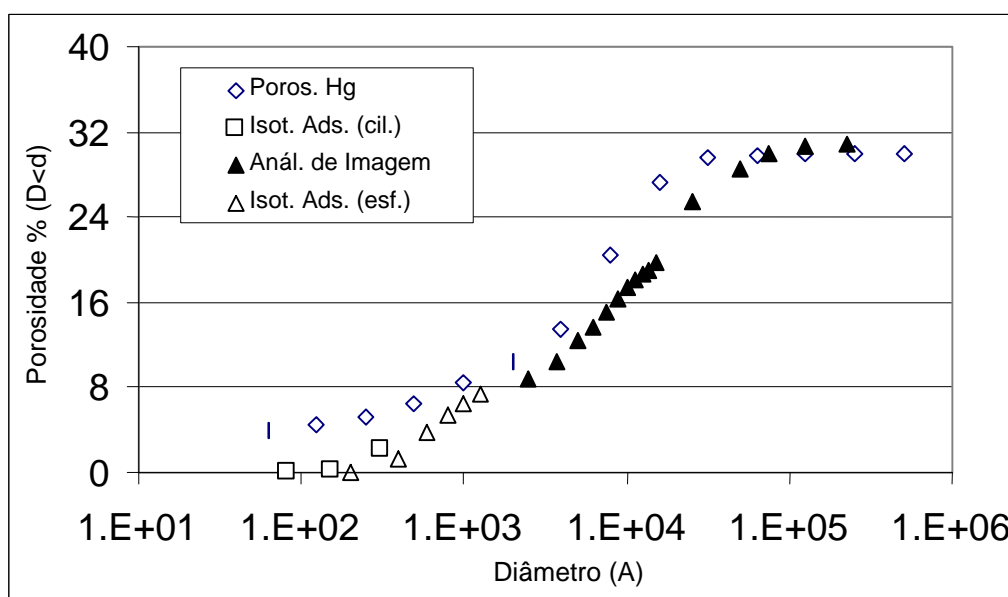


Figura 4.14: Distribuição de volumes de poros para a argamassa ARG1 por diferentes métodos.

Da distribuição mostrada na Figura 4.14, desprezaram-se os 3 últimos pontos obtidos pela intrusão de Hg e obteve-se o ajuste de Reznik para ARG1, como mostrado na Figura 4.15.

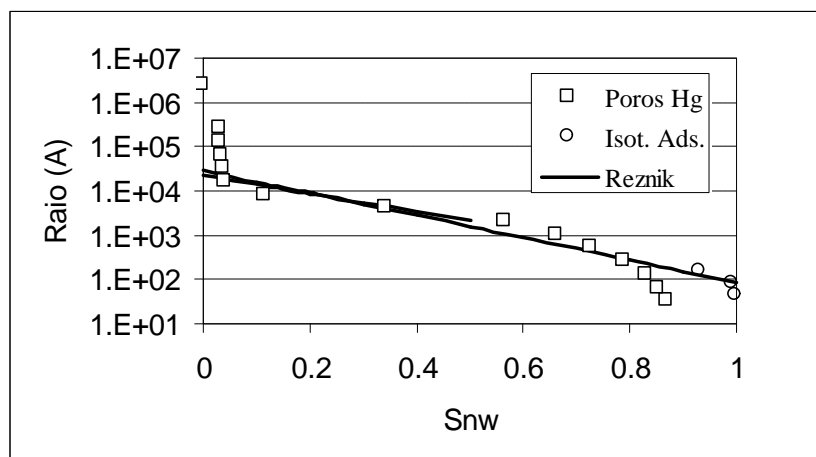


Figura 4.15: Distribuição de volumes de poro em função da saturação da fase não-molhante para ARG1.

A Figura 4.16 mostra três regiões diferentes caracterizando a distribuição de poros do concreto celular. A primeira é obtida através de porosimetria a baixa pressão, enquanto a segunda foi obtida através de porosimetria a alta pressão e necessita ser transladada para direita para ficar consistente com o primeiro ensaio, devido a uma diferença no volume de mercúrio dentro do material na passagem de baixa para alta pressão. A terceira região foi derivada de dados da isoterma de adsorção.

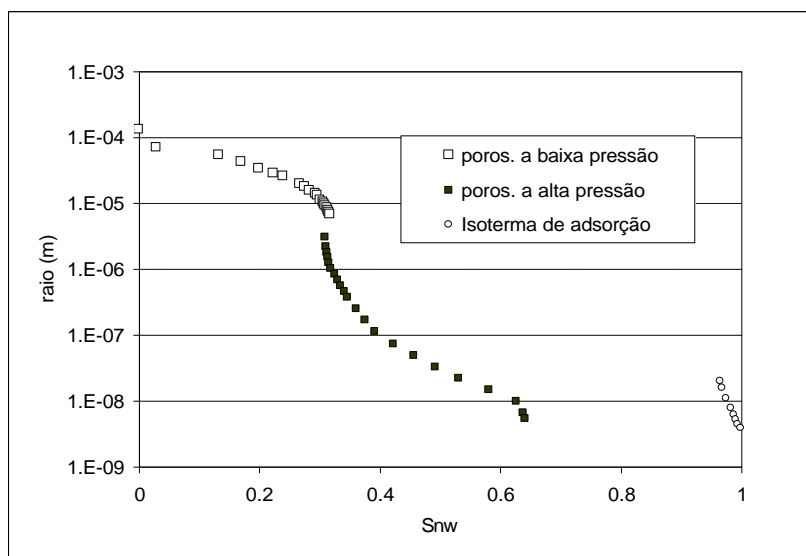


Figura 4.16: Distribuição de volumes de poro para a fase não-molhante para CCA.

Sabe-se, entretanto, que 60% do volume do concreto celular é caracterizado por bolhas de ar. Dos 40% do volume ocupado pela matriz porosa, 60 % deve-se à presença de poros e 40% à fase sólida. Assim, o volume máximo ocupado pela fase molhante em um processo de embebição é de cerca de 24-25%. A água no interior das bolhas comporta-se de forma semelhante à água livre. Devido à complexa estrutura do concreto celular, torna-se difícil sua aplicação ao modelo de Reznik (1971) para determinar a distribuição de volumes de poros e a permeabilidade. Assim, não serão avaliados os coeficientes de transporte de líquido ( $D_{TL}$  e  $D_{\theta L}$ ) para esse material.

As Figuras (4.17) e (4.18) exibem o ajuste de Reznik para as distribuições de volumes de poros de ARG2 e TIJ. Os pontos mostrados nessas figuras são pontos representativos colhidos das distribuições de volumes de poros apresentadas por Perrin (1985).

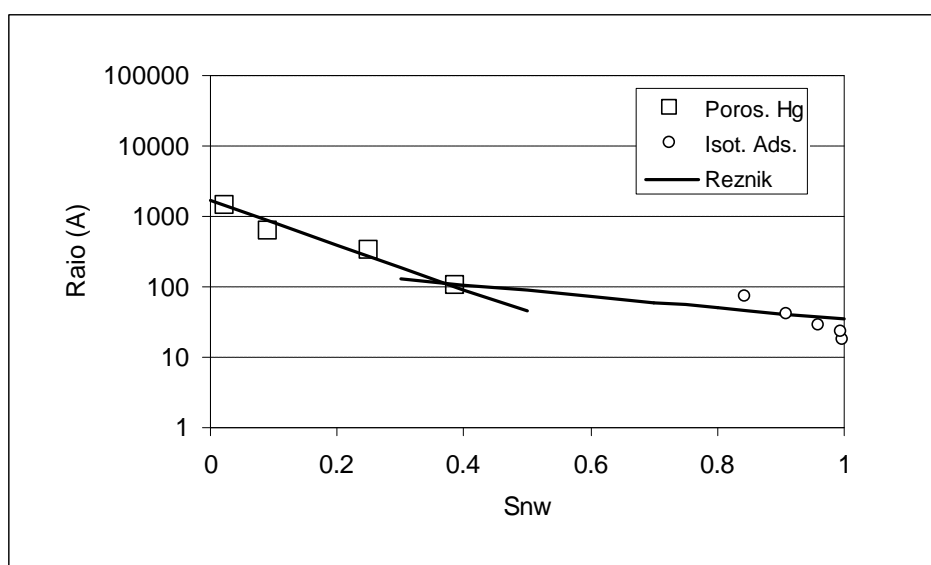


Figura 4.17: Distribuição de volumes de poros para a fase não-molhante para ARG2.

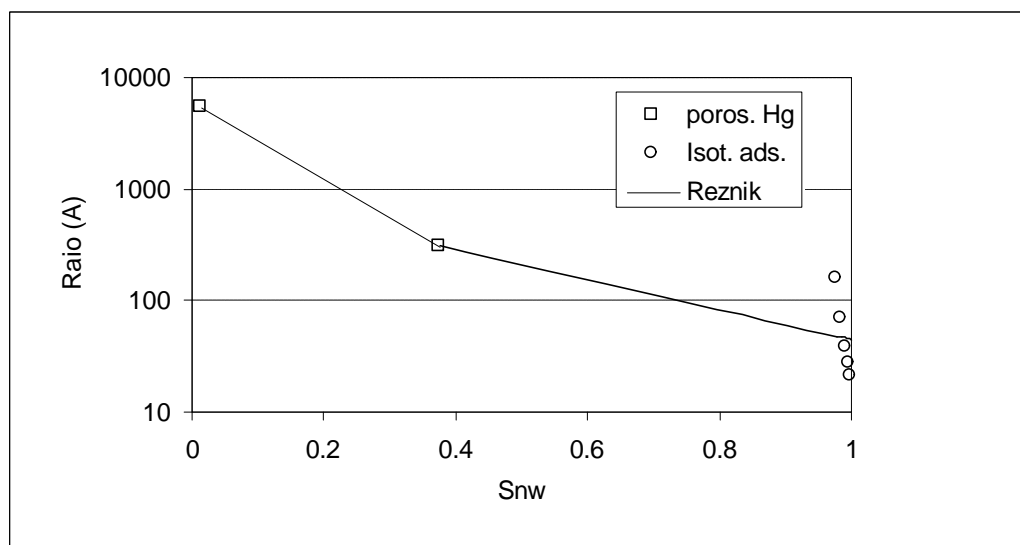


Figura 4.18: Distribuição de volumes de poros para a fase não-molhante para TIJ.

Pelos ajustes feitos, observa-se que a distribuição de volume de poros calculada pela isoterma de adsorção é de grande ajuda especialmente para materiais altamente higroscópicos. Para materiais onde o fenômeno de adsorção não tem contribuição significativa em termos de saturação de material, a distribuição de poros calculada pela isoterma de adsorção ajuda a prever um raio mínimo de poro com maior confiabilidade que a porosimetria a Hg, por se tratar de materiais com uma grande gama de diâmetros de poros. Acredita-se que, para materiais predominantemente microporosos, a isoterma de adsorção seria de maior importância que a porosimetria a Hg.

Nota-se que há discrepâncias entre a distribuição de poros nos resultados obtidos com porosimetria a Hg e isoterma de adsorção. Para porosimetria mais fina, consideram-se corretos os pontos obtidos da isoterma e desprezam-se aqueles da intrusão de Hg, uma vez que esta superestima os volumes dos poros pequenos que apresentam raios de poros inferiores ao maior raio obtido através da isoterma.

A informação passada pela isoterma deve ser vista como mais realista do que a obtida pela intrusão de Hg, pelos problemas de interpretação desta, já comentados anteriormente, sendo importante ressaltar que o ajuste com o modelo de Reznik (1971) seja feito de forma muito cautelosa.

Uma distribuição de poro mais completa seria possível através de análise de imagens como fez Philippi et al. (1994) com a argamassa, obtendo distribuição de poros de até 13  $\mu\text{m}$  de diâmetro, sem os problemas de interpretação do ensaio de intrusão de Hg.

A Tabela 4.5 apresenta valores dos coeficientes do modelo Reznik para os materiais acima, os quais terão suas permeabilidades avaliadas.

Tabela 4.5: Coeficientes do ajuste Reznik para distribuição de poros em função da saturação da fase não-molhante.

	$m_1$	$m_2$	$a_1$	$a_2$
ARG1	-5.812	-4.579	2.821e-6	2.168e-6
ARG2	-1.877	-7.254	2.245e-8	1.679e-7
TIJ	-94.120	-3.680	1.53e32	5.63e-7

#### 4.6 - Estimativa da permeabilidade

A avaliação da permeabilidade para a determinação dos coeficientes de transporte de líquido ( $D_{\theta l}$  e  $D_{Tl}$ ) é feita pelo produto da permeabilidade intrínseca estimada pelo modelo de Reznik através das equações (3.34-3.38) com a permeabilidade relativa para a fase molhante obtida pelo modelo de Willie e Spangler (1962) com a equação (3.43).

Apresenta-se nas Figuras 4.19 a 4.21 a permeabilidade para a fase não-molhante segundo o modelo de Reznik e, para a fase molhante, segundo a combinação dos modelos de Reznik (1971) e de Willie e Spangler (1962).

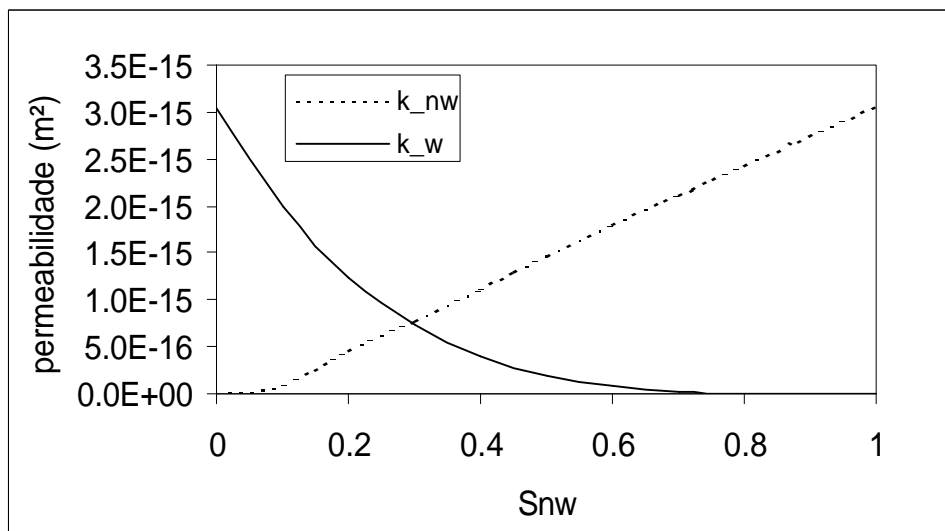


Figura 4.19: Permeabilidade das fases molhante e não-molhante para ARG1.

Nota-se, pelas Figuras 4.19 a 4.21, que o modelo de Reznik para a permeabilidade para a fase não-molhante em um meio insaturado, apresenta um comportamento linear para saturações acima de 20%.

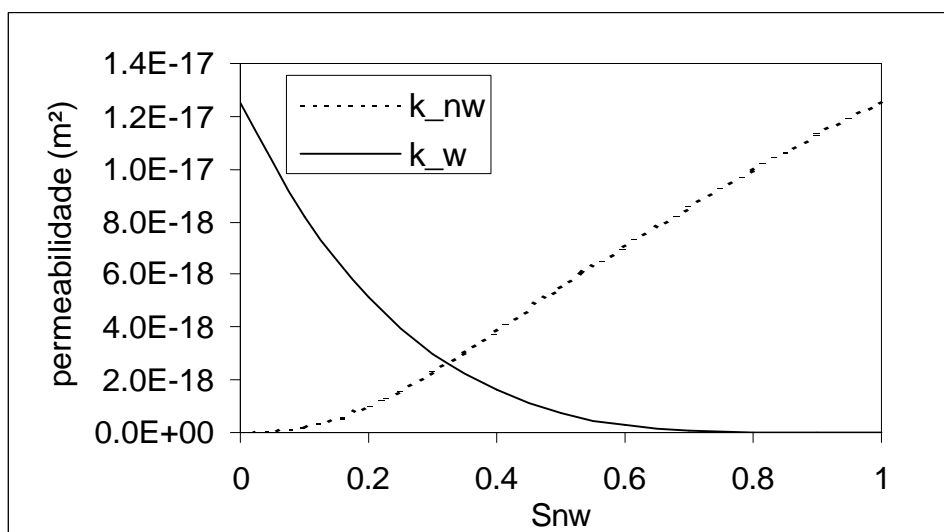


Figura 4.20: Permeabilidade da fase não-molhante para ARG2.

O modelo combinado Reznik com Willie e Spangler, para a fase molhante, mostra que apenas para saturações da fase molhante acima de 20% ( $S_{nw} < 80\%$ ) é que a curva de permeabilidade cresce bruscamente.

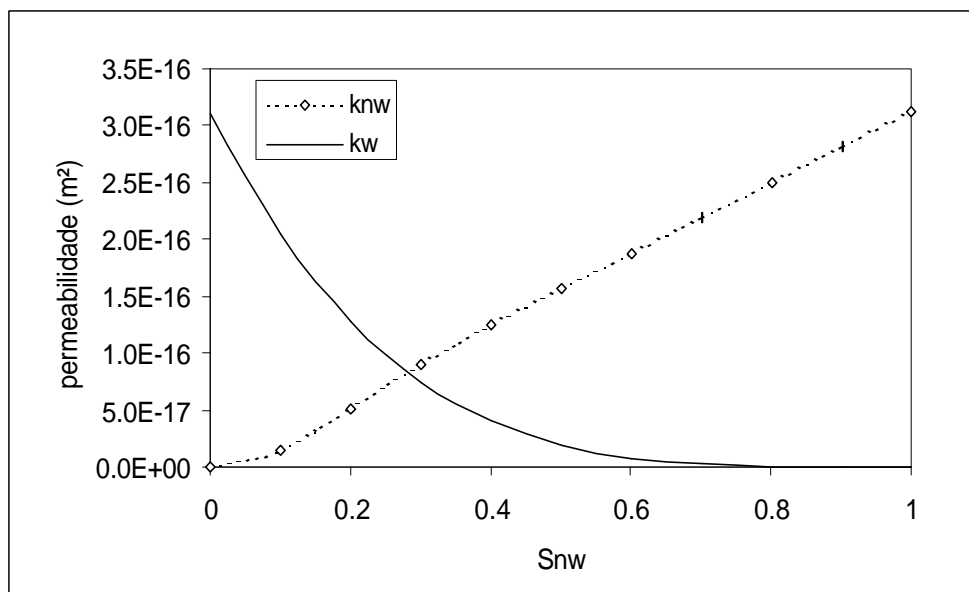


Figura 4.21: Permeabilidade da fase não-molhante para TIJ.

Nota-se, pela Tabela 4.6, que as diferenças entre os resultados de permeabilidade intrínseca do modelo de Reznik com os medidos de Perrin (1985) para TIJ e ARG2 são, respectivamente, inferiores a 22 e 6%.

Tabela 4.6: Valores de permeabilidade intrínseca em m<sup>2</sup> calculados e medidos para os diferentes materiais.

	ARG1	ARG2	TIJ
mod. de Purcell	1.93e-14	7.17e-17	8.16e-16
mod. de Reznik	3.05e-15 (Kor)	1.25e-17 (Kor)	2.82e-16 (Kor)
medida	-----	1.18e-17	3.12e-16

Determinou-se ainda, para fins de comparação, a permeabilidade intrínseca de dois arenitos Berea - rocha encontrada em reservatórios de petróleo - com distribuições de volumes de poros obtidas por intrusão de Hg mostradas na Figura 4.22. Encontrou-se pelo modelo de Reznik uma permeabilidade intrínseca de 632 - 1393 mD para um arenito Berea cuja permeabilidade nominal é de 500 mD e de 171 - 342 mD para outro de permeabilidade nominal 200 mD. Essa faixa de valores de permeabilidade deve-se a variações provocadas no ajuste das curvas apresentadas na Figura 4.22.



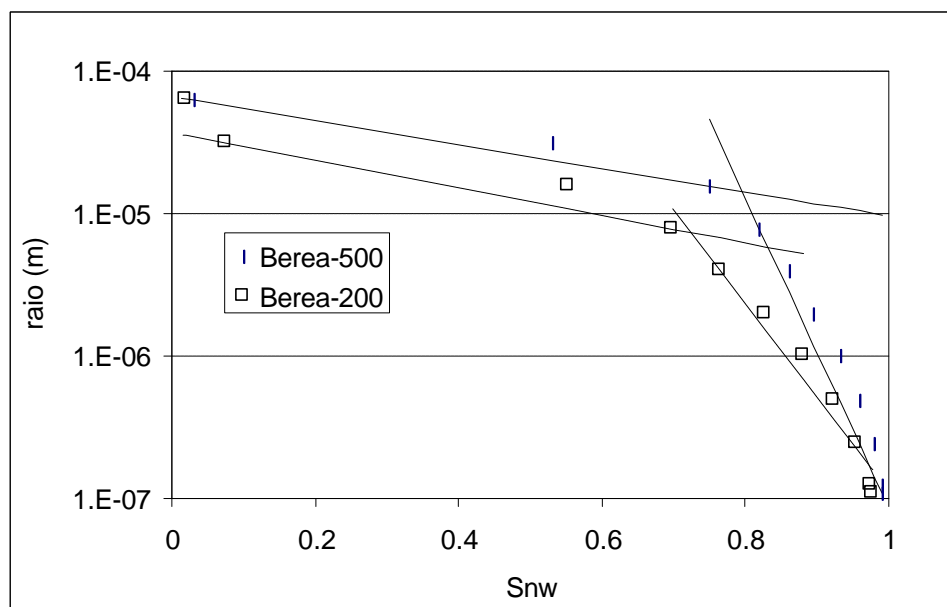


Figura 4.22: Distribuição de poros e ajuste Reznik para o arenito berea.

Liang (1997) calculou essas permeabilidades, através de reconstrução tridimensional a partir de imagens bidimensionais, conservando a porosidade, a autocorrelação e a distribuição de volumes de poros. Desse meio 3D reconstruído, ele obteve o esqueleto do espaço poroso, calculando a permeabilidade com a equação de Poiseuille, através da determinação do fluxo na direção principal dada pelo esqueleto. Os resultados encontrados por Liang (1997) para esses arenitos foram de 335 a 562 e de 200 a 234 mD contra os valores nominais de 500 e 200 mD.

A correlação entre as permeabilidades das fases molhante e não-molhante dada por Reznik, desprezando os conteúdos de saturação residual e irreduzível, leva à determinação de curvas simétricas, o que significa superestimar a permeabilidade da fase molhante, principalmente para baixos conteúdos de umidade.

O modelo de Willie e Spangler (1962), para a determinação da permeabilidade relativa, é um modelo simples que depende apenas da saturação  $e$ , conforme Kaviani (1995), ele pode apresentar sucesso em meios consolidados.

A combinação desses dois modelos para avaliar a permeabilidade é feita com sucesso, principalmente para os materiais de Perrin (1985), como será visto no item seguinte através da determinação dos coeficientes de transporte da fase molhante.

## 4.7 - Determinação dos coeficientes de transporte do modelo de Philip e DeVries.

De posse das curvas de pressão de sucção capilar, isoterma de equilíbrio e condutividade hidráulica, é possível determinar os coeficientes de transporte de vapor e líquido do modelo de Philip e DeVries (1957). Para o cálculo da condutividade hidráulica, usa-se a expressão (2.16) que tem como incógnita a permeabilidade intrínseca.

Para estimar os coeficientes de transporte da fase vapor, necessita-se estimar, primeiramente,  $Z$  pelo modelo de De Vries (1975) e  $f(\theta)$  pelo modelo de Millington e Quirk (1961), ambos apresentados no capítulo 2 pelas equações (2.40) e (2.39).

Apresentam-se e discutem-se abaixo os resultados dos cálculos dos coeficientes para os 4 materiais em estudo, comparando-os com medições realizadas.

A Figura 4.23 apresenta medições do coeficiente  $D_\theta$  realizadas por Fernandes et al. (1991) pelos métodos da sonda térmica e dos raios gama. Observam-se bons resultados na faixa de conteúdo de umidade entre 5 e 20%. Para conteúdos abaixo de 5%, onde o transporte na fase vapor é predominante, nota-se a presença de erros significativos. O mesmo acontece para conteúdos acima de 20%. Esses erros devem-se, em parte, a imprecisões obtidas nos ajustes de pressão capilar e isoterma de adsorção. Acredita-se, também, que os modelos podem ser mais imprecisos para saturações muito baixas ou muito altas.

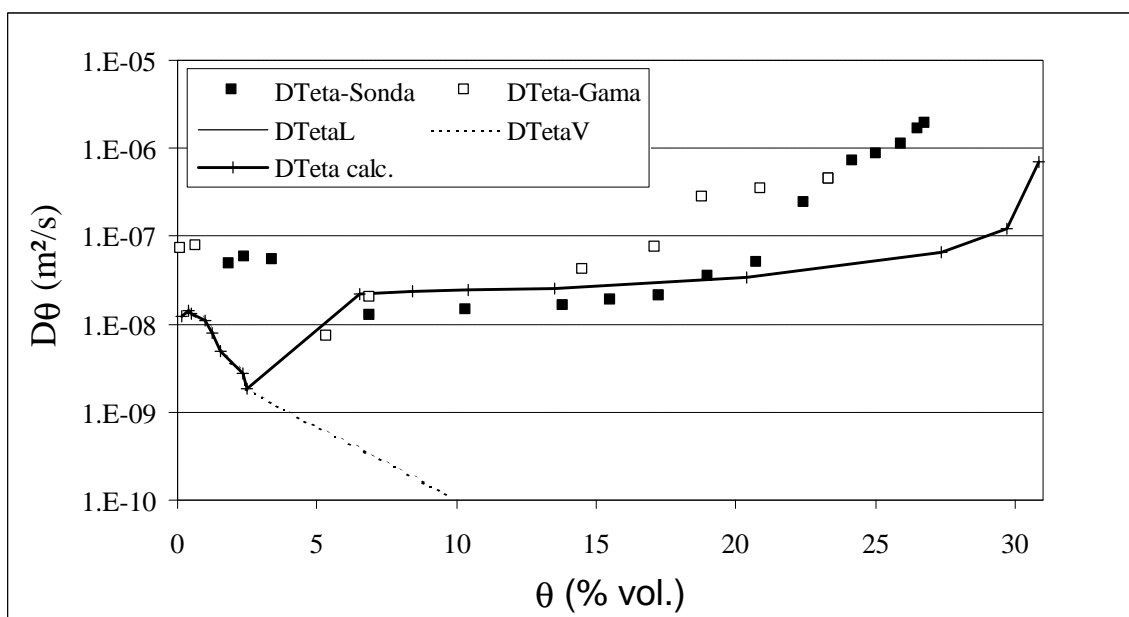


Figura 4.23: Valores de coeficientes  $D_\theta$  calculados e medidos para ARG1.

A Figura 4.24 exhibe a evolução dos coeficientes calculados associados a gradientes de temperatura para ARG1. Para essa argamassa não foram encontrados dados na literatura sobre o coeficiente  $D_T$ , assim não foi estabelecida nenhuma comparação para transporte de massa sob condições não-isotérmicas para este material.

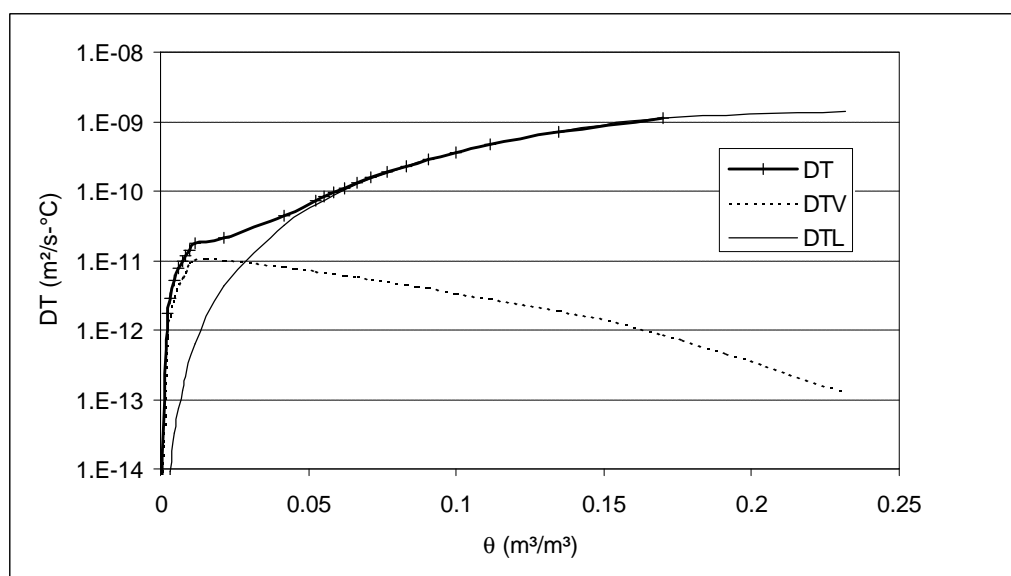


Figura 4.24: Valores de coeficientes  $D_T$  calculados para ARG1.

O concreto celular aerado – CCA, como descrito anteriormente, é um material formado por cerca de 60% de bolhas de ar com diâmetro médio de cerca de 800  $\mu\text{m}$ , 25% de poros e 15% de grãos sólidos. Esse aspecto faz com que o transporte difusivo de vapor seja muito importante através das bolhas, entretanto na porção mais porosa o transporte efusivo é que se destaca. A presença de bolhas dificulta muito a interpretação do ensaio de intrusão de Hg, o que torna problemático o estudo deste material, além do fato de não se dispor de modelos teóricos, como o de Reznik (1971) e o de Willie e Spangler (1962) para avaliar a permeabilidade e, por extensão, os coeficientes de transporte de líquido desse material. Decidiu-se, portanto, assumir  $D_T = D_{TV}$  e  $D_\theta = D_{\theta V}$  desconsiderando a migração de água na fase líquida. Cunha Neto (1992) também considerou em simulações numéricas que o coeficiente  $D_T$  pudesse ser determinado pelo coeficiente  $D_{TV}$ , ao observar que os valores obtidos para  $D_T$  eram muito próximos aos calculados por  $D_{TV}$  e que a igualdade  $D_\theta = D_{\theta V}$  pudesse ser assumida como verdadeira para conteúdos volumétricos inferiores a 10%.

As Figuras 4.25 e 4.26, apresentam valores de coeficientes de transporte mássicos,  $D_\theta$  e  $D_T$ , obtidos por Cunha Neto (1992) para o concreto celular aerado por balanço hídrico. O

coeficiente de transporte de massa na fase gasosa ( $D_{\theta_v}$ ) foi obtido através da expressão (2.52), a fim de se estimar a magnitude do coeficiente responsável pelo transporte de vapor a temperatura constante. A formulação para o cálculo deste coeficiente exige o conhecimento da inclinação da isoterma de equilíbrio ( $\frac{\partial h}{\partial q}$ ) ou da curva de pressão capilar ( $\frac{\partial y}{\partial q}$ ), o que torna delicado o uso, considerando-se que o fator  $\zeta$  fora estimado; segundo Philip e DeVries (1957) para baixos conteúdos, altas porosidades e a 20 °C, esse fator é unitário. O fator  $f_\lambda$ , parâmetro característico do material, usado na expressão (2.52), fora obtido, por Cunha Neto, a partir de dados de condutividade térmica aparente em função do conteúdo de umidade. A sua determinação foi feita pela formulação abaixo:

$$\lambda_{ap} = \lambda + f_\lambda LD_a h \rho_{vS} \alpha, \tag{4.3}$$

onde:  $\lambda_{ap}$  = condutividade térmica aparente do material;

$\lambda$  condutividade térmica pura do material;

$f_\lambda LD_a h \rho_{vS} \alpha$  o termo de fluxo líquido de vapor associado a um gradiente de temperatura.

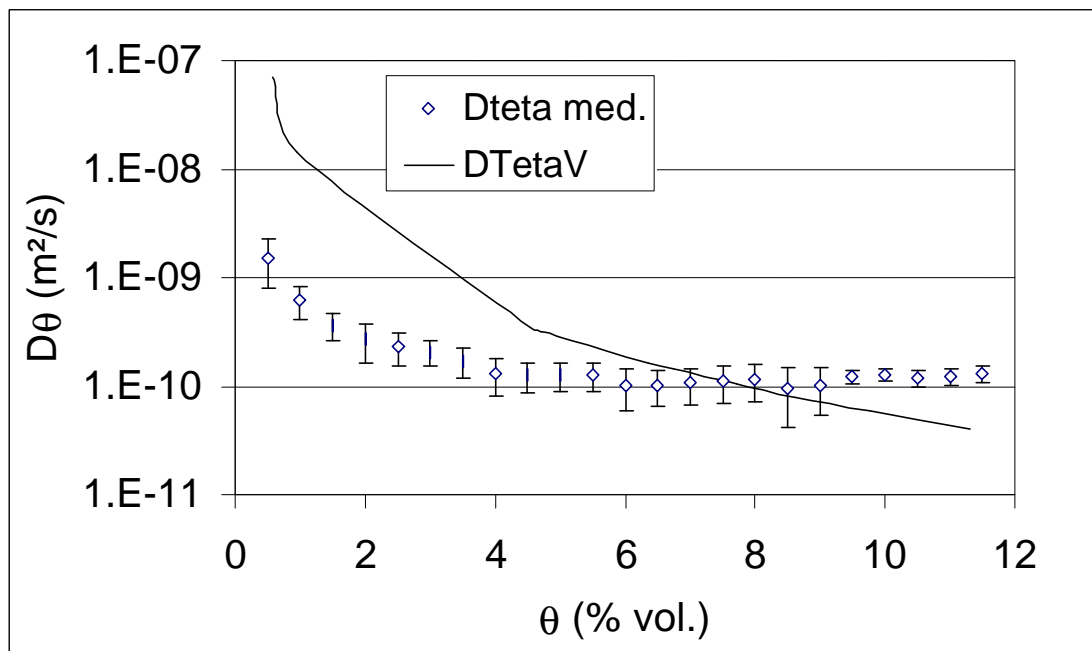


Figura 4.25: Valores de  $D_\theta$  medido (Cunha Neto (1992):Tabela C.5) e  $D_{\theta_v}$  calculado para CCA.

O uso desses coeficientes, para fins de simulação, deve ser feito com a máxima cautela, pois pode-se chegar a resultados ilusórios apoiados sobre incongruências físicas devido à grande

dificuldade de obtê-los através de experimentos. Cunha Neto (1992) e Fernandes (1990) observaram que para baixos conteúdos de umidade o coeficiente de transporte de vapor ( $D_{\theta v}$ ), estimado através da expressão (2.48) ou (2.52) é superior ao coeficiente de transporte de fluxo total numa situação isotérmica ( $D_{\theta}$ ). Este fato pode ser explicado tanto pela dificuldade em medir o coeficiente  $D_T$  para baixos conteúdos de umidade como para obter os dados corretos para os coeficientes que modificam a lei de Fick em um meio poroso.

A Figura 4.26 apresenta os coeficientes  $D_T$  para este material. A curva DTV1 foi calculada através do fator  $f_{\lambda}$  utilizado por Cunha Neto, enquanto DTV2 foi obtida pela expressão (2.48), com  $z$  determinado pelo modelo de DeVries.

Como considerou-se para as curvas isotérmica de equilíbrio e de pressão capilar o conteúdo máximo igual a 11%, os valores para análise numérica calculados aqui deveriam coincidir com os obtidos por Cunha Neto; entretanto, o coeficiente  $f(\theta)$  foi estimado na literatura através de dados de condutividade térmica aparente e aqui utilizou-se a formulação de Millington e Quirck (1961) e para  $z$  foi usado o valor de 1 em vez do obtido através do modelo de DeVries. Nota-se, pelos resultados obtidos com CCA, que uma má avaliação dos parâmetros  $f(\theta)$  e  $z$  do modelo de Philip e De Vries podem refletir em erros significativos na determinação dos coeficientes de transporte de vapor.

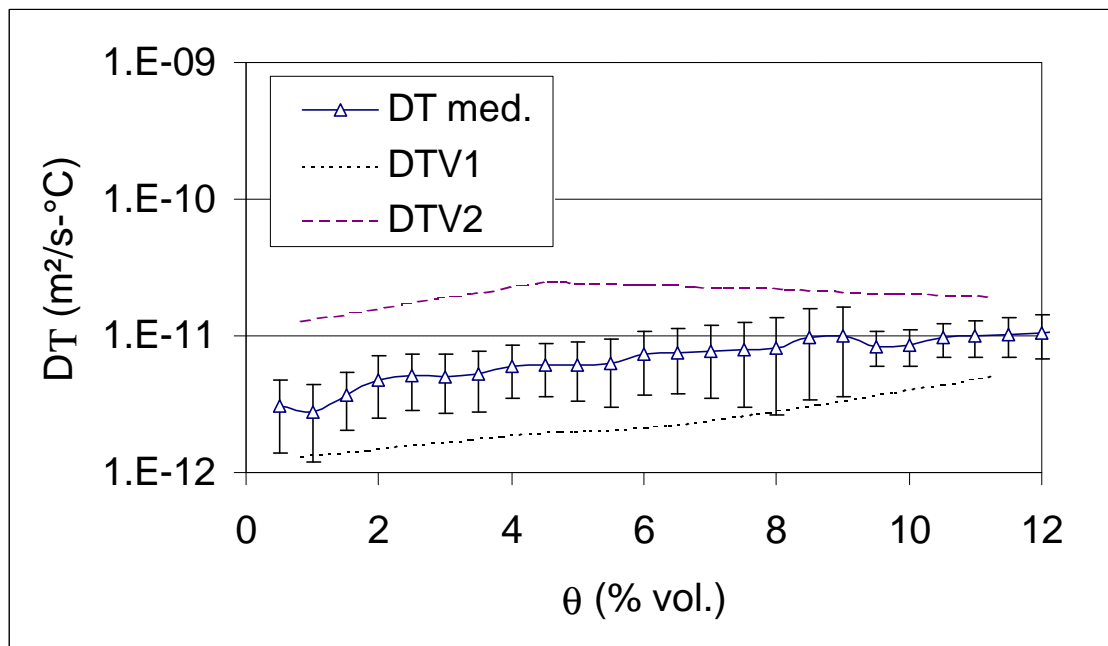


Figura 4.26: Valores de coeficientes  $D_T$  calculados e medidos (Cunha Neto (1992):Tabela C.6) para CCA.

A Figura 4.27 mostra que o valor calculado de  $D_\theta$  para ARG2 está superestimado. Atribui-se grande parte deste problema ao erro em  $\partial y / \partial q$ , o que não se nota, por exemplo, na determinação de  $D_T$  (Figura 4.28), pois este depende muito mais do valor da pressão capilar do que de sua derivada e, como se pode notar pela Figura 4.28, a determinação do coeficiente, via modelo, foi feita com relativo sucesso ao ser comparada com os pontos extraídos de experimentos. Os pontos triangulares da Figura 4.27 representam os valores mínimo e máximo dos valores medidos de  $D_\theta$ .

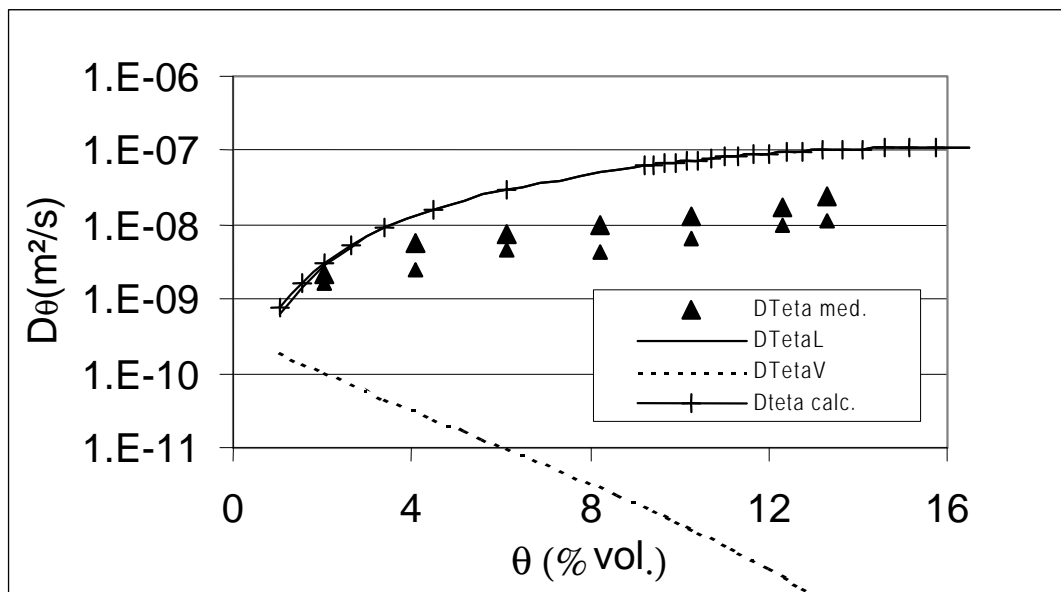


Figura 4.27: Valores de coeficientes  $D_\theta$  calculados e medidos para ARG2.

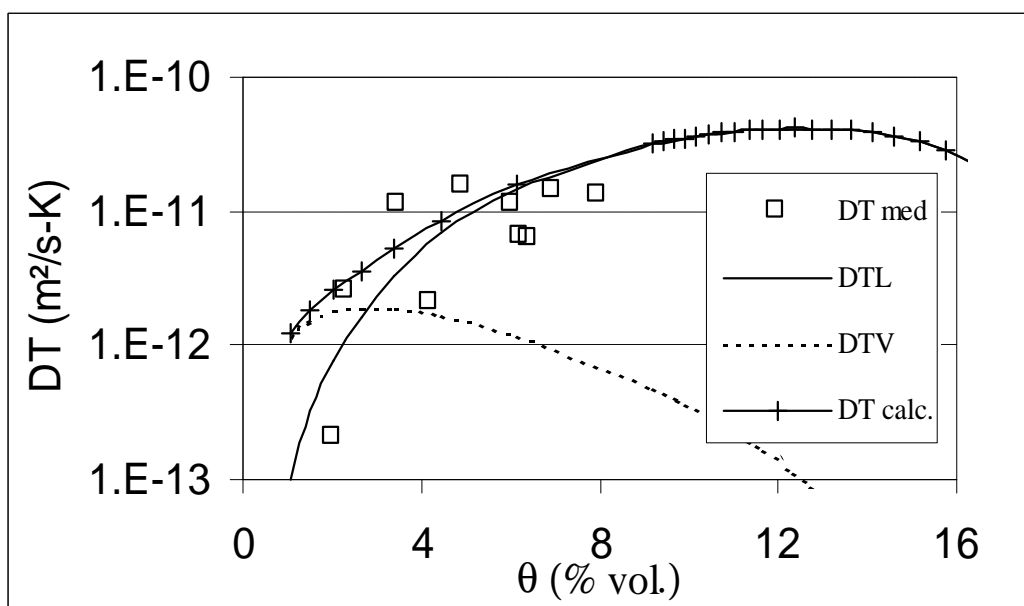


Figura 4.28: Valores de coeficientes  $D_T$  calculados e medidos para ARG2.

As curvas ajustadas para a isoterma de adsorção e para a curva de pressão capilar não permitiram avaliar os coeficientes de transporte do tijolo para conteúdos de umidade acima de 12%, como mostrado nas Figuras 4.29 e 4.30. A isoterma de equilíbrio não foi ajustada para conteúdos acima de 12 % pelas dificuldades oriundas da larga distribuição de poros de grande diâmetro. Os pontos triangulares dessa figura representam os valores mínimo e máximo de  $D_\theta$  medido. Fazendo-se ajuste para esta região de alta umidade, seria possível obter a continuação da curva desde que fosse conservada a continuidade na derivada  $\frac{\partial y}{\partial q}$ . Contudo, a Figura 4.2 mostra pela isoterma de adsorção deste tijolo que conteúdos acima de 12% seriam apenas atingidos em situações de embebição ou de umidade relativa do ar em 100% por um longo período de tempo. Perrin (1985) realizou medições de  $D_T$  e  $D_\theta$  para conteúdos de umidade de até 22%.

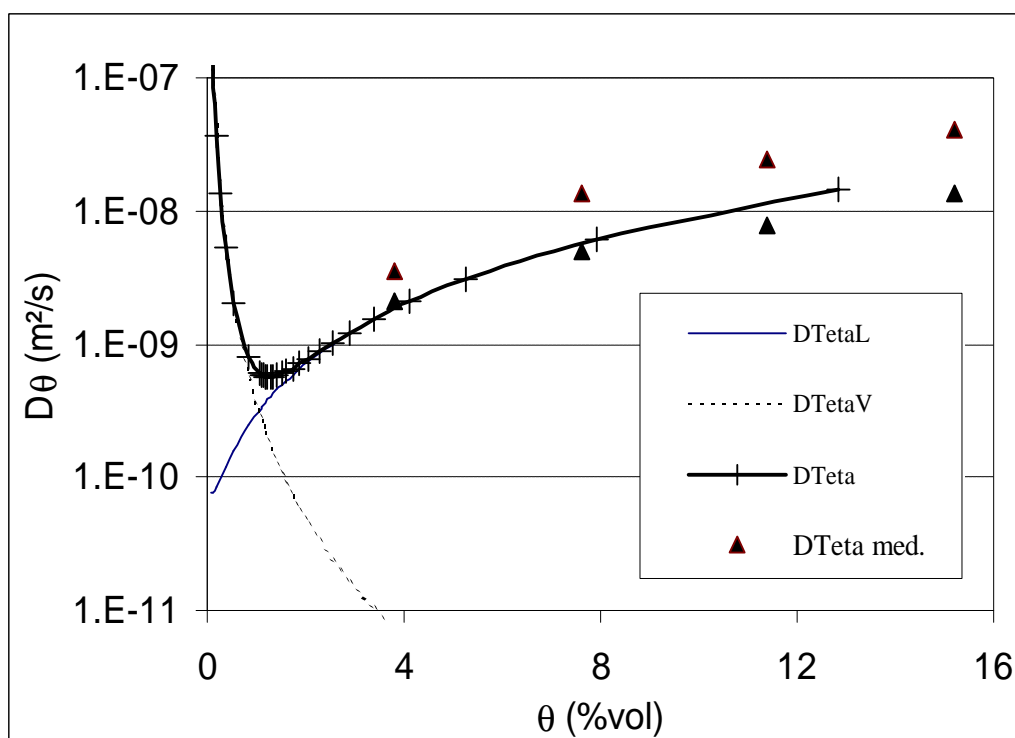


Figura 4.29: Valores de coeficientes  $D_\theta$  calculados e medidos para TIJ.

Para a faixa de conteúdos comuns às medições e simulações deste coeficiente para o tijolo, nota-se uma excelente concordância, pois a curva calculada encontra-se entre os pontos de mínimo e máximo medidos para cada conteúdo.

Observa-se, na Figura 4.30, que houve uma boa concordância entre os pontos medidos e calculados para o  $D_T$  do tijolo. Vê-se que para conteúdos inferiores a 8% o transporte devido a gradientes de conteúdo de umidade ocorre apenas na fase vapor. Para conteúdos acima de 8%, esse transporte ocorre preferencialmente na fase líquida.

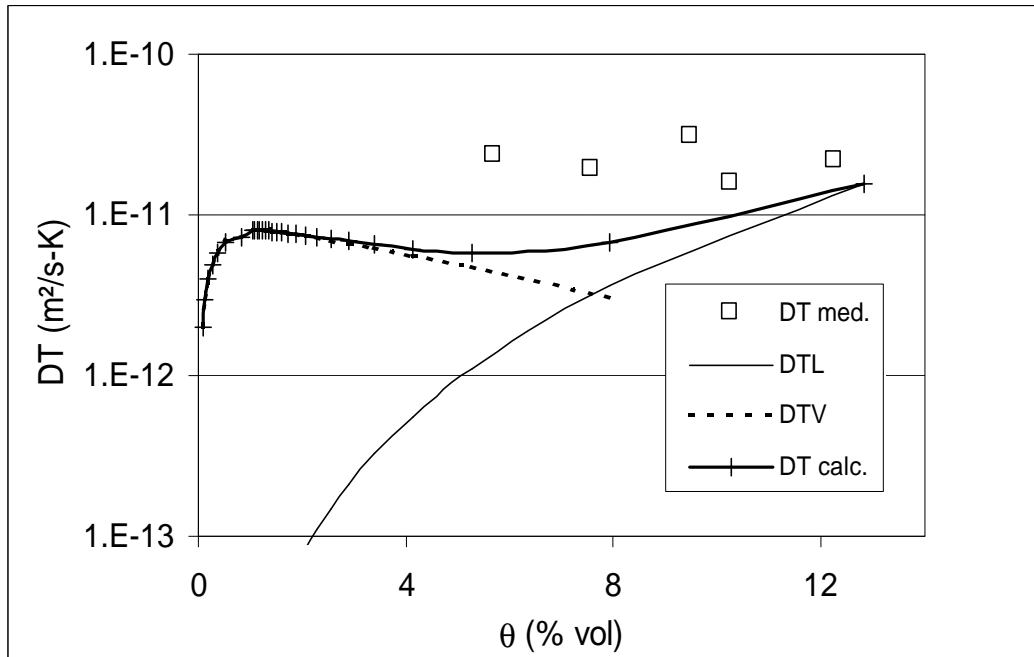


Figura 4.30: Valores de coeficientes  $D_T$  calculados e medidos para TIJ.

Nota-se, nas Figuras 4.31 e 4.32 extraídas de Perrin (1985), que o procedimento de cálculo utilizado neste trabalho permitiu a geração de dados muito mais próximos dos obtidos experimentalmente do que das estimativas realizadas por Perrin.

A obtenção do coeficiente  $D_{wv}^1$  por Perrin, através das expressões de Philip e DeVries, permitiu conhecer o valor de  $D_{wl}$ , através da diferença  $D_w - D_{wv}$ . Este valor de  $D_{wl}$  fornece o valor da condutividade hidráulica, parâmetro útil para obtenção do coeficiente  $D_{Tl}$ , segundo a combinação das expressões (2.23) e (2.24). De posse de  $D_{Tl}$  e  $D_{Tv}$  foi determinado o  $D_T$  calculado, conforme pode-se constatar nas Figuras 4.31 e 4.32.

<sup>1</sup>o subíndice “w” indica que os coeficientes de transporte de massa estão em função do conteúdo mássico de umidade (w).



Os coeficientes em termos de conteúdo mássico determinados por Perrin, podem ser correlacionados em termos de conteúdo volumétrico pelas seguintes correlações:

$$\begin{aligned} D_w(w) &= D_\theta(\theta), \\ D_{wv}(w) &= D_{\theta v}(\theta), \\ D_T(w) &= \frac{\rho_1}{\rho_0} D_T(\theta), \\ D_{Tv}(w) &= \frac{\rho_1}{\rho_0} D_{Tv}(\theta), \end{aligned} \quad (4.4)$$

com,

$$\theta_1 = \omega_1 \frac{\rho_0}{\rho_1}. \quad (4.5)$$

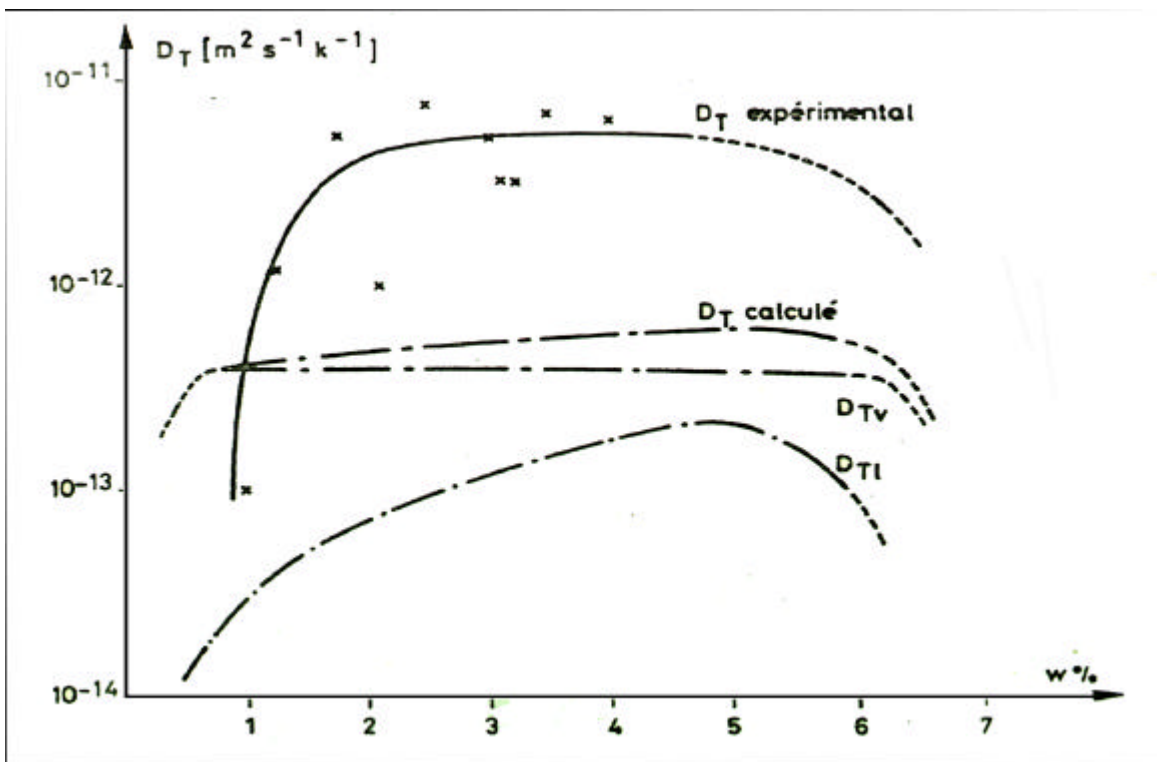


Figura 4.31: Valores de coeficientes \$D\_T\$ calculados e medidos para ARG2 por Perrin (1985).

Nota-se pela Figuras 4.31 e 4.32 que a diferença entre os valores calculados e medidos de \$D\_T\$, por Perrin, chegam a ser da ordem de 800% em uma grande faixa de conteúdo de umidade. Segundo este autor, grande parte desta diferença deve-se principalmente à incerteza em torno do fator de ponderação \$f(\theta)\$, utilizado na formulação de Philip e De Vries. Este fator é

essencialmente governado pela condutividade das fases sólida, gasosa e líquida, além da distribuição de poros e da conectividade.

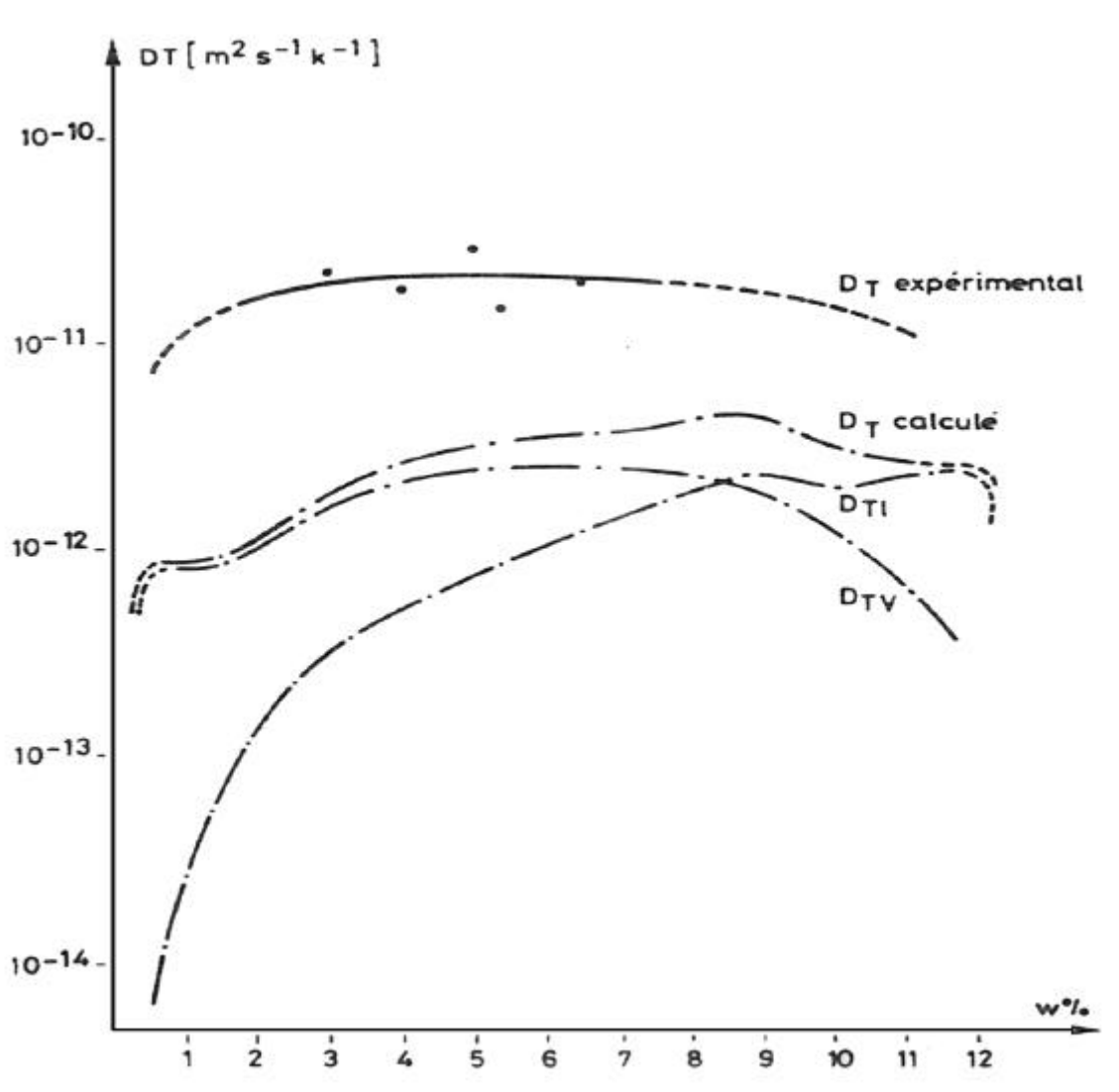


Figura 4.32: Valores de coeficientes  $D_{Ts}$  calculados e medidos para TIJ por Perrin (1985).

#### 4.8 - Conclusões

As figuras mostradas na seção 4.7 permitiram observar que o procedimento para cálculo dos coeficientes de transporte de massa, aqui proposto, pode levar a bons resultados. Entretanto, resultados com sucesso não são obtidos em todos os casos. Uma possível explicação para isto é que certos aspectos morfotopológicos da estrutura porosa podem invalidar ou tornar os modelos

de predição mais imprecisos, como no caso do CCA, onde o cálculo da permeabilidade de Darcy não pode ser feito por modelos capilares tradicionais devido à presença das bolhas de ar.

Concluiu-se, da comparação de  $D_{TV}$  calculado por Cunha Neto com dados de condutividade térmica aparente, que os modelos usados de Millington e Quirck (1961) e De Vries (1975), para a determinação de  $f(\mathbf{q})$  e  $\mathbf{z}$ , são inadequados para a configuração da estrutura porosa do concreto celular.

Observou-se que os coeficientes de transporte de massa são muito sensíveis aos ajustes obtidos de isoterma de adsorção, pressão capilar e distribuição de volumes de poros. Dessa forma, é necessário que se faça um julgamento com cautela, principalmente na determinação das curvas de ajuste da pressão capilar e da isoterma de adsorção. É importante lembrar que a qualidade desses ajustes depende do número de pontos experimentais disponíveis.

Contudo, mostra-se no capítulo 8 que essa diferença entre os coeficientes medidos e calculados pode ser insignificante na predição de consumo anual de energia ou em termos de carga de pico, principalmente para determinados conteúdos.

Normalmente, obtém-se  $D_{TL}$  ou  $D_{qL}$  da subtração  $D_T - D_{TV}$  ou  $D_q - D_{qV}$ , devido à dificuldade e imprecisão em se obter a permeabilidade da fase molhante. Assim, com os resultados obtidos, conclui-se que os erros para calcular  $D_T$  ou  $D_\theta$ , pelo procedimento mostrado, são muitas vezes menores do que os erros em determinar as parcelas de líquido e vapor de um dado experimento, como fez Perrin (Figuras 4.31 e 4.32). Além de que os coeficientes de transporte de massa,  $D_\theta$  e  $D_T$ , são de difícil extração experimental e com grandes faixas de incerteza. Ademais, as expressões matemáticas para a derivação dos coeficientes de transporte na fase vapor em meios porosos, apresentam fatores, como por exemplo  $f(\mathbf{q})$  e  $\mathbf{z}$ , que dependem fortemente do meio poroso e que normalmente são adotados como constantes. Logo, erros altos no cálculo separado de fluxos de vapor e líquido ocorrem mesmo quando os coeficientes são extraídos através de informação oriunda de experimentos, como para  $D_\theta$  ou  $D_T$ .

Notou-se, pelas avaliações feitas para quatro materiais distintos, que  $D_T$  é calculado com erros relativamente baixos e, experimentalmente, sua determinação é cara e difícil.

Para concluir, mostrou-se aqui um procedimento completo com o uso combinado de modelos como o de Philip e DeVries (1957), Reznik (1971), Willie e Spangler (1962), De Vries (1975), Millington e Quirk (1961), De Boer e Zwikker (Adamson, 1990), Philippi et al. (1994), GAB (Merouani, 1987) e Van Genuchten (1980), para estimar os coeficientes associados ao transporte de umidade a partir de ensaios baratos e simples de intrusão de mercúrio e isoterma de

adsorção apenas e que pode facilmente ser integrado em códigos computacionais de transferência de calor e umidade.

O capítulo seguinte dedica-se à avaliação da condutividade térmica em meios saturados e insaturados, completando o estudo para construção do módulo de geração de coeficientes de transporte no código *UMIDUS*.

## **CAPÍTULO 5**

### **DETERMINAÇÃO DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA EFETIVA**

#### 5.1 - Introdução

A condutividade térmica efetiva é um coeficiente de transporte difusivo de grande importância na transferência acoplada de calor e umidade em elementos porosos; por isso, é importante avaliá-la com a maior precisão possível.

Basicamente, a condutividade térmica efetiva de um material poroso pode ser descrita como uma função das condutividades dos componentes e suas quantidades, do fenômeno de mudança de fase e do arranjo geométrico dos componentes que constituem o meio.

Primeiramente, neste capítulo, estudam-se os modelos baseados na média geométrica e no método da renormalização para cálculo das condutividades térmicas do meio saturado e da fase sólida a partir da porosidade e da condutividade térmica do meio seco. Desenvolvem-se, através do método da renormalização, expressões que correlacionam a condutividade térmica efetiva de um meio bifásico com as condutividades térmicas das fases e com a porosidade.

Em seguida, estuda-se o modelo de De Vries para meios saturados para corrigir as condutividades do meio saturado e da fase sólida, calculadas pelo método da renormalização, dando-lhe o nome de modelo híbrido (renormalização/De Vries). Finalmente, com os valores corrigidos das condutividades térmicas do meio saturado e da fase sólida, utiliza-se o modelo de De Vries para meios insaturados para determinar a condutividade térmica efetiva para um dado conteúdo de umidade e uma dada temperatura.

#### 5.2 – Determinação das condutividades térmicas do meio saturado e da fase sólida.

O único dado que normalmente está disponível para estudo de transferência de calor é a condutividade do material poroso no estado seco -  $\lambda_{\text{seco}}$  - ou a baixíssimo conteúdo de umidade.

A realização do ensaio de intrusão de mercúrio discutido nos capítulos 2 e 4, permite a obtenção da porosidade -  $\eta$  - do material. Assim, dispõe-se de dados de  $\lambda_{\text{seco}}$  e  $\eta$ .

Esses dados ainda são insuficientes para determinar a condutividade térmica efetiva do meio em um dado estado físico. Como será visto adiante com o modelo de De Vries para determinação de condutividade em meios insaturados, necessita-se conhecer a condutividade térmica de cada fase e do meio nos estados seco e saturado. Assim sendo, procura-se calcular primeiramente as condutividades do meio saturado -  $\lambda_{\text{sat}}$  - e da fase sólida -  $\lambda_s$ , suprimindo parcialmente a falta de dados. Para o cálculo das condutividades  $\lambda_{\text{sat}}$  e  $\lambda_s$ , explora-se nas duas próximas subseções um modelo baseado na média geométrica entre as fases e, ainda, um modelo baseado no método da renormalização.

### 5.2.1 – Modelo baseado na média geométrica

Estudam-se, em uma primeira tentativa de avaliar  $\lambda_{\text{sat}}$  e  $\lambda_s$ , modelos simplificados - como modelos baseados nas médias aritmética e harmônica ou baseados na teoria de DeVries (1952), assumindo hipóteses de grãos lamelares, fibrosos e esféricos - e notou-se que todos eles eram insatisfatórios e que quando não subestimavam  $\lambda_{\text{sat}}$  e  $\lambda_s$ , apresentavam resultados que eram fisicamente inconsistentes.

Considerou-se, assim, o estudo do modelo baseado na média geométrica ponderada dos componentes do meio, como segue:

$$\lambda_{\text{seco}} = \lambda_s^{(1-\eta)} \lambda_{\text{ar}}^{\eta} \quad (\text{I}),$$

$$\lambda_{\text{sat}} = \lambda_s^{(1-\eta)} \lambda_{\text{H}_2\text{O}}^{\eta} \quad (\text{II}), \quad (5.1)$$

ou de forma explícita para  $\lambda_s$ :

$$\lambda_s = \left( \frac{\lambda_{\text{seco}}}{\lambda_{\text{ar}}^{\eta}} \right)^{\frac{1}{(1-\eta)}}. \quad (5.2)$$

Logo, pela equação (5.2), com dados de porosidade e das condutividades térmicas do material seco e do ar, calcula-se a condutividade da fase sólida. De posse de  $\lambda_s$ , na equação (5.1.II), determina-se  $\lambda_{\text{sat}}$ .

A Tabela 5.1 fornece valores medidos de condutividade térmica para diferentes materiais nos estados seco e saturado com suas respectivas porosidades. A Tabela 5.2 utiliza esses valores

para calcular as condutividades da fase sólida e do meio saturado através do modelo baseado na média geométrica.

Tabela 5.1: Valores medidos de condutividade térmica para diferentes materiais nos estados seco e saturado e suas porosidades

	ARG1	ARG2	TIJ	CCA
$\lambda_{\text{seco}}$ (W/m-K)	0.70	1.92	0.985	0.085
$\lambda_{\text{sat}}$ (W/m-K)	2.95	2.57	2.08	0.339
$\eta$ (%)	31.0	18.0	29.0	25.0

Tabela 5.2: Valores de  $\lambda_s$  e de  $\lambda_{\text{sat}}$  calculados para diferentes materiais, segundo a consideração de média geométrica ponderada pela porosidade

$\lambda$ (W/m-K)	ARG1	ARG2	TIJ	CCA
$\lambda_s$ - calculado	3.07	4.94	4.35	46.67
$\lambda_{\text{sat}}$ - calculado	2.07	3.81	2.86	0.18
$\lambda_{\text{sat}}$ - medido	2.95	2.57	2.08	0.339

Para o CCA, ponderou-se também a fração de ar, considerando o meio saturado ao conter 25% de água, 60% de ar e 15% de sólido.

Pela Tabela 5.2, nota-se que a média geométrica pode conduzir a bons resultados, ao contrário das médias aritmética e harmônica.

Apresenta-se a seguir o modelo baseado no método da renormalização e compara-se, ao final do item 5.2.2, ambos os modelos de determinação das condutividades do meio saturado e da fase sólida.

### 5.2.2 – Modelo baseado no método da renormalização

Sugere-se ainda, como parte complementar do estudo de determinação das condutividades da fase sólida e do meio saturado, um modelo criado pelas técnicas de renormalização.

Poder-se-ia, também, usar alguma outra teoria, como por exemplo, a teoria do meio-efetivo (Kirkpatrick, 1973). Entretanto, esta teoria apresenta erros maiores que o modelo baseado na renormalização quando a relação  $\lambda_s / \lambda_{ar}$  é alta (Fernandes e Mendes, 1997).

Descreve-se no apêndice A, a título de ilustração, o método de renormalização para sistemas bidimensionais segundo King (1989). Apesar de ter sido usada a técnica para sistemas tridimensionais, sua apresentação não é feita, pois essa seria muito extensa e o estudo desse método não é o objetivo deste trabalho. Para obtenção de informações em maior profundidade, sobre renormalização, recomendam-se as seguintes referências: Maris e Kadanoff (1978), Stanley (1982), Family (1984), Stauffer (1985) e Sahimi (1988).

#### 5.2.2.1 - Desenvolvimento de expressões matemáticas e resultados

O método de renormalização foi utilizado em um modelo de estrutura do meio poroso real denominado SME ( sistema multiescala).

O SME é gerado conservando a distribuição de volumes de poros e a função de correlação medidas em seções planas do meio real. Para detalhes sobre SME, recomenda-se o artigo de Fernandes et al. (1996).

Quando se tem várias escalas no SME, em função do processo de geração, o meio é dito correlacionado. Diz-se que o meio é aleatório quando ele corresponde a um SME de apenas uma escala. O meio chamado *correlacionado 1* apresenta uma distribuição de volumes igualmente dividida pelas 5 classes, enquanto o meio *correlacionado 2* apresenta frações de volume para a porosidade 0.2 iguais a:  $V_1=0.08$ ,  $V_2= 0.02$ ,  $V_3= 0.06$ ,  $V_4= 0.02$  e  $V_5= 0.02$ . Já para o meio de porosidade 0.7, foram consideradas as seguintes frações volumétricas do meio *correlacionado 2*:  $V_1=0.20$ ,  $V_2= 0.15$ ,  $V_3= 0.20$ ,  $V_4= 0.05$  e  $V_5= 0.10$ .

A Tabela 5.3 apresenta comparações entre valores de condutividade térmica efetiva em meios seco e saturado de porosidades 0.2 e 0.5, considerando um SME de duas e de cinco escalas, para duas sementes geradoras de números aleatórios.



Tabela 5.3: Comparações entre valores de condutividade térmica efetiva em meios seco e saturado, considerando um SME de duas e de cinco escalas de 256x256x256, para duas sementes geradoras de números aleatórios.

$\eta$	SME	Semente = - 21		Semente = - 15	
		$\lambda_{seco}$	$\lambda_{sat}$	$\lambda_{seco}$	$\lambda_{sat}$
0.20	Aleatório	1.2623	1.6097	1.2622	1.6098
	Correlacionado 1	1.2956	1.6150	1.3130	1.6241
	Correlacionado 2	1.2904	1.6146	1.2798	1.6072
0.70	Aleatório	0.1011	0.8786	0.1008	0.8785
	Correlacionado 1	0.1895	0.8934	0.1861	0.8909
	Correlacionado 2	0.1953	0.8971	0.1877	0.8906

A Tabela 5.3 mostra que a condutividade térmica efetiva é pouco sensível à escolha da semente. Uma diferença maior é observada quando se comparam os meios correlacionados e o aleatório, principalmente para meios secos de alta porosidade. Para meios saturados as diferenças são muito pequenas pois a razão entre as condutividades do grão e do fluido diminuem por um fator de 23.5.

As Tabelas 5.4 e 5.5 apresentam valores médios de condutividade térmica efetiva  $\lambda_{sec}$  e  $\lambda_{sat}$  - obtidos através de simulações em meios correlacionados ou não - e com diferentes sementes de geração. Os erros apresentados nessas duas tabelas são relativos ao valor da condutividade térmica correspondente a rede de maior dimensão.

Define-se NX como uma das dimensões de uma rede cúbica de condutividades e que está relacionada ao número de passos de renormalização - Nr, através da expressão:

$$Nr = \log_2 NX . \tag{5.3}$$

Tabela 5.4: Condutividade média obtida em simulações tridimensionais com  $\lambda_s=2W/m-K$

NX	$\eta = 0.7$			$\eta = 0.45$			$\eta = 0.2$		
	64	128	256	64	128	256	64	128	256
$\bar{I}_{SEC}$	0.1014	0.1020	0.1011	0.5008	0.5	0.4986	1.2635	1.2622	1.2624
erro (%)	0.3096	0.9289	0	0.4288	0.2766	0	0.0865	0.0163	0
$\bar{I}_{SAT}$	0.8786	0.8786	0.8786	1.1984	1.1986	1.1981	1.6099	1.6098	1.6098
erro (%)	0.0016	0.0302	0	0.0215	0.0413	0	0.0097	0.0033	0

Tabela 5.5: Condutividade média obtida em simulações tridimensionais com  $\lambda_s=5\text{W/m-K}$

NX	$\eta = 0.7$			$\eta = 0.45$			$\eta = 0.2$		
	64	128	256	64	128	256	64	128	256
$\bar{i}_{SEC}$	0.1388	0.1400	0.138	1.1493	1.1464	1.1433	3.1219	3.1184	3.1190
erro (%)	0.567	1.4689	0	0.5199	0.2737	0	0.0918	0.0206	0
$\bar{i}_{SAT}$	1.1658	1.1671	1.1656	2.1176	2.1182	2.1156	3.5645	3.5632	3.5631
erro (%)	0.0197	0.126	0	0.0968	0.1241	0	0.0376	0.0027	0

Nota-se pelas tabelas 5.4 e 5.5 que os erros diminuem com o decréscimo da porosidade. O aumento da condutividade do grão -  $\lambda_s$  - provoca erros maiores na condutividade efetiva por aumentar a razão entre as condutividades térmicas das fases sólida e fluida  $\frac{\lambda_s}{\lambda_f}$ .

As Figuras 5.1 e 5.2 mostram a convergência da condutividade efetiva do meio em função do número de passos de renormalização para meios seco e saturado. Nota-se que quando o meio está saturado, atinge-se a convergência para um menor número de passos de renormalização.

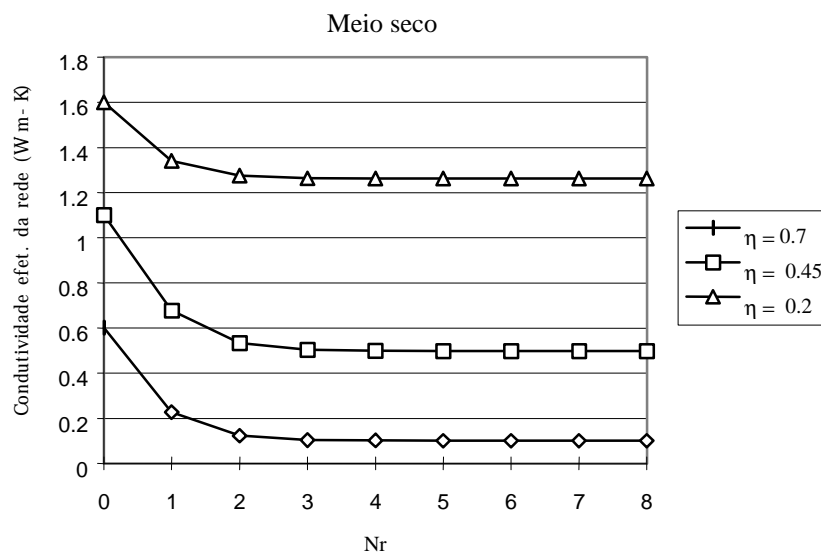


Figura 5.1: Condutividade térmica efetiva -  $\lambda_{ef}$  - em função do número de passos de renormalização para um meio seco com  $\lambda_s=2\text{ W/m-K}$ .

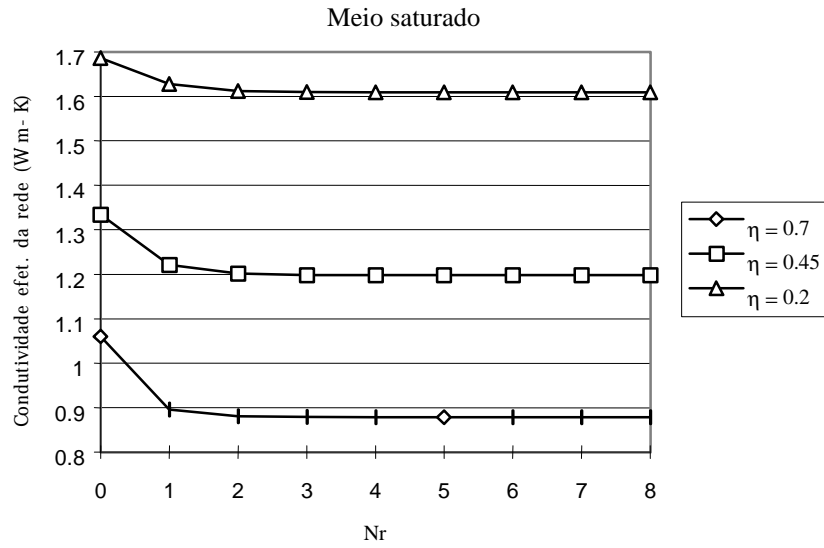


Figura 5.2: Condutividade térmica efetiva -  $\lambda_{ef}$  - em função do número de passos de renormalização para um meio saturado com  $\lambda_s=2$  W/m-K.

Como foi visto no modelo baseado na média geométrica, pode-se correlacionar a condutividade térmica do meio nos estados seco e saturado como uma função das condutividades das fases e da porosidade. Assim, pode-se escrever:

$$\lambda_{seco}=f(\lambda_s, \lambda_{ar}, \eta) \tag{5.4}$$

e

$$\lambda_{sat}=f(\lambda_s, \lambda_{H_2O}, \eta) . \tag{5.5}$$

As expressões (5.4) e (5.5) podem ser reduzidas a uma só através de adimensionalização, como:

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3), \tag{5.6}$$

onde:  $\pi_1 = \lambda_{ef} / \lambda_f$  ;

$\pi_2 = \eta$  ;

$\pi_3 = \lambda_s / \lambda_f$  .

A condutividade  $\lambda_{ef}$  pode representar  $\lambda_{seco}$  ou  $\lambda_{sat}$ . Por outro lado,  $\lambda_f$  denota  $\lambda_{ar}$  quando o meio está seco, ou  $\lambda_{H_2O}$  quando o meio está completamente saturado de água.

Necessita-se, portanto, gerar uma massa de dados capaz de determinar uma correlação para representar espacialmente a equação (5.6), utilizando as técnicas do grupo de

renormalização. O primeiro passo é estabelecer os extremos das variáveis dessa equação, tanto em termos de  $\frac{I_s}{I_f}$  como  $h$ .

Segundo Kaviany (1991), os materiais comumente usados em construção apresentam condutividades térmicas efetivas que variam entre 0.1 e 1 W/m-K. Neste trabalho, esta faixa é, na hipótese de o meio estar saturado, ampliada em termos do adimensional  $\pi_1$  variando entre 3 e 14, e com  $\pi_3$  entre 0.82 e 17.18 e  $\pi_2$  entre 0.1 e 0.7. Aplicando-se o processo de renormalização a essa faixa, obtém-se os pontos apresentados na Figura 5.3.

Fazendo-se uma regressão aos pontos da Figura 5.3, chega-se à seguinte expressão com um fator de correlação  $R=0.99997$ :

$$\ln \pi_1 = -0.12578 + Z \ln \pi_2, \quad (5.7)$$

onde:

$$Z = -5.18776 \exp(0.225433 \pi_3^{0.196297}) - 0.023289 (\pi_3^{0.707251}) \ln(\pi_2) - 0.975144 (\pi_2) \ln(\pi_3) + 6.361418.$$

A correlação acima é mostrada na Figura (5.3) através da superfície passando pelos pontos extraídos do processo de renormalização.

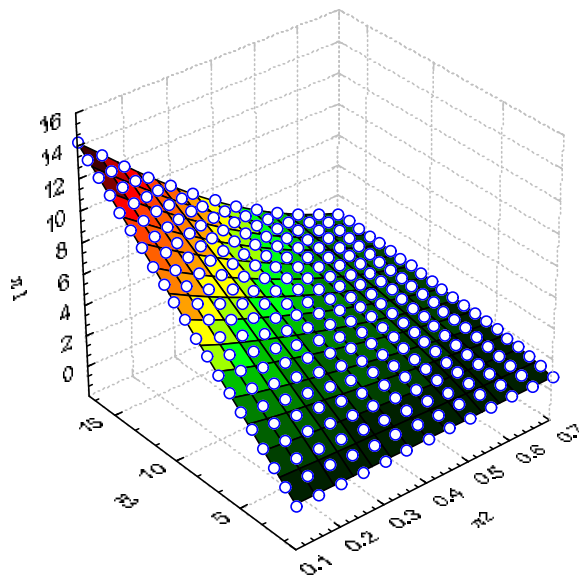


Figura 5.3: Os grupos adimensionais  $\pi_1$ ,  $\pi_2$ ,  $\pi_3$  obtidos pelo processo de renormalização para  $\pi_1=f(\pi_2,\pi_3)$ .

Krupiczka (1967) apresentou a seguinte correlação empírica para leitos de esferas:

$$\pi_1 = \pi_3^{(0.280 - 0.757 \log(\pi_2) - 0.057 \log(\pi_3))} \quad (5.8)$$

Compara-se, através da Figura 5.4, a correlação (5.8) de Krupiczka com a equação (5.7). Nota-se que há uma excelente concordância para baixos valores de  $\pi_3$ . Prasad et al. (1989), citado em Kaviany (1991), compararam correlações empíricas com pontos experimentais e observaram um bom comportamento da correlação dada por Krupiczka para  $\pi_3$  inferior a 2000.

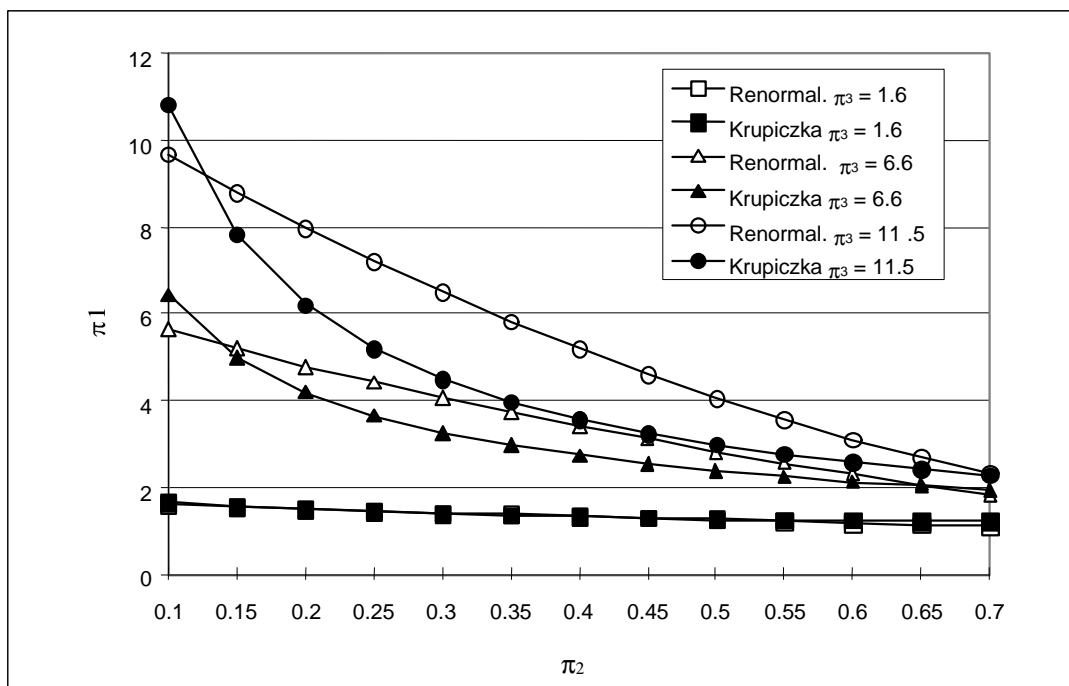


Figura 5.4: Comparação entre os valores obtidos para a condutividade térmica pelo método da renormalização e pelo modelo de Krupiczka (1967).

Obteve-se, pela mesma massa de dados, a função explícita de  $\pi_3$  em função de  $\pi_1$  e  $\pi_2$  com um fator de correlação  $R=0.9999999$ , como segue:

$$\pi_3 = \ln\left(0.001507\pi_2 + 8.074095\pi_1\right)\left(0.306726\pi_1^{0.836455} - 0.000004 \ln(\pi_2) + 0.172689\right) \quad (5.9)$$

As correlações (5.7) e (5.9) são válidas, a priori, apenas para meios saturados, onde  $\pi_3$  é inferior a 17. Para valores superiores a esses e inferiores a 200, a seguinte correlação deve ser usada:

$$\pi_3 = a_0 \pi_1^{(a_1 \exp(a_2 \pi_1^{a_3} \pi_2^{a_4}) + a_5)} + a_6 \pi_1^{a_7} \ln(\pi_2) + a_8 \pi_1 \pi_2 + a_9 \tag{5.10}$$

Essa equação (5.10) é dividida em 2 partes. A primeira é válida para  $0.1 \leq p_2 < 0.4$  ( $R=0.99998$ ), e a segunda para  $0.4 \leq p_2 \leq 0.7$  ( $R=0.99999$ ). Os coeficientes obtidos da regressão são encontrados na Tabela 5.6. O ajuste da equação (5.10) foi feito através de cerca de 7000 pontos, obtidos de simulações do processo de renormalização de matrizes cúbicas de  $256 \times 256 \times 256$ .

Tabela 5.6: Coeficientes da equação (5.10).

$\pi_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$
[0.1-0.4[	1.0110	0.9987	2.2634	-0.1971	1.8892	0.0110	0.0015	1.4345	1.4456	-0.3367
[0.4-0.7]	0.7939	0.9985	2.9175	-0.1861	2.3810	0.0000	0.1794	1.1412	4.2195	-3.4515

A Tabela 5.7 mostra valores de condutividades térmicas, de diferentes materiais para o grão e para o meio saturado, obtidas segundo a renormalização, a média geométrica e a correlação de Krupiczka, a partir da condutividade do meio seco e da porosidade.

Tabela 5.7: Valores de condutividades térmicas do grão e do meio saturado, segundo a renormalização, média geométrica e a correlação de Krupiczka.

	ARG1	ARG2	TIJ
$\lambda_s$ – renorm.	1.45	2.85	1.95
$\lambda_s$ – média Geométrica	4.94	3.07	4.35
$\lambda_s$ – Krupiczka	18.2	13.36	32.02
$\lambda_{sat}$ – renorm.	1.12	2.23	1.42
$\lambda_{sat}$ – média Geométrica	1.86	3.39	2.46
$\lambda_{sat}$ – Krupiczka	4.39	6.52	6.29
$\lambda_{sat}$ – medido	2.95	2.57	2.08

A correlação de Krupiczka – equação (5.8) - fornece altos valores de condutividade da fase sólida, pois é deficiente para altos valores de  $\pi_3$  (meio seco), ao contrário do observado por Prasad et al. (1989), citado em Kaviany (1991). Isto provoca uma superestimativa de  $\lambda_{sat}$ , como mostrado na Tabela 5.7, invalidando o seu uso para materiais como estes. Sua utilização deve ser restrita a baixos valores de  $\pi_3$  como os mostrados na Figura 5.4.

O fato de o concreto celular aerado possuir uma porosidade total superior a 70%, não permite a estimativa via renormalização. A Figura 5.5 mostra que à medida que a porosidade aumenta ( $> 80\%$ ),  $\pi_3$  cresce bruscamente, levando a resultados absurdos de  $\lambda_s$  da ordem de milhares de  $W/m-K$  para corresponder a valores de  $\pi_1$  bem definidos ( $\pi_1 = \lambda_{\text{seco}}/\lambda_{\text{ar}}$ ). Apesar de, dependendo da porosidade, poder exceder o valor de 200 de  $\pi_3$ , restringe-se o uso da técnica de renormalização para a faixa de ajuste:  $0.1 \leq p_2 \leq 0.7$  e  $p_3 \leq 200$ , da equação (5.10). Para materiais com características semelhantes a esse concreto celular, recomenda-se usar o modelo da média geométrica para a determinação das condutividades da fase sólida e do meio saturado. Convergência, para cálculo de  $\lambda_s$  do CCA, não foi atingida nem por renormalização nem pela correlação de Krupiczka.

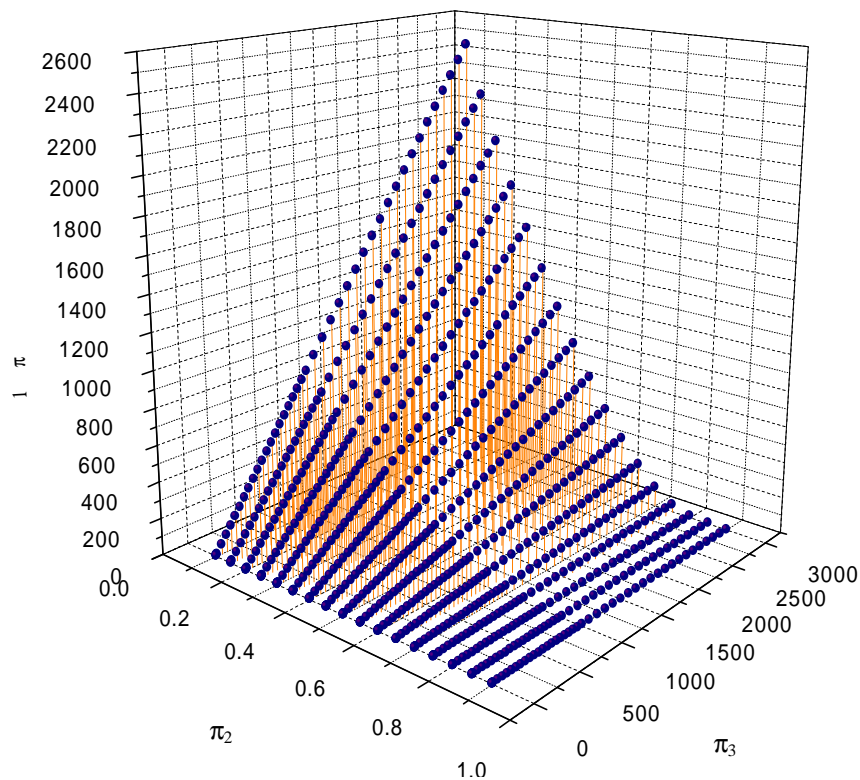


Figura 5.5 : análise do comportamento da técnica de renormalização para uma faixa larga de  $\pi_2$  e  $\pi_3$ .

Não foram alcançados resultados satisfatórios para ARG1 por nenhum dos métodos apresentados neste capítulo. O melhor resultado apresentado foi dado pela média geométrica com um erro no cálculo de  $I_{sat}$  de 37% contra 62% dado pela renormalização. É possível que o erro na renormalização se deve ao fato de que os grãos não se comportam como uma única fase, mas sim como um composto de areia e de pasta de ligantes (o método de renormalização usado aqui é aplicável unicamente a sistemas bifásicos).

Para ARG2 foi encontrada uma condutividade térmica  $I_{sat}$  com um erro de 13% pela renormalização e de 32% pela média geométrica. O tijolo apresentou resultados razoáveis com erros de 32% pela renormalização e de 18% pela média geométrica.

Pelos resultados mostrados na Tabela 5.7, torna-se difícil dizer se o método da renormalização é ou não melhor que o modelo da média geométrica. Para se fazer tal afirmação, seria necessário realizar comparações com um número maior de materiais. A média geométrica é mais simples, porém o método da renormalização está resumido em correlações que são computacionalmente fáceis de se resolver e, além disso, necessita-se resolvê-las uma única vez dentro do código *UMIDUS*, pois o programa lida com valores pré-calculados em forma tabular.

A princípio, adota-se o método da renormalização, a não ser que os valores de  $p_2$  e  $p_3$  estejam fora da faixa na qual as equações (5.10) e (5.8) são válidas, recomendando-se, nesse caso, o uso do modelo da média geométrica.

O procedimento normal a ser aplicado no código *UMIDUS* é a determinação de  $p_1$  para o material seco, aplicando-o na equação (5.10) para determinar  $p_3$  e multiplicando este pela condutividade do ar para determinar  $I_s$ . De posse de  $I_s$ , recalcula-se  $p_3$ , para o meio saturado, ao dividir  $I_s$  por  $I_{H_2O}$ . Finalmente, com este novo valor de  $p_3$ , calcula-se  $p_1$  para o meio saturado pela equação (5.10) ou (5.8), dependendo do valor de  $p_3$ . O novo valor de  $p_1$ , conduz à determinação de  $I_{sat}$ , ao multiplicá-lo por  $I_{H_2O}$ . Obtidos os valores de  $I_s$  e  $I_{sat}$ , passa-se ao modelo de DeVries para determinar a condutividade térmica em meios insaturados.

### 5.3 - Determinação da condutividade térmica efetiva de meios insaturados

De posse dos valores das condutividades térmicas das fases ( $I_s$ ,  $I_{ar}$  e  $I_{H_2O}$ ) e dos meios seco e saturado ( $I_{seco}$  e  $I_{sat}$ ), deseja-se determinar a condutividade térmica efetiva com o conteúdo de umidade a uma certa temperatura. Para isto, estuda-se aqui o modelo de DeVries



que leva em conta as condutividades das fases e seus fatores geométricos. Primeiramente, apresenta-se o modelo para um meio saturado para avaliar o fator de forma dos grãos. Isso permitirá fazer uma correção nas condutividades da fase sólida e do meio saturado para ajustar o modelo do método de renormalização ao modelo de De Vries e fornecer informações para a determinação da curva  $I=f(\mathbf{q})$ , a ser estudado no subitem 5.3.2 - referente ao modelo de De Vries para meios insaturados.

### 5.3.1 - Modelo de De Vries para meios saturados

Apresenta-se, a seguir, o modelo de DeVries, descrito por Oliveira (1993), para a condutividade térmica efetiva de solos, desenvolvido primeiramente para sistemas bifásicos.

Esse modelo de DeVries é geralmente descrito por um sistema de  $n$  fases, onde as trocas térmicas são estudadas em um volume elementar representativo (VRE).

Assim a temperatura média de uma determinada fase  $i$  pode ser expressa por:

$$\langle T_i \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_i} T dV, \quad (5.11)$$

com  $T$  representando a temperatura em cada ponto do VER e  $V_i$  o volume ocupado pela fase considerada em um sistema de volume  $V$ .

Uma média intrínseca pode ser calculada através da seguinte integração:

$$\langle T_i \rangle^i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} T dV, \quad (5.12)$$

onde se vê que as médias global e intrínseca se relacionam da seguinte forma:

$$\langle T_i \rangle = x_i \langle T_i \rangle^i, \quad (5.13)$$

sendo  $x_i$  a fração volumétrica da fase  $i$ , dada por  $V_i/V$ .

Analogamente, pode-se calcular uma média do sistema por:

$$\langle T \rangle = \frac{1}{V} \int_V T dV. \quad (5.14)$$

Como  $V = \sum V_i$  e pelas equações (5.11) e (5.12), pode-se dizer que:

$$\langle T \rangle = \sum_{i=0}^n \langle T_i \rangle. \quad (5.15)$$

Da lei de Fourier, sabe-se que:

$$\langle q_i \rangle^i = -\lambda_i \langle \nabla T_i \rangle^i. \quad (5.16)$$

Assim, assumindo  $\lambda_i$  constante ao longo da fase  $i$ , a média intrínseca do fluxo de calor  $\langle q_i \rangle^i$ , pode ser calculada por:

$$\langle q_i \rangle^i = -\lambda_i \langle \nabla T_i \rangle^i. \quad (5.17)$$

Fazendo-se o somatório da média do fluxo de calor em cada fase, obtém-se a média do fluxo de calor global dada por:

$$\langle q \rangle = \sum_{i=0}^n -\lambda_i \langle \nabla T_i \rangle. \quad (5.18)$$

Da definição de condutividade térmica efetiva, tem-se:

$$\langle q \rangle = -\lambda_e \langle \nabla T \rangle. \quad (5.19)$$

Utilizando-se o teorema elaborado por Slattery (1972), citado em Oliveira (1993), é possível relacionar gradientes de médias com médias de gradientes. Para a temperatura, tem-se:

$$\nabla \langle T \rangle = \langle \nabla T \rangle - \sum_{i=0}^n \frac{1}{V} \int_{A_{is}} -T \mathbf{n}_i \cdot d\vec{A}, \quad (5.20)$$

onde  $A_{is}$  é a área superficial da fase  $i$ , excluindo as porções coincidentes com a fronteira do VER e  $\mathbf{n}_i$  é a normal unitária apontada para fora da fase  $i$ .

Com a hipótese de equilíbrio térmico local, desconsidera-se o segundo termo do lado direito da equação acima, obtendo-se:

$$\nabla \langle T \rangle = \langle \nabla T \rangle. \quad (5.21)$$

Das equações (5.12) e (5.15), tem-se:

$$\nabla \langle T \rangle = \sum_{i=0}^n x_i \langle \nabla T_i \rangle^i. \quad (5.22)$$

Das equações (5.18), (5.19) e (5.22), obtém-se o sistema:

$$\begin{aligned} \lambda_e \cdot \nabla \langle T \rangle &= \sum_{i=0}^n \lambda_i x_i \langle \nabla T_i \rangle^i \\ \nabla \langle T \rangle &= \sum_{i=0}^n x_i \langle \nabla T_i \rangle^i \end{aligned} \quad (5.23)$$

Do sistema de equações acima, pode-se colocar explicitamente a condutividade térmica efetiva na seguinte forma:

$$\lambda_e = \frac{x_0 \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i k_i x_i}{x_0 + \sum_{i=1}^n x_i k_i}, \quad (5.24)$$

onde o subíndice  $o$  pode indicar uma das fases do meio, dependente de cada caso. Por exemplo, no caso de partículas sólidas envolvidas em um fluido saturante (fase contínua), tal subíndice denota a fase fluida;  $k_i$ , representa a razão entre as médias de gradientes de temperatura na fase  $i$  e na fase fluida.

O valor de  $k_i$  é de difícil obtenção, uma vez que ele não depende apenas das condutividades das fases em questão, mas também da forma, tamanho e arranjo dos grãos.

Para o cálculo das condutividades do meio saturado com água ( $\lambda_{\text{sat}}$ ) e com ar seco ( $\lambda_{\text{seco}}$ ), poder-se-ia, de uma forma muito simples, calcular  $k_i$ , assumindo  $\langle q \rangle^0 = \langle q \rangle^1$ , obtendo-se

$$k_1 = \lambda_0 / \lambda_1.$$

Assim, para o meio seco, considera-se:

$$\lambda_0 = \lambda_{\text{ar}} \text{ (condutividade do ar seco),}$$

$$\lambda_1 = \lambda_s \text{ (condutividade da fase sólida),}$$

e obtém-se:

$$\lambda_{\text{seco}} = \frac{\lambda_s \lambda_{\text{ar}}}{\lambda_{\text{ar}}(1 - \eta) + \lambda_s \eta}. \quad (5.25)$$

Para o meio saturado, considerando:

$$\lambda_0 = \lambda_{\text{H}_2\text{O}} \text{ (condutividade da fase líquida),}$$

$$\lambda_1 = \lambda_s \text{ (condutividade da fase sólida),}$$

tem-se:

$$\lambda_{\text{sat}} = \frac{\lambda_s \lambda_{\text{H}_2\text{O}}}{\lambda_{\text{H}_2\text{O}}(1 - \eta) + \lambda_s \eta}. \quad (5.26)$$

Nesta hipótese de  $\langle q \rangle^0 = \langle q \rangle^1$  obtém-se valores, como se vê pelas equações (5.25) e (5.26), que correspondem a médias harmônicas ponderadas para as condutividades térmicas das fases, através de uma representação física do meio com uma associação de poros e grãos em série.

Analogamente considerando  $\langle \nabla T \rangle^0 = \langle \nabla T \rangle^1$ , obtém-se  $k_I = I$ ; assim tem-se:

$$\lambda_{\text{sec } o} = \eta \lambda_{\text{ar}} + (1 - \eta) \lambda_s, \quad (5.27)$$

e

$$\lambda_{\text{sat}} = \eta \lambda_{\text{H}_2\text{O}} + (1 - \eta) \lambda_s, \quad (5.28)$$

sendo, simplesmente, uma média aritmética ponderada, ou seja, uma associação em paralelo de poros e grãos.

Essa consideração em que não se importa com os aspectos morfotopológicos do meio, leva a valores extremos de condutividade térmica. Sabe-se também que  $\lambda_0 / \lambda_1 < k_i < 1$ .

As equações (5.25/5.26) e (5.27/5.28) representam valores máximo e mínimo para a condutividade térmica efetiva. Uma abordagem simplista seria a de considerar um valor médio entre os fornecidos por essas expressões. O cálculo exato de  $k_i$  é muito complexo, dependendo de aspectos morfotopológicos do meio; assim, estuda-se a seguir a solução adotada por vários pesquisadores como DeVries em 1952 (Oliveira, 1993), que calcula  $k_i$  para uma geometria simplificada e o extrapola para uma geometria representativa de um corpo poroso real.

As hipóteses adotadas no modelo de DeVries são:

- 1) Os grãos estão suficientemente afastados de forma que não há influência mútua dos campos térmicos;
- 2) Os grãos possuem forma elipsoidal definida pelas dimensões a, b e c de seus semi-eixos principais;
- 3) Os grãos são orientados aleatoriamente.

O modelo físico pode ser visto como o modelo de partículas elipsoidais afastadas e orientadas aleatoriamente, com condutividade  $\lambda_1$ , imersas em um fluido de condutividade  $\lambda_0$  sujeito a um fluxo de calor uniforme e constante. Assim, De Vries (1952) propôs a seguinte expressão:

$$k_i = \frac{1}{3} \sum_{j=a,b,c} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_0} - 1 \right) g_j \right]^{-1}, \quad (5.29)$$

onde  $g_a$  é um fator de forma do elipsóide calculado para cada um de seus semi-eixos principais, sendo expresso por:

$$g_a = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot c \int_0^{\infty} \frac{du}{(a^2 + u)^{3/2} + (b^2 + u)^{1/2} + (c^2 + u)^{1/2}}. \quad (5.30)$$

De forma análoga calcula-se  $g_b$  e  $g_c$ .

Ainda  $g_a, g_b$  e  $g_c$  obedecem à seguinte relação:

$$g_a + g_b + g_c = 1. \quad (5.31)$$

Resolvendo a equação (5.30) para geometrias esferoidais, considerando  $a=b=fn.c$  – onde  $fn$  é um fator de distorção, obtém-se:

$$\begin{aligned} fn < 1 \Rightarrow g_a &= \frac{1}{2(1-fn^2)} + \frac{fn^2}{4(1-fn^2)^{3/2}} \ln \left( \frac{1-(1-fn^2)^{1/2}}{1+(1-fn^2)^{1/2}} \right) \\ fn > 1 \Rightarrow g_a &= \frac{1}{2(1-fn^2)} + \frac{fn^2}{2(fn^2-1)^{3/2}} \left[ \frac{\pi}{2} - \arctg \left( \frac{-1}{(1-fn^2)} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.32)$$

Da geometria esférica, e considerando o meio composto por apenas um tipo de grão com distribuição aleatória e  $\lambda_1 > \lambda_0$ , pode-se derivar os seguintes casos particulares:

a) Grãos esférico (GE):  $a = b = c$  e  $g_a = g_b = g_c = 1/3$ , assim:

$$k_{1GE} = \frac{3}{2 + \lambda_1/\lambda_0}. \quad (5.33)$$

b) Grãos fibrosos (GF):  $n \rightarrow 0$ ,  $g_a = g_b = 1/2$  e  $g_c = 0$ , logo:

$$k_{1GF} = \frac{4}{3} \frac{1}{1 + \lambda_1/\lambda_0}. \quad (5.34)$$

c) Grãos lamelares (GL):  $n \rightarrow \infty$ ,  $g_a = g_b = 0$  e  $g_c = 1$ , portanto:

$$k_{1GL} = \frac{2 \cdot \lambda_1/\lambda_0 + 1}{3 \cdot \lambda_1/\lambda_0}. \quad (5.35)$$

Comparando-se as expressões acima, tem-se:

$$k_{1GE} < k_{1GF} < k_{1GL}. \quad (5.36)$$

Para um meio granular real,  $k_l$  deve estar entre os limites laterais da inequação acima, ou seja, os grãos supostamente têm valores de  $k_l$  situados entre os dos grãos esféricos e dos lamelares.

Com o desenvolvimento das equações acima, nota-se que é necessário o conhecimento do fator de distorção que forma os grãos sólidos.

A Figura 5.6 apresenta a influência do coeficiente de distorção,  $n$ , através da formulação para esferóide apresentada na equação (5.32), notando-se que para altos fatores de distorção há pouca influência no fator de forma do grão. Observa-se também que a simples adoção de um valor para o coeficiente de distorção do esferóide ( $fn$ ) pode conduzir a graves erros na determinação do fator de forma e, por consequência, na condutividade térmica efetiva.

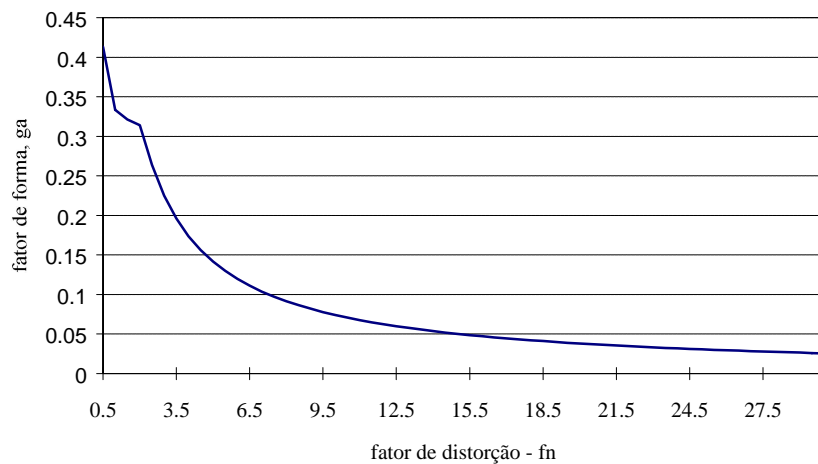


Figura 5.6: Influência do coeficiente de distorção do grão,  $n$ , supostamente esferoidal no fator de forma,  $g_a$ .

Para contornar essa deficiência de informação sobre o formato do grão, estabelece-se abaixo uma formulação particularizada para sistemas bifásicos com as informações disponíveis até então, que são as condutividades das fases com suas quantidades volumétricas e as condutividades dos meios nos estados seco e saturado.

Os sistemas bifásicos em questão são “ar e sólido” e “água e sólido”. Assim, trabalha-se com o modelo de DeVries de forma a calcular  $g_a$ . Tem-se então:

$$\text{meio seco } \begin{cases} \lambda_1 = \lambda_s \\ \lambda_0 = \lambda_{ar} \\ \chi_0 = \eta \\ \chi_1 = 1 - \eta \end{cases} \quad \text{meio saturado } \begin{cases} \lambda_1 = \lambda_s \\ \lambda_0 = \lambda_{H_2O} \\ \chi_0 = \eta \\ \chi_1 = 1 - \eta \end{cases}$$

Utilizando-se as equações (5.24) , (5.29) e (5.31), monta-se o seguinte sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\text{seco}} = \frac{\eta\lambda_{\text{ar}} + (1-\eta)k_{1,\text{seco}}\lambda_s}{\eta + (1-\eta)k_{1,\text{seco}}} \quad (\text{I}) \\ \lambda_{\text{sat}} = \frac{\eta\lambda_{\text{H}_2\text{O}} + (1-\eta)k_{1,\text{sat}}\lambda_s}{\eta + (1-\eta)k_{1,\text{sat}}} \quad (\text{II}) \\ g_a + g_b + g_c = 1 \quad (\text{III}), \end{array} \right. \quad (5.37)$$

que pode ser visto da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{1,\text{seco}} = f(\lambda_{\text{seco}}, \lambda_{\text{ar}}, \lambda_s, g_a, g_b, g_c) \\ k_{1,\text{sat}} = f(\lambda_{\text{sat}}, \lambda_{\text{H}_2\text{O}}, \lambda_s, g_a, g_b, g_c) \\ g_a + g_b + g_c = 1 \end{array} \right. .$$

Do sistema acima são desconhecidas as variáveis:  $k_{1,\text{seco}}$ ,  $k_{1,\text{sat}}$ ,  $\lambda_s$ ,  $g_a$ ,  $g_b$  e  $g_c$ . Neste ponto, há 5 incógnitas e 3 equações. Usando a hipótese de forma de grão de esferóide ( $a=b=n.c$ ), que é a mais admitida para a maioria dos casos, pode-se resolver tal sistema.

Com essa hipótese de esferóide, rearranja-se o sistema de equações acima, resultando em um sistema do tipo:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{1,\text{seco}}(\lambda_{\text{seco}} - \lambda_s) + (\lambda_{\text{seco}} - \lambda_{\text{ar}}) \frac{\eta}{(1-\eta)} = 0 \quad (\text{I}) \\ \text{onde,} \\ k_{1,\text{seco}} = \frac{1}{3} \left[ \frac{2}{1 + \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_{\text{ar}}} - 1\right)g_a} + \frac{2}{1 + \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_{\text{ar}}} - 1\right)(1-2g_a)} \right]^{-1} \\ \text{e} \\ k_{1,\text{sat}}(\lambda_{\text{sat}} - \lambda_s) + (\lambda_{\text{sat}} - \lambda_1) \frac{\eta}{(1-\eta)} = 0 \quad (\text{II}) \\ \text{onde,} \\ k_{1,\text{sat}} = \frac{1}{3} \left[ \frac{2}{1 + \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_{\text{H}_2\text{O}}} - 1\right)g_a} + \frac{2}{1 + \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_{\text{H}_2\text{O}}} - 1\right)(1-2g_a)} \right]^{-1} \end{array} \right. \quad (5.38)$$

Do sistema de equações (5.38), pode-se extrair  $g_a$ , analiticamente, pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
 g_a = & (\sqrt{3} \text{sqrt}(\lambda_{ar}^2 (3 \lambda_{seco}^2 - 6 \lambda_s \lambda_{seco} + \\
 & 3 \lambda_s^2) + A(\lambda_{ar}(10 \lambda_s \lambda_{seco} - 10 \lambda_s^2) + \\
 & \lambda_{ar}^2 (20 \lambda_{seco} - 20 \lambda_s)) + A^2(3 \lambda_s^2 + \\
 & 12 \lambda_{ar} \lambda_s + 12 \lambda_{ar}^2)) + \lambda_{ar}(3 \lambda_{seco} - 3 \lambda_s) + \\
 & A(6 \lambda_{ar} - 3 \lambda_s)) / (A(12 \lambda_{ar} - 12 \lambda_s)),
 \end{aligned} \tag{5.39}$$

onde:

$$A = (\lambda_{seco} - \lambda_{ar})\eta / (1 - \eta);$$

$$B = (\lambda_{sat} - \lambda_{H_2O})\eta / (1 - \eta).$$

Ainda com o sistema de equações (5.38), pode-se reduzi-lo a uma única equação, em função de  $\lambda_s$ , devendo ser determinado por meios numéricos, por métodos como o de Newton Raphson ou de Brent. A expressão  $f(\lambda_s) = 0$  que permite, eventualmente, corrigir os valores de  $\lambda_s$  obtidos com o método da renormalização ou da média geométrica, pode ser descrita como:

$$\begin{aligned}
 & (\lambda_s - \lambda_{sat}) / ((\lambda_s / \lambda_1 - 1)(1 - 2(\sqrt{3} \text{sqrt}(\lambda_{ar}^2 (3 \lambda_{seco}^2 - 6.0 \lambda_s \lambda_{seco} + 3 \lambda_s^2) \\
 & + A(\lambda_{ar}(10 \lambda_s \lambda_{seco} - 10 \lambda_s^2) + \lambda_{ar}^2 (20 \lambda_{seco} - 20 \lambda_s)) \\
 & + A^2(3 \lambda_s^2 + 12 \lambda_{ar} \lambda_s + 12 \lambda_{ar}^2)) + \lambda_{ar}(3 \lambda_{seco} - 3 \lambda_s) \\
 & + A(6 \lambda_{ar} - 3 \lambda_s)) / (A(12 \lambda_{ar} - 12 \lambda_s)) + 1) \\
 & + 2 / ((\lambda_s / \lambda_1 - 1)(\sqrt{3} \text{sqrt}(\lambda_{ar}^2 (3 \lambda_{seco}^2 - 6 \lambda_s \lambda_{seco} + 3 \lambda_s^2) \\
 & + A(\lambda_{ar}(10 \lambda_s \lambda_{seco} - 10 \lambda_s^2) + \lambda_{ar}^2 (20 \lambda_{seco} - 20 \lambda_s)) \\
 & + A^2(3 \lambda_s^2 + 12 \lambda_{ar} \lambda_s + 12 \lambda_{ar}^2)) + \lambda_{ar}(3 \lambda_{seco} - 3 \lambda_s) \\
 & + A(6 \lambda_{ar} - 3 \lambda_s)) / (A(12 \lambda_{ar} - 12 \lambda_s)) + 1) / 3 - B = 0.
 \end{aligned} \tag{5.40}$$

Denomina-se modelo híbrido, neste capítulo, o modelo que utiliza as informações obtidas do método de renormalização ( $\lambda_s$  e  $\lambda_{sat}$ ) para o cálculo de  $g_a$  na equação (5.39) e, de posse desse fator de forma, corrige as condutividades do grão sólido pela equação (5.40) e do meio saturado pela equação (5.37.II). Assim, com o modelo de DeVries para meios saturados, pode-se



determinar o fator de forma do grão  $g_a$  e a razão entre os gradientes de temperatura  $k_1$ , os quais serão úteis na determinação da condutividade efetiva do meio insaturado.

Apresenta-se a seguir o modelo de DeVries para meios insaturados .

### 5.3.2 – Modelo de De Vries para meios insaturados

De Vries (1952) desenvolveu um modelo para predição de condutividade térmica em meios insaturados, considerando a presença das fases sólida, líquida e gasosa, através de fatores geométricos. Apresenta-se, a seguir, seu modelo conforme descrito em Oliveira (1993).

As hipóteses adotadas no modelo de De Vries para meios insaturados são as seguintes:

- 1) Para valores de conteúdo de umidade inferiores ao conteúdo de umidade crítico  $\theta_c$ , o ar é o meio contínuo e a água encontra-se em estado funicular; quando  $\theta = \theta_c$ , a água passa do estado funicular ao pendular, transformando-se em meio contínuo.
- 2) Para  $\theta = \theta_c$ , o ar encontra-se aprisionado em formas de bolhas dispersas uniformemente no meio poroso. Da mesma forma que é feita para os grãos sólidos, pode-se considerar uma forma média de bolhas de ar, através de um fator geométrico  $g_{A\alpha}$  e incluir o seu efeito no cálculo da condutividade térmica como se fosse uma nova partícula.
- 3) O transporte de calor através do ar em um poro é influenciado pelo transporte de vapor e pode-se definir uma condutividade térmica aparente do ar ( $\lambda_{ar}^*$ ) que leva em consideração o efeito de transporte de vapor no fluxo de calor através de um poro com ar. A contribuição do fluxo de vapor é zero em  $\theta = 0$ .

Ao trabalhar com condutividade térmica pura, analisa-se a variação das formas de bolhas de ar, no interior das cavidades, com a variação do conteúdo de umidade; com a condutividade térmica efetiva aparente, leva-se em conta, adicionalmente, a influência da migração de vapor dentro dos poros. Muito embora as equações a serem apresentadas nos capítulos 6 e 7 requeiram apenas a condutividade térmica pura, será abordado tanto esta, ou seja, sem influência de vapor, como também serão levados em conta os fenômenos da transferência de vapor e mudança de fase, o que é interessante, pois permite dar flexibilidade para modelos de transferência de calor e massa em meios porosos que utilizam a equação da energia escrita em termos da condutividade aparente, além de facilitar a comparação com dados da literatura. A condutividade térmica efetiva pura e a aparente se confundem a temperaturas abaixo de 10 °C.

Primeiramente, analisa-se a influência do vapor no fluxo de ar. Para isto considera-se que a pressão total é constante e uniforme dentro de um poro e tanto o ar como o vapor comportam-se como gases perfeitos e, além disso, o ar encontra-se estagnado nas cavidades porosas.

Apresenta-se, a seguir, o desenvolvimento da expressão para o cálculo da condutividade térmica aparente do ar.

O fluxo de calor dentro de um poro pode ser escrito como:

$$q = -\lambda_{ar} \nabla T + L j_v. \quad (5.41)$$

Da lei de Fick, tem-se:

$$j_v = -D_{ar} v \frac{M}{RT} \nabla p_v, \quad (5.42)$$

Restando, assim, determinar o gradiente de pressão parcial de vapor.

Para isso, De Vries assumiu que para umidades acima de um conteúdo de umidade chamado de conteúdo de campo ( $\theta_c$ ), a umidade relativa é aproximadamente 1, com isto desprezando as variações de umidade relativa com conteúdo de umidade, o que permite dizer,

$$\nabla p_v = \frac{dP_{sat}}{dT} \nabla T, \quad (5.43)$$

e  $\frac{dP_{sat}}{dT}$  pode ser escrito da seguinte forma,

$$\frac{dP_{sat}}{dT} = \rho_v R_v + R_v T \frac{d\rho_{v,sat}}{dT}, \quad (5.44)$$

segundo as hipóteses de gás perfeito e  $R_v = R/M$ .

O conceito de umidade de campo não é bem definido. De Vries considera como sendo o conteúdo correspondente ao ponto de inflexão na curva de pressão capilar; no entanto, quando este ponto não é definido, adota-se o conteúdo correspondente a uma pressão capilar de 1 m.c.a.

Assim, a equação (5.41) pode ser escrita como,

$$q = -\lambda_{ar}^* \nabla T, \quad (5.46)$$

onde  $\lambda_{ar}^*$  representa a condutividade aparente do ar no interior dos poros dada por:

$$\lambda_{ar}^* = \lambda_{ar} + \lambda_{mf}, \quad (5.47)$$

com,

$$\lambda_{mf} = LD_{ar} v \frac{M}{RT} \nabla p_{v,sat}. \quad (5.48)$$

Conforme Oliveira (1993), não se nota muita influência de  $\theta_c$  na condutividade; desta forma tem-se mais flexibilidade na adoção de seu valor, podendo-se fixar um valor alto, e.g.  $\theta_c=0.7\eta$ .

Como para umidades inferiores à de campo as hipóteses consideradas na dedução da equação (5.48) não são mais válidas, DeVries (1952) sugere uma interpolação entre os valores da condutividade obtida por esta expressão quando o conteúdo de umidade é igual ao conteúdo de campo e quando o meio está seco.

Com isto está definida a influência do fluxo de vapor, restando agora analisar a variação das bolhas de ar com o conteúdo.

- Fator de Forma médio das bolhas de ar ( $g_{Aa}$ )

Oliveira (1993) utilizou duas funções para calcular  $g_{Aa}$ . A primeira é válida no domínio  $[\theta_c, \eta]$  e a segunda entre  $[\theta_r, \theta_c]$ . Ambas são calculadas segundo a mesma metodologia.

Em  $\theta = \eta$ , assume-se, como em um processo de drenagem, que o ar começa a invadir o meio completamente saturado de líquido com bolhas esféricas, ou seja,  $g_{Aa} = 1/3$ . E quando o meio está seco,  $g_{Aa}$  atinge um valor mínimo.

Quando o conteúdo de umidade é muito baixo, o ar ocupa a maioria dos poros do meio e a água encontra-se cobrindo as superfícies dos grãos na forma de água adsorvida. Conhecendo-se o fator de forma médio do grão  $g_{Sa}$  ( $g_{Sa}=g_a$  - material seco), utiliza-se um procedimento hipotético para o cálculo de  $g_{Aa}$  em  $\theta=0$ , descrito por Oliveira (1993). Este procedimento consiste em:

1º) Para  $\theta = 0$ , assume-se que existam bolhas de água com um fator de forma , dispersas em um meio contínuo de ar, Assim:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_0 = \lambda_{ar}^* \\ \lambda_1 = \lambda_{H_2O} \\ \chi_0 = \eta \\ \chi_1 = 1 - \eta \end{array} \right.$$

Assim, da equação (5.29), calcula-se:

$$k_1^1 = k_1^1(\lambda_{ar}^*, \lambda_{H_2O}, g_{Sa}) = \frac{1}{3} \sum_{j=A,B,C} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_{H_2O}}{\lambda_{ar}^*} - 1 \right) g_{Sj} \right]^{-1} \quad (5.51)$$

e , da equação (5.24), tem-se:

$$\lambda^l = \frac{\eta \cdot \lambda_{ar}^* + k_1^l \lambda_l (1 - \eta)}{\eta + k_1^l (1 - \eta)}. \quad (5.52)$$

2º) Analogamente, considerando que o meio seja formado por uma fase líquida contínua na qual estão dispersas bolhas de ar com um fator de forma  $g_{Aa}$ , tem-se:

$$\begin{cases} \lambda_0 = \lambda_{H_2O} \\ \lambda_1 = \lambda_{ar}^* \\ \chi_0 = 1 - \eta \\ \chi_1 = \eta \end{cases}$$

Assim, calcula-se:

$$k_1^a = k_1^a(\lambda_{ar}^*, \lambda_{H_2O}, g_{Aa}) = \frac{1}{3} \sum_{j=A,B,C} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_{ar}^*}{\lambda_{H_2O}} - 1 \right) g_{Aj} \right]^{-1}, \quad (5.53)$$

de onde se quer obter  $g_{Aa}$ , porém,

$$\lambda^a = \frac{(1 - \eta) \lambda_{H_2O} + k_1^a \eta \lambda_{ar}^*}{(1 - \eta) + k_1^a \eta}. \quad (5.54)$$

Entretanto,  $\lambda^a = \lambda^l$ , pois os meios descritos na primeira e na segunda parte são os mesmos, desta forma:

$$k_1^a = \frac{1}{k_1^l}. \quad (5.55)$$

Logo, através das equações (5.51), (5.55) e (5.53) calcula-se  $g_{Aa}$  em função da temperatura e da morfologia dos grãos.

Assim, calcula-se  $g_{Aa}$  em  $\theta_c$ , admitindo uma variação linear com o conteúdo para o domínio total  $[0, \eta]$ . Desta forma está definida a variação de  $g_{Aa}$  no domínio  $[\theta_c, \eta]$ ,

$$g_{Aa}(\theta) = \left( \frac{1}{3} - g_{Aa}(\theta_c) \right) \frac{\theta - \theta_c}{\eta - \theta_c} + g_{Aa}(\theta_c). \quad (5.56)$$

Para o domínio  $[\theta, \theta_c]$ , o procedimento é o mesmo adotado anteriormente, entretanto desconsidera-se a influência do fluxo de vapor na condutividade do ar, trabalhando-se apenas com  $\lambda_{ar}$ . Assim, não há mais a influência da temperatura em  $g_{Aa}$ . Através de uma aproximação linear como a anterior, calcula-se  $g_{aA} = g_{aA}(\theta)$  no intervalo em questão.

No domínio  $[\theta = \theta_0, \theta_r]$ , nenhuma das hipóteses são válidas nessa região de incerteza, desta forma assume-se uma variação linear da condutividade entre os limites em questão.

Assim, o valor do fator de forma para as bolhas de ar é conhecido em todo o domínio, e é importante lembrar que as bolhas são consideradas esferóides com exceção da saturação, onde assumem um valor máximo. De maneira que pode-se determinar a condutividade térmica de um sistema trifásico (sólido-ar-água) pela seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{\theta \lambda_l + (1 - \eta) k_s \lambda_s + (\eta - \theta) k_{ar} \lambda_{ar}}{\theta + (1 - \eta) k_s + (\eta - \theta) k_{ar}}. \quad (5.57)$$

#### 5.4 - Resultados e validação para meios insaturados

A comparação dos valores calculados é feita usando regressões dos pontos medidos feitas pelos próprios autores.

As Figuras 5.7 a 5.10 confrontam valores de condutividade térmica medida em função do conteúdo de umidade para CCA, ARG1, ARG2 e TIJ. Os valores medidos são representados por curvas de regressão fornecidas pelos próprios autores. A condutividade térmica do CCA foi extraída de Laurent e Guerre-Chaley (1995) para conteúdos de umidade inferiores a 25%. O modelo da média geométrica ponderada é aplicado para um sistema trifásico (CCA – grão/água/ar), através da seguinte expressão:

$$\lambda(\theta) = \lambda_s^{1-\eta} \lambda_{H_2O}^\theta \lambda_{ar}^{\eta-\theta}. \quad (5.58)$$

O modelo renormalização-DeVries, gera os valores de  $\lambda_s$  e  $\lambda_{sat}$  para aplicação direta no modelo de meios insaturados de De Vries. O modelo Híbrido-DeVries diferencia-se do modelo renormalização-DeVries, por recalculer  $\lambda_s$  e  $\lambda_{sat}$  pelas equações (5.40) e (5.37.II), com  $g_a$  já determinado, antes de avaliar  $I = f(q, T)$ .

Nota-se, pela Figura 5.7, que a média geométrica – único modelo apresentado que permite o cálculo da condutividade térmica de um material com tal espaço poroso –, exibe erros consideráveis. Para saturações inferiores a 20 %, o erro mantém-se abaixo de 30%.

Assumiu-se um conteúdo residual de 5% da saturação para o uso do modelo de DeVries para meios insaturados. A adoção de um conteúdo residual nulo implicaria superestimar a condutividade do meio quando o material está seco, pois recalculer-se-ia  $\lambda_{seco}$  pela equação (5.57). Por outro lado, no caso de se pretender um comportamento linear entre o valor medido de

$\lambda_{\text{seco}}$  e o calculado de  $\lambda_{\text{sat}}$ , basta usar um conteúdo residual hipotético de 100%, pois conforme o procedimento usado por Oliveira (1993), é assumido um comportamento linear para  $q < q_r$ . Acredita-se que na ausência de informações a respeito de  $q_r$  para predição de condutividade térmica efetiva pelo modelo de DeVries, é aconselhável assumir um  $q_r$  pequeno, mas não nulo.

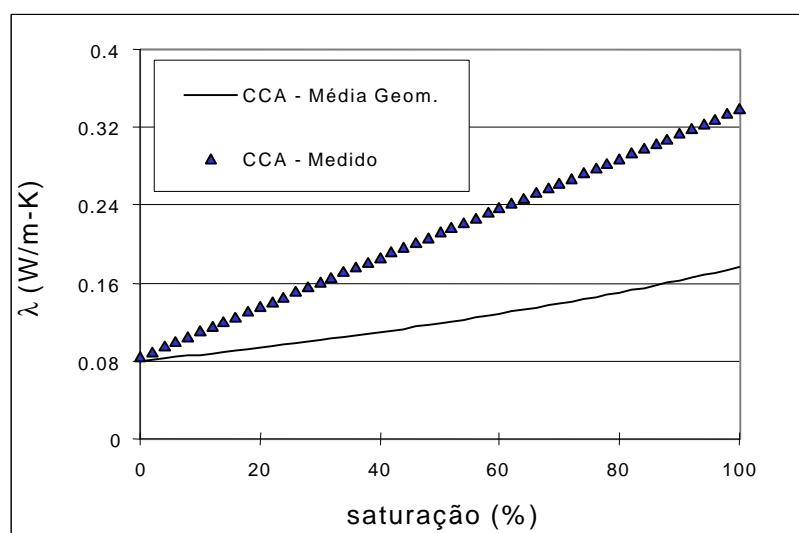


Figura 5.7: Condutividade térmica para o CCA.

A argamassa ARG1 (Figura 5.8) foi a que apresentou as maiores diferenças em relação aos valores calculados, como já fora discutido no item 5.2.2.1. Nota-se que o modelo Híbrido-DeVries reduz a diferença entre os valores calculados e medidos de  $\lambda_{\text{sat}}$  de 62 para 58%. Para ARG2 (Figura 5.9), essa diferença foi reduzida de 13 para 2%.

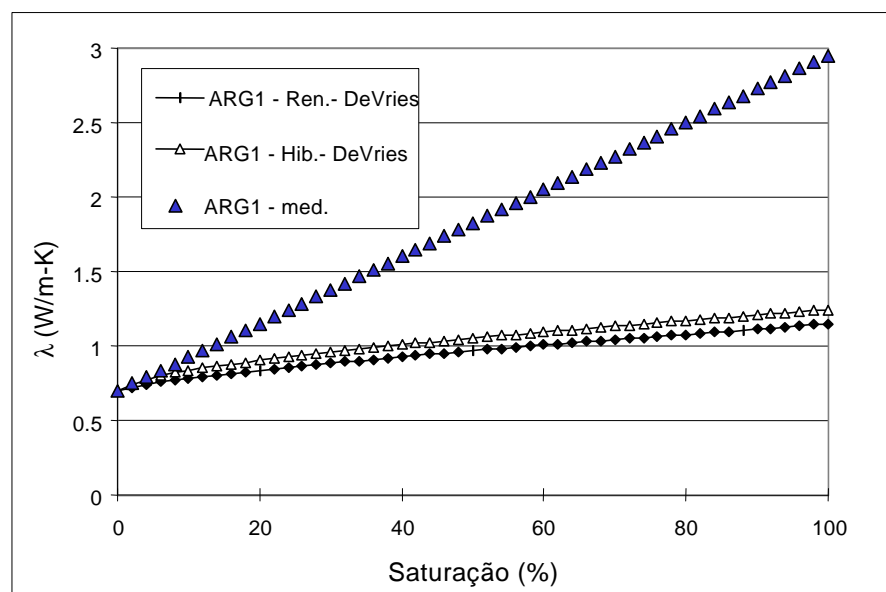


Figura 5.8: Condutividade térmica para a argamassa ARG1.

O erro de  $\lambda_{\text{sat}}$  em ARG1, pela renormalização, provoca erros consideráveis na determinação de  $\lambda_s$  e  $ga$ , refletindo-se no modelo de De Vries. Outra possível explicação para o fato de que a renormalização apresenta bons resultados para ARG2 - e não para ARG1 -, é que a porosidade de ARG1 ( $h = 0.31$ ) é muito maior que a de ARG2 ( $h = 0.18$ ).

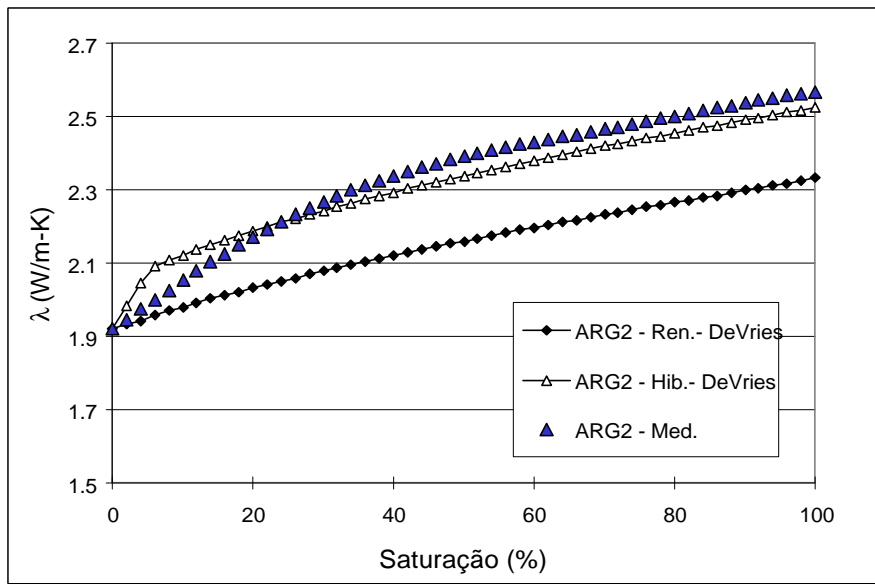


Figura 5.9: Condutividade térmica para a argamassa ARG2.

Com a correção do modelo híbrido, o tijolo (Figura 5.10) teve uma redução no erro máximo (para  $s=100\%$ ) de 31 para 21%.

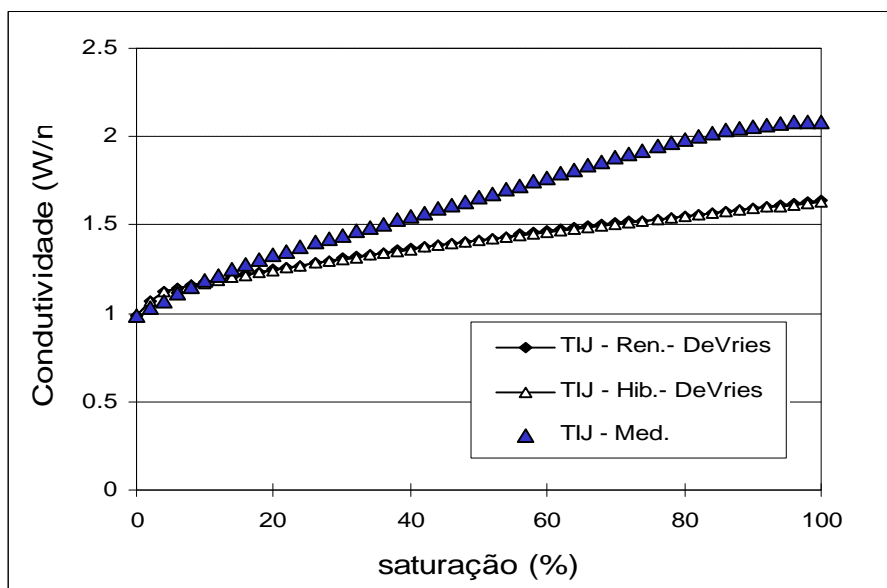


Figura 5.10: Condutividade térmica para o tijolo.

O tijolo TIJ apresenta uma porosidade quase tão alta quanto a da argamassa ARG1, no entanto, é um material homogêneo, o que faz com que a renormalização tenha maior sucesso.

A Figura 5.11 apresenta o erro relativo na determinação da condutividade térmica em função da saturação para os diferentes materiais através do modelo baseado na média geométrica e do modelo Renormalização–De Vries.

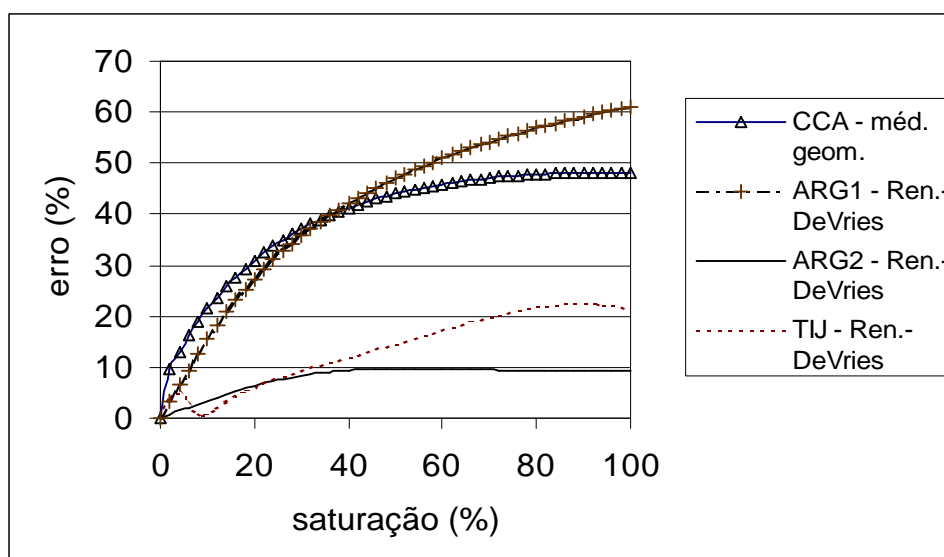


Figura 5.11: Erro relativo na determinação da condutividade térmica resultante da comparação dos modelos Renormalização-DeVries e da média geométrica com dados experimentais.

A Figura 5.12 ilustra erros em virtude do uso do modelo híbrido-DeVries. Em geral, esse modelo conduziu a melhores resultados que o modelo Renormalização-DeVries, principalmente para ARG2.



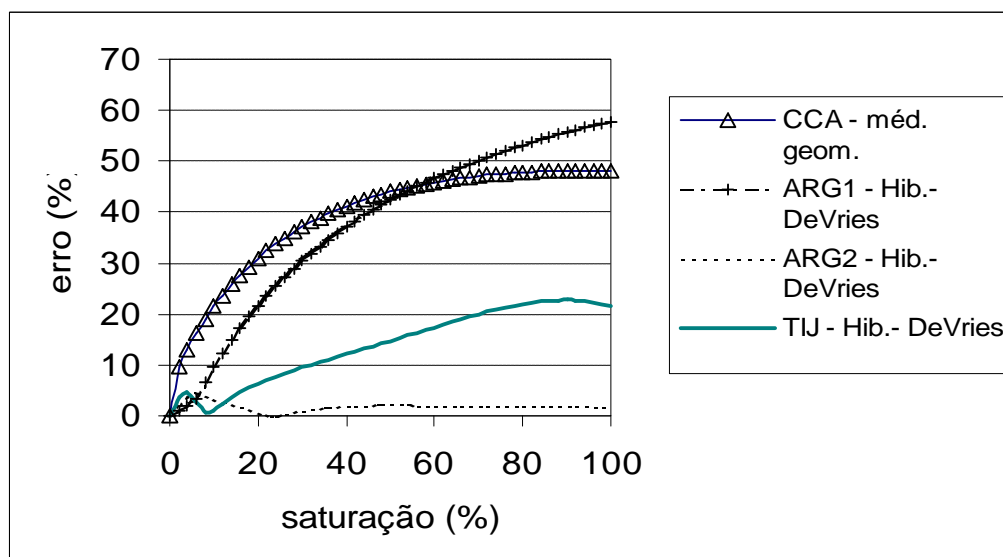


Figura 5.12: Erro relativo na determinação da condutividade térmica resultante da comparação dos modelos Híbrido-DeVries e da média geométrica com dados experimentais.

Nota-se que os erros não são tão importantes para saturações inferiores a 20% e que dificilmente esses valores são ultrapassados em paredes de edificações, conforme estudo feito anteriormente (Mendes et al., 1996). Para o tijolo, por exemplo, notou-se que o conteúdo é sempre baixo e dificilmente ultrapassam valores correspondentes a 5% de saturação, podendo-se, então, ignorar os erros na condutividade térmica desse material. Isto pode ser verificado pela sua isoterma, apresentada no capítulo 4 (Figura 4.2).

## 5.5 - Conclusões

De forma geral, o procedimento usado neste capítulo para determinação da condutividade térmica efetiva - com os modelos baseados na média geométrica, no método de renormalização e no de De Vries (1952) -, mostrou uma concordância satisfatória na ausência de dados, com erros inferiores a 7% para 2 dos 4 materiais analisados para saturações abaixo de 20%. Isso possibilita a inclusão desses modelos no código *UMIDUS*, para determinação de  $I=f(\mathbf{q})$ , simplesmente a partir da porosidade e da condutividade térmica do material no estado seco.

As expressões (5.8) e (5.10), obtidas pelo método da renormalização, apresentaram resultados com maior sucesso do que a expressão dada por Krupiczka (1967), mesmo para valores mais altos de  $\pi_3$ . No entanto, salienta-se a necessidade de comparar os modelos da média

geométrica e da renormalização para um número maior de materiais, a fim de concluir qual modelo conduz a melhores resultados. Em princípio, seria usado o modelo da média geométrica apenas em casos onde as expressões (5.8) e (5.10) não fossem válidas.

O capítulo 6 exhibe o modelo de transferência acoplada de calor e umidade, enquanto o capítulo 7 mostra avanços feitos nesse modelo. O capítulo 8, apresenta estudos de Análise de sensibilidade além dos resultados em termos de carga de pico e de consumo de energia, usando os coeficientes de transporte calculados nos capítulos 4 e 5, confrontando-os com os resultados de simulações feitas com valores de propriedades medidas.

## **CAPÍTULO 6**

### **MODELO MATEMÁTICO PARA SIMULAR FENÔMENOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR E UMIDADE EM ELEMENTOS DE EDIFICAÇÕES**

#### 6.1 - Introdução

Em uma determinada situação onde existem condições distintas de umidade e temperatura entre exterior e interior, campos térmicos e hídricos são criados nas paredes. A avaliação destes campos é importante para se determinar os fluxos de calor e massa de um ambiente para outro.

Deve-se lembrar que em uma consideração formal do modelo, há necessidade de se conhecer a estrutura morfotopológica do meio poroso, sabendo-se que, em poros preenchidos por líquido, o transporte é feito unicamente por capilaridade, enquanto em poros contendo ar há apenas a transferência de vapor através do mecanismo de difusão. Entretanto, a condensação e a evaporação ocorrem em interfaces líquido-ar.

Um tratamento matemático refinado necessitaria de um estudo microscópico dos fenômenos de transferência e para isto dever-se-ia especificar a estrutura do meio e a distribuição de vazios, além das condições de contorno em todas as interfaces.

Este tratamento seria muito complexo, necessitando da evolução da capacidade de processamento em hardware e da caracterização física completa dos materiais comumente usados em edificações.

Este trabalho procura formar um modelo fenomenológico mais abrangente, suscitando hipóteses simplificativas para torná-lo viável.

## 6.2 - Modelo matemático

A aplicação das leis de conservação da massa e da energia permitem determinar as equações governantes do transporte em meios porosos.

## 6.2.1 - Conservação da massa

Para o líquido, pode-se escrever:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_o \omega_l) = -\nabla j_l + I_l, \quad (6.1)$$

onde  $\omega_l$  corresponde ao conteúdo mássico de umidade (kg/kg).

Multiplicando-se a expressão (6.1) por  $\rho_l / \rho_o$  obtém-se:

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial t} = -\nabla(j_l / \rho_l) - E, \quad (6.2)$$

onde E representa a fonte de vapor ou líquido por mudança de fase [ $s^{-1}$ ].

Substituindo a equação (2.24) em (6.2), tem-se:

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial t} = \nabla(D_{\theta l} \nabla \theta_l) + \nabla(D_{Tl} \nabla T) + \frac{\partial K}{\partial z} - E. \quad (6.3)$$

Para o vapor, obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_o \omega_v) = -\nabla j_v + I_v. \quad (6.4)$$

Multiplicando-se a expressão (6.4) por  $\rho_v / \rho_o$ , tem-se:

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = -\nabla(j_v / \rho_v) + E \quad (6.5)$$

ou,

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = \nabla(D_{\theta v} \nabla \theta_v) + \nabla(D_{Tv} \nabla T) + E. \quad (6.6)$$

Para a umidade (vapor + líquido), a expressão da conservação da massa pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho_o(\omega_l + \omega_v)] = -\nabla(j_l + j_v) \quad (6.7)$$

ou em termos volumétricos:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla(j/\rho_1). \quad (6.8)$$

Substituindo a equação (2.49) em (6.8), extrai-se a equação governante relacionada a conservação da massa:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla(D_\theta \nabla \theta_1) + \nabla(D_T \nabla T) + \frac{\partial K}{\partial z}. \quad (6.9)$$

### 6.2.2 - Conservação da energia

Desprezando-se as trocas de calor por convecção e radiação nos elementos internos da parede, tem-se :

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_o (h_s + h_1 \omega_1 + h_v \omega_v)] = -\nabla(q + h_1 j_1 + h_v j_v), \quad (6.10)$$

onde  $q$  representa o fluxo de calor dado pela lei de Fourier, expresso como:

$$q = -\lambda \cdot \nabla T, \quad (6.11)$$

com  $\lambda$  representando a condutividade térmica pura.

A porosidade pode ser escrita como:

$$\eta = \theta_l + \theta_v, \quad (6.12)$$

sendo  $\theta_{ar} = \theta_v$ , pode-se escrever a equação (6.12) em função de quantidades mássicas, na forma:

$$\eta = \omega_1 \frac{\rho_o}{\rho_1} + \omega_v \frac{\rho_o}{\rho_v}. \quad (6.13)$$

Escrevendo o conteúdo de vapor em função do conteúdo de líquido, obtém-se:

$$\omega_v = \left( \eta - \omega_1 \frac{\rho_o}{\rho_1} \right) \frac{\rho_v}{\rho_o}. \quad (6.14)$$

Considerando o vapor d'água como sendo um gás perfeito, tem-se:

$$\omega_v = \left( \eta - \omega_1 \frac{\rho_o}{\rho_1} \right) \frac{P_v(\psi, T) M}{RT \rho_o}. \quad (6.15)$$

Utilizando a lei de Kelvin, escreve-se:

$$P_v = P_{vs}(T) \exp\left(\frac{\psi M g}{RT}\right) = P_{vs}(T) U_r, \quad (6.16)$$

onde  $U_r$  representa a umidade relativa do ar úmido.

Chega-se, portanto, à seguinte expressão:

$$\omega_v = -\omega_l \frac{MP_{vs}(T)U_r}{RT\rho_l} + \eta \frac{MP_{vs}(T)U_r}{RT\rho_o}. \quad (6.17)$$

Derivando  $\omega_v$  em relação ao tempo, tem-se:

$$\frac{\partial \omega_v}{\partial t} = -A \frac{\partial \omega_l}{\partial t} + B \frac{\partial \psi}{\partial t} + C \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (6.18)$$

sendo:

$$A = \frac{MP_{vs}(T)U_r}{RT\rho_l}, \quad (6.19)$$

$$B = \theta_{ar} g P_{vs} \left(\frac{M}{RT}\right)^2 \frac{U_r}{\rho_o}, \quad (6.20)$$

$$C = \frac{\theta_{ar} MP_{vs}}{RT} \frac{U_r}{\rho_o} \left[ \frac{1}{P_{vs}} \frac{dP_{vs}}{dT} - \frac{\psi M g}{(RT)^2} - \frac{1}{T} \right]. \quad (6.21)$$

Pode-se, logo, reescrever a equação da conservação da massa da seguinte forma:

$$(1-A) \frac{\partial \omega_l}{\partial t} + B \frac{\partial \psi}{\partial t} + C \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_o} \nabla(j) \quad (6.22)$$

ou

$$(1-A) \frac{\partial \omega_l}{\partial t} + B \frac{\partial \psi}{\partial t} + C \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_o} \nabla(j_l + j_v). \quad (6.23)$$

Assim, reescreve-se a equação da conservação da energia como:

$$(h_l - Ah_v) \frac{\partial \omega_l}{\partial t} + Bh_v \frac{\partial \psi}{\partial t} + (c_m + h_v C) \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_o} \nabla(q + h_l j_l + h_v j_v), \quad (6.24)$$

onde  $c_m$  representa o calor específico médio expresso por:

$$c_m = c_o + \omega_l c_l + \omega_v c_v. \quad (6.25)$$

Sabendo que para gases perfeitos é válido a expressão:

$$c = \frac{\partial h}{\partial T}, \quad (6.26)$$

pode-se obter, integrando para a fase líquida, a seguinte igualdade:

$$h_l - h_l^r = c_l(T - T_r). \quad (6.27)$$

Adotando por comodidade uma entalpia de referência  $h_l^r$  nula, tem-se:

$$h_l = c_l(T - T_r). \quad (6.28)$$

Integrando agora para a fase vapor, obtém-se:

$$h_v - h_v^r = c_v(T - T_r), \quad (6.29)$$

sendo a entalpia de referência  $h_v^r$  igual ao calor latente de vaporização à temperatura de referência. Desta forma,

$$h_v = L(T_r) + c_v(T - T_r). \quad (6.30)$$

Define-se, então, o calor latente de vaporização  $L$  por:

$$L = h_v - h_l = L(T_r) + c_v(T - T_r) - c_l(T - T_r). \quad (6.31)$$

Reescrevendo-se, agora, a equação da energia, tem-se:

$$\begin{aligned} (h_l - Ah_v) \frac{\partial \omega_l}{\partial t} + Bh_v \frac{\partial \psi}{\partial t} + (c_m + h_v C) \frac{\partial T}{\partial t} = \\ - \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot (q + c_l(T - T_r)j_l + (L(T_r) + c_v(T - T_r))j_v) \end{aligned} \quad (6.32)$$

ou

$$\begin{aligned} (h_l - Ah_v) \frac{\partial \omega_l}{\partial t} + Bh_v \frac{\partial \psi}{\partial t} + (c_m + h_v C) \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot q - \\ \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot (c_l(T - T_r)j_l + (L(T_r) + c_v(T - T_r))j_v) \end{aligned} \quad (6.33)$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} (h_l - Ah_v) \frac{\partial \omega_l}{\partial t} + Bh_v \frac{\partial \psi}{\partial t} + (c_m + h_v C) \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot q - \\ \frac{1}{\rho_0} (c_l(T - T_r) \nabla \cdot j_l + (L(T_r) + c_v(T - T_r)) \nabla \cdot j_v + c_l j_l \nabla T + c_v j_v \nabla T) \end{aligned} \quad (6.34)$$

Substituindo os fluxos, obtém-se:

$$\begin{aligned} (h_l - Ah_v) \frac{\partial \omega_l}{\partial t} + Bh_v \frac{\partial \psi}{\partial t} + (c_m + h_v C) \frac{\partial T}{\partial t} = \\ - \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot q - \frac{1}{\rho_0} (c_l(T - T_r) \left[ -\rho_0 \frac{\partial \omega_l}{\partial t} + I_l \right] + \\ (L(T_r) + c_v(T - T_r)) \left[ -\rho_0 \frac{\partial \omega_v}{\partial t} + I_v \right] + c_l j_l \nabla T + c_v j_v \nabla T) \end{aligned} \quad (6.35)$$

onde  $I_l$  e  $I_v$  representam, respectivamente, as fontes de vapor e líquido por mudança de fase.

Assim,

$$I_v = -I_l = I. \quad (6.36)$$

Utilizando a expressão  $\partial\omega_v/\partial T$  e a expressão acima, tem-se:

$$\begin{aligned} & (h_1 - Ah_v) \frac{\partial\omega_l}{\partial t} + Bh_v \frac{\partial\psi}{\partial t} + (c_m + h_v C) \frac{\partial T}{\partial t} = \\ & -\frac{1}{\rho_0} \nabla q - \frac{1}{\rho_0} (c_1(T - T_r)) \left[ -\rho_0 \frac{\partial\omega_l}{\partial t} - I \right] + \\ & [L(T_r) + c_v(T - T_r)] \left[ \rho_0 \left( A \frac{\partial\omega_l}{\partial t} - B \frac{\partial\psi}{\partial t} - C \frac{\partial T}{\partial t} \right) + I \right] + c_{1j_l} \nabla T + c_{vj_v} \nabla T \end{aligned} \quad (6.37)$$

ou,

$$\begin{aligned} & (h_1 - Ah_v) \frac{\partial\omega_l}{\partial t} + Bh_v \frac{\partial\psi}{\partial t} + (c_m + h_v C) \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla q - \\ & \left\{ \begin{aligned} & (c_1(T - T_r)) \left[ -\rho_0 \frac{\partial\omega_l}{\partial t} \right] + \\ & (L(T_r) + c_v(T - T_r)) \rho_0 \left( A \frac{\partial\omega_l}{\partial t} - B \frac{\partial\psi}{\partial t} - C \frac{\partial T}{\partial t} \right) + \\ & c_{1j_l} \nabla T + c_{vj_v} \nabla T + I [L(T_r) + c_v(T - T_r) - c_1(T - T_r)] \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (6.38)$$

obtendo-se:

$$\begin{aligned} & (h_1 - Ah_v) \frac{\partial\omega_l}{\partial t} + Bh_v \frac{\partial\psi}{\partial t} + (c_m + h_v C) \frac{\partial T}{\partial t} - c_1(T - T_r) \frac{\partial\omega_l}{\partial t} \\ & - (L(T_r) + c_v(T - T_r)) \left( -A \frac{\partial\omega_l}{\partial t} + B \frac{\partial\psi}{\partial t} + C \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \\ & -\frac{1}{\rho_0} \nabla q - \frac{1}{\rho_0} \{c_{1j_l} \nabla T + c_{vj_v} \nabla T + LI\} \end{aligned} \quad (6.39)$$

ou

$$c_m \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla q - \frac{1}{\rho_0} \{c_{1j_l} \nabla T + c_{vj_v} \nabla T + LI\}, \quad (6.40)$$

contudo,

$$I = I_v = \frac{\partial(\rho_0 \omega_v)}{\partial T} + \nabla(j_v) \quad (6.41)$$

e

$$I = \rho_0 \left[ -A \frac{\partial\omega_l}{\partial t} + B \frac{\partial\psi}{\partial t} + C \frac{\partial T}{\partial t} \right] + \nabla(j_v). \quad (6.42)$$



Desta forma, a equação da conservação da energia assume a forma,

$$(c_m + LC) \frac{\partial T}{\partial t} + L \left( -A \frac{\partial \omega_l}{\partial t} + B \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = -\frac{1}{\rho_0} \nabla q - \frac{1}{\rho_0} (c_{l,j_l} \nabla T + c_{v,j_v} \nabla T + L \nabla j_v). \quad (6.43)$$

Considerando que o conteúdo mássico de vapor ( $\omega_v$ ) é muito inferior ao de líquido ( $\omega_l$ ) e desprezando as transferências de calor sensível que ocorrem nas fases líquida ( $c_{l,j_l} \nabla T$ ) e gasosa ( $c_{v,j_v} \nabla T$ ), tem-se:

$$\rho_0 c_m \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla q - L \nabla j_v, \quad (6.44)$$

sendo  $j_v$  dado pela expressão (2.46).

Uma vez que as dimensões de altura e largura de uma edificação são muito maiores que a de espessura, com atenção apenas para os maiores gradientes de umidade e de temperatura que ocorrem em paredes de edificações, simplifica-se o fenômeno, estudando-o unidimensionalmente. Nesse caso, a expressão (6.44) assume a seguinte forma:

$$\rho_0 c_m \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x} - L \frac{\partial j_v}{\partial x}. \quad (6.45)$$

### 6.2.3 - Condições de contorno

#### 6.2.3.1 - Equação da conservação da energia.

- Face externa ( $x=0$ ):

$$-\left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} - (L j_v)_{x=0} = h_{c,ext} (T_{ext} - T_{x=0}) + \alpha q_r - \varepsilon R_{ol} + L h_{m,ext} (\rho_{v,ext} - \rho_{v,x=0}), \quad (6.46)$$

onde os termos do lado direito da igualdade acima têm a seguinte correspondência:

Convecção:  $h_{c,ext} (T_{ext} - T(0))$ ;

Radiação solar:  $\alpha q_r$ ;

Radiação de onda longa:  $\epsilon R_{ol}$ ;

Mudança de fase:  $Lh_{m,ext}(\rho_{v,ext} - \rho_{v,x=0})$ .

- Face interna (x=1):

$$\left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=1} + (Lj_v)_{x=1} = h_{c,int} (T_{int} - T_{x=1}) + R_{int} + Lh_{m,int} (\rho_{v,int} - \rho_{v,x=1}), \quad (6.47)$$

onde os termos do lado direito da expressão acima correspondem a:

Convecção:  $h_{c,int} (T(n) - T_{int})$ ;

Radiação:  $R_{int}$ ;

Mudança de fase:  $Lh_{m,int} (\rho_{v,int} - \rho_{v,x=1})$ .

A parcela  $R_{int}$ , correspondente ao calor trocado por radiação com as superfícies que integram o ambiente interno, pode ser estimada através de simulações em um software termoenergético de apoio.

A densidade de fluxo de calor na superfície interna da parede -  $Q_T$  - é dada pela soma das seguintes parcelas:

$$Q_s = h_{c,int} (T(n) - T_{int}) \text{ e } Q_L = Lh_{m,int} (\rho_{v,int} - \rho_{v,x=1}).$$

### 6.2.3.2 - Equação da conservação da massa.

As faces externa e interna da parede são submetidas a trocas de massa por convecção:

- Face externa (x=0):

$$-(D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + D_T \frac{\partial T}{\partial x})_{x=0} = \frac{h_{m,ext}}{\rho_1} (\rho_{v,ext} - \rho_{x=0}). \quad (6.48)$$

Ainda, na equação 6.48, poderia ser adicionada presença de chuva, a qual entraria simplesmente como um termo fonte.

- Face interna ( $x=l$ ):

$$\left(D_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} + D_T \frac{\partial \Gamma}{\partial x}\right)_{x=l} = \frac{h_{m,int}}{\rho_1} (\rho_{v,int} - \rho_{x=l}). \quad (6.49)$$

#### 6.2.4 - Coeficientes de troca calor por convecção - $h_{ext}$ e $h_{int}$

O coeficiente de troca de calor externa por convecção -  $h_{ext}$  - é de difícil avaliação, dependendo muito não só de fatores climáticos e geométricos como também da presença de objetos tais como construções e árvores que possam afetar o escoamento do ar externo sobre a superfície da parede em questão. Já o escoamento de ar interno é menos sensível tanto às variações climáticas externas como também às obstruções; assim, adota-se para o coeficiente de convecção interna em elementos verticais -  $h_{int}$  - a formulação apresentada por Alamdari e Hammond, 1983 (Clarke, 1985) que trata de uma correlação – função da diferença entre a temperatura da superfície da parede e o ar externo à camada limite - válida na faixa  $10^4 < GrPr < 10^2$ , segundo Clarke, 1985, abrangendo a grande maioria das situações encontradas no interior das edificações.

$$h_{int} = \left\{ \left[ a \left( \frac{\Delta T}{d} \right)^p \right]^m + [b(\Delta T)^q]^m \right\}^{\frac{1}{m}}, \quad (6.50)$$

onde:  $a=1.5$ ;  $b=1.23$ ;  $p=0.25$ ;  $q=0.33$ ;  $m=6.0$  e  $d=2.5$  (altura da parede).

O coeficiente externo  $h_{ext}$  é o mesmo adotado por Burch (1993) -  $h_{ext} = 12.4 \text{ W/m}^2\text{-K}$ , devido às grandes incertezas que existem para sua determinação. Os coeficientes de transporte convectivo de massa -  $h_{m,ext}$  e  $h_{m,int}$  - podem ser correlacionados com os coeficientes de troca de calor por convecção -  $h$  - através da lei de Lewis:

$$h_m = \frac{h}{\rho_{ar} c_{ar} Le^{\frac{2}{3}}}. \quad (6.51)$$

Adotam-se os seguintes valores para os parâmetros da equação (6.51):

$$r_{ar} = 1.166 \text{ kg} / \text{m}^3, c_{ar} = 1.007 \text{ kJ} / \text{kg} - \text{K} \text{ e } Le = 1.$$

### 6.2.5 - Consideração de camadas de pintura

Efeitos de pinturas, do ponto de vista de transmissão de calor e umidade através de paredes, são resistências aos fluxos de vapor trocados entre as superfícies da parede e o ar que as envolve. No caso da carga térmica, a contribuição no balanço é extremamente significativa, pois para alguns casos de pintura, o coeficiente de convecção mássica -  $h_m$  - reduz acentuadamente a carga latente.

A pintura no presente modelo não tem nenhum efeito de armazenamento, porém influencia a absorvidade da parede, a radiação solar e a resistividade ao fluxo de vapor.

Para o fluxo de vapor, a pintura é vista como uma resistência acrescida à resistência criada pela camada limite. Assim, um modelo de associação de resistências é feito a partir de dados - manuais como da ASHRAE (1993) - de permeância total externa e interna ( $perm\_total\_ext$  e  $perm\_total\_int$ ), que equivalem ao inverso da resistência ao vapor atribuída pela camada de pintura. Por exemplo, para o látex, usa-se  $190.e-12 \text{ ng/m}^2\text{-s-Pa}$  para a permeância externa e  $980.e-12 \text{ ng/m}^2\text{-s-Pa}$  para a interna (Burch, 1993).

A permeância associa uma diferença de pressão parcial do vapor com o fluxo. Assim, considerando o vapor como um gás perfeito, pode-se escrever:

$$R_{ext} = \frac{1}{h_{m,ext}} + \frac{461.52(T[0] + 273)}{perm\_total\_ext}, \quad (6.51)$$

e a interna como:

$$R_{int} = \frac{1}{h_{m,int}} + \frac{461.52(T[n] + 273)}{perm\_total\_int}. \quad (6.52)$$

Logo, assume-se um novo coeficiente de troca convectiva de massa, dado como:

$$h_{m,ext} = \frac{1}{R_{ext}} \text{ e } h_{m,int} = \frac{1}{R_{int}}. \quad (6.53)$$

## 6.2.6 - Método de solução das equações

A simulação numérica do fenômeno é feita através da discretização das equações governantes, transformando-as em um sistema de equações algébricas, onde cada uma representa o balanço para cada ponto do domínio de cálculo. A Figura 6.1 representa este domínio e o sistema adotado de indexação das equações, onde as linhas cheias situam-se no centro dos volumes de controle e as pontilhadas representam as fronteiras.

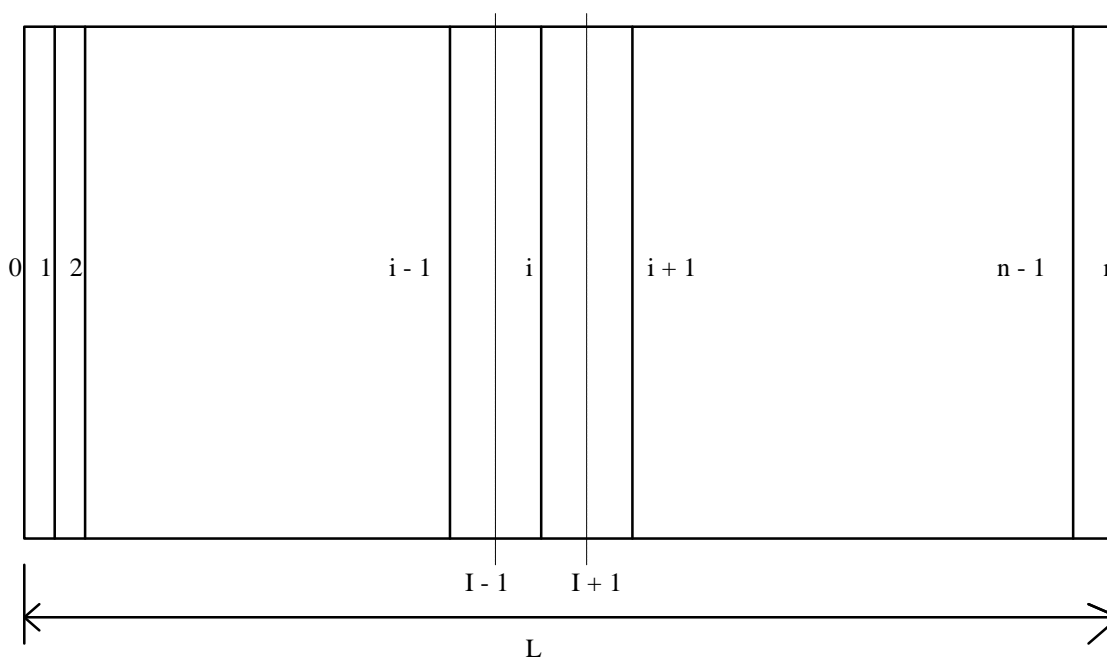


Figura 6.1 - Indexação dos elementos do volume de controle no domínio de cálculo.

O procedimento de discretização adotado é o proposto por Patankar (1980), utilizando a técnica de volumes finitos. Na Figura 6.2 estão representados os pontos nos elementos de interesse e a simbologia adotada. As letras maiúsculas representam o volume de controle (ponto central); as minúsculas representam as fronteiras e acompanham os coeficientes de transporte. Assim, esses coeficientes são calculados sobre as interfaces dos volumes, devendo representar as condições de transferência de calor e massa ao longo da distância que separa os centros de dois elementos consecutivos. Desta forma, pode-se deduzir a seguinte expressão (média harmônica) para o cálculo de um certo coeficiente  $D$  sobre uma interface  $e$ :

$$\frac{\delta x_e}{D_e} = \frac{\delta x_e^-}{D_p} + \frac{\delta x_e^+}{D_E}, \tag{6.54}$$

onde  $\delta x_e^-$  e  $\delta x_e^+$  representam as distâncias entre a face "e" e os pontos P e E respectivamente (Figura 6.2).

Para uma malha uniforme, calcula-se um coeficiente de transporte  $D$  sobre uma interface  $e$ , pela seguinte expressão:

$$D_e = \frac{2}{\frac{1}{D_p} + \frac{1}{D_E}} \tag{6.55}$$

ou para a interface  $w$ , como:

$$D_w = \frac{2}{\frac{1}{D_p} + \frac{1}{D_w}}. \tag{6.56}$$

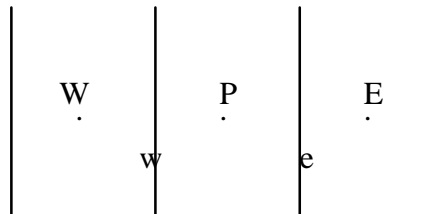


Figura 6.2 - Malha esquemática para a discretização do domínio.

A discretização das equações no domínio do tempo é feita pela integração da equação em um intervalo de tempo  $\Delta t$ .

Por outro lado, a discretização no espaço é feita pela integração da equação ao longo de um elemento de volume.

### 6.2.7 - Equações governantes discretizadas

Adotando-se a hipótese de unidimensionalidade na direção horizontal  $x$ , e escrevendo-se as equações de conservação de massa (6.49) e de energia (6.44) em função dos coeficientes de transporte, tem-se as seguintes expressões:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta) = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_T \frac{\partial T}{\partial x} + D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (6.57)$$

e

$$\frac{\partial(\rho_0 c_m T)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + L \rho_1 \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{TV} \frac{\partial T}{\partial x} + D_{\theta v} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right). \quad (6.58)$$

Discretizando-se as equações (6.57) e (6.58) no domínio do tempo e do espaço, tem-se as novas expressões, na forma discreta, para os pontos internos do domínio,

$$\begin{aligned} \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} + \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} \right) \theta_p &= \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} \theta_E + \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} \theta_W + \frac{\Delta x}{\Delta t} \theta_p^0 \\ &+ \left[ \frac{D_{Te}}{\delta x_e} (T_E^0 - T_P^0) - \frac{D_{Tw}}{\delta x_w} (T_P^0 - T_W^0) \right] \end{aligned} \quad (6.59)$$

e

$$\begin{aligned} \left( \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + \frac{LD_{Tve}}{\delta x_e} + \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + \frac{LD_{Tvw}}{\delta x_w} \right) T_P &= \\ \left( \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + \frac{LD_{Tve}}{\delta x_e} \right) T_E + \left( \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + \frac{LD_{Tvw}}{\delta x_w} \right) T_W + \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{\Delta t} T_P^0 &+ \\ L \rho_1 \left( \frac{D_{\theta ve} (\theta_E^0 - \theta_P^0)}{\delta x_e} - \frac{D_{\theta vw} (\theta_P^0 - \theta_W^0)}{\delta x_w} \right). \end{aligned} \quad (6.60)$$

onde o superíndice "o" indica que a variável assume valor referente ao instante anterior.

Da mesma forma, tem-se através da discretização das equações (6.46-6.49), com fronteiras com meio volume de controle, as seguintes expressões para a face externa (x=0):

$$\begin{aligned} \left( \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} \right) \theta(0) &= \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} \theta(1) + \frac{\Delta x}{2\Delta t} \theta^0(0) + \\ D_{Te} \left( \frac{T^0(1) - T^0(0)}{\delta x_e} \right) + \frac{h_{m,ext}}{\rho_1} (\rho_{v,ext} - \rho(0)) \end{aligned} \quad (6.61)$$

e

$$\begin{aligned}
 & \left( \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + L\rho_1 \frac{D_{TVe}}{\delta x_e} + h_{ext} \right) \Gamma(0) = \\
 & \left( \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + L\rho_1 \frac{D_{TVe}}{\delta x_e} \right) \Gamma(1) + \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} T^0(0) + \\
 & L\rho_1 D_{\theta v_e} \left[ \frac{\theta^0(1) - \theta^0(0)}{\delta x_e} \right] + h_{ext} T_{ext} + \alpha q_r - \varepsilon R_{ol} + Lh_{m,ext} (\rho_{v,ext} - \rho_v(0)).
 \end{aligned} \tag{6.62}$$

Para a face interna ( $x=1$ ), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} \right) \theta(n) = \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} \theta(n-1) + \frac{\Delta x}{2\Delta t} \theta^0(n) + \\
 & D_{Tw} \left( \frac{T^0(n-1) - T^0(n)}{\delta x_w} \right) + \frac{h_{m,int}}{\rho_1} (\rho_{v,int} - \rho(n))
 \end{aligned} \tag{6.63}$$

e

$$\begin{aligned}
 & \left( \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + L\rho_1 \frac{D_{TVw}}{\delta x_w} + h_{int} \right) \Gamma(n) = \\
 & \left( \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + L\rho_1 \frac{D_{TVw}}{\delta x_w} \right) \Gamma(n-1) + \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} T^0(n) - \\
 & L\rho_1 D_{\theta v_w} \left[ \frac{\theta^0(n) - \theta^0(n-1)}{\delta x_w} \right] + h_{int} T_{int} + R_{int} + Lh_{m,int} (\rho_{v,int} - \rho_v(n)).
 \end{aligned} \tag{6.64}$$

Após as equações governantes terem sido discretizadas no tempo e no espaço, com fronteiras com meio volume de controle, elas são colocadas sob a forma da equação (6.65) e são resolvidas iterativamente pelo TDMA (Tridiagonal Matrix Algorithm).

$$A_p \Phi_p = A_E \Phi_E + A_w \Phi_w + D, \tag{6.65}$$

onde:  $A_p = A_E + A_w + A_p^0$ ;

$$D = A_p^0 \Phi_p^0 + F;$$

$\Phi$  - variável dependente (T ou  $\theta$ ).

O termo fonte D da equação (6.65) abriga, além do termo transiente ( $A_p^0 \Phi_p^0$ ), todos os termos fontes (F) que não forem funções lineares da variável dependente.



Como o método de solução é iterativo, pode-se usar o valor de  $\theta$  da iteração anterior ( $\theta^{\text{ant}}$ ) para a variável  $\theta^0$  na equação da conservação da energia. Analogamente, pode ser feito na equação da conservação da massa para  $T^0$  com uma variável designada  $T^{\text{ant}}$ .

O método de solução iterativa permite que os coeficientes de transporte das equações (6.59-6.64) sejam avaliados com os valores de temperatura e de conteúdo de umidade da iteração anterior ( $\theta^{\text{ant}}$  e  $T^{\text{ant}}$ ).

Adotou-se como critério de controle de convergência do processo numérico, para cada passo de tempo, uma diferença relativa para as variáveis  $T$  e  $\theta$  entre duas iterações consecutivas inferior à  $10^{-4}$ .

### 6.3 - Conclusões

O modelo de transferência de calor e umidade em meios porosos, representado basicamente pelas equações discretizadas (6.59-6.64), não considera nos poros os termos convectivos e despreza as trocas de calor por radiação, os termos de transporte de calor sensível pelo fluido e todas as dissipações de energia; a fase líquida é composta de apenas um componente e sua massa específica é constante; a fase gasosa obedece à relação dos gases perfeitos e sua massa é desprezada no balanço; considera-se que a pressão da fase gasosa (vapor + ar seco) é igual à pressão atmosférica e é uniforme em todo o domínio. O meio sólido foi aceito como indeformável e livre de reações químicas.

O modelo nas interfaces sólido-ar (6.61 - 6.64) apresenta um equacionamento bem representativo da integração da parede envolvente da edificação com os ambientes circundantes, incluindo fenômenos de convecção, radiação e mudança de fase.

A desconsideração do fenômeno de solidificação/fusão restringe o uso do modelo de transferência de calor e umidade a temperaturas superiores a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . A inclusão da mudança de fase sólido/líquido nas equações de conservação de massa e de energia é simples, no entanto esse fenômeno altera a distribuição de volumes de poros e, como consequência, modificam-se os coeficientes de transporte.

De Freitas et al., 1996, desenvolveram o código TRHUMIDADE para estudar o fenômeno de migração de umidade e de interface para paredes compostas por duas camadas. No entanto, esse código necessita de um parâmetro que descreva o fluxo máximo de umidade que passa pela interface e esse parâmetro é obtido apenas experimentalmente.

Devido à complexidade do fenômeno e à falta de informações sobre a interface entre os dois materiais, supõe-se para o código *UMIDUS* que existe continuidade hidráulica e que essa interface entre os dois materiais passa pelo centro do volume de controle. Assim, os coeficientes de transportes são avaliados na interface por médias harmônicas entre dois elementos consecutivos da malha; isto assegura que eles sejam avaliados dentro do mesmo material. Entretanto, a capacidade térmica é calculada como a soma das capacidades dos dois materiais que formam o volume de controle da interface.

As hipóteses simplificativas feitas para o modelo são seguramente aceitas para as aplicações que lhe são destinadas; sendo um modelo completo para estudo de transferência de calor e umidade em paredes de edificações e que possibilita a realização de análise de simplificações efetuadas em outros modelos, como será visto no capítulo 8. Dá-se o nome de TCU\_1 ao modelo de transferência de calor e umidade apresentado neste capítulo - equações (6.59-6.64) -, ao ser referenciado nos capítulos seguintes. Modelos como este, derivados do modelo de Philip e De Vries, vêm sendo verificados para determinadas situações e para diferentes materiais e mostram-se confiáveis (Rode, 1995; De Freitas et al., 1996).

A extensão desse modelo para geometrias complexas pode ser feita através da aplicação do modelo para duas ou três dimensões em um código de elementos finitos ou através do uso de coordenadas generalizadas aplicadas ao método dos volumes finitos.

No capítulo seguinte, será feito um estudo qualitativo e de desenvolvimento de novas técnicas para simulação do presente modelo, permitindo executar simulações a altas velocidades. Ao modelo TCU\_1 modificado com as técnicas apresentadas no capítulo 7, será dado o nome de TCU\_2.

## CAPÍTULO 7

### AVANÇOS NO MODELO DE

### TRANSFERÊNCIA DE CALOR E UMIDADE

#### 7.1 – Introdução

Simulações de transferência acoplada de calor e massa através de paredes de edificações devem ser efetuadas de forma precisa, porém com rapidez. Por isso, uma das principais preocupações deste trabalho é estabelecer modelos rápidos que atuem em conjunto com técnicas que permitam a livre escolha do passo de tempo.

O primeiro problema encontrado residiu no fato de que as equações governantes possuem termos que as deixam fortemente acopladas, como por exemplo, a presença de um termo importante associado à carga latente  $Q_L(T, \mathbf{q})$  na equação de conservação de energia e um gradiente de temperatura na equação de conservação de massa. Os problemas inerentes à convergência do modelo TCU\_1 são discutidos na seção 7.2, enquanto nas seções 7.3-7.5 apresentam-se soluções para assegurar estabilidade ao modelo, contornando, assim, suas limitações quanto ao passo de tempo e quanto à convergência da solução.

#### 7.2 - Condições de estabilidade do modelo TCU\_1

O conjunto de equações linearizadas do modelo TCU\_1, apresentado no capítulo 6, pode ser visto como dois sistemas tridiagonais – um para T e outro para  $\theta$ , onde a diagonal principal é dada pelos coeficientes que acompanham  $\Phi_p$  - equação (6.55).

Sabe-se, entretanto, que sistemas lineares são passíveis de solução quando a diagonal principal for dominante. Além disso, é importante que o termo fonte seja o mais implícito possível. Isto significa que o termo fonte não seja mantido constante ao longo do passo iterativo ou do passo de tempo (Maliska, 1995).

Assim, é desejável que o termo fonte da equação (6.65) seja desmembrado de forma a diminuir a sua magnitude e aumentar a dos termos  $A_p$ .

Nota-se, porém, que as equações discretizadas do modelo TCU\_1 para os volumes das fronteiras do domínio, apresentam termos fontes de grande intensidade, como os termos que são funções da diferença de concentração de vapor ( $\rho_{v,ext} - \rho_v(0)$ ) nas equações (6.61) e (6.62). Essa diferença de concentração de vapor é responsável pelo ganho de calor latente dos volumes de fronteira, o qual pode ser de grande intensidade, provocando divergência da solução. Por exemplo, se em um dado instante a diferença de concentração de vapor ( $\rho_{v,ext} - \rho_v(0)$ ) for positiva e consideravelmente alta, haverá uma grande quantidade de vapor se condensando na superfície externa da parede, fazendo com que o conteúdo de umidade e a temperatura na superfície se elevem substancialmente; Isto provoca, do ponto de vista numérico, um aumento súbito e significativo da concentração de vapor na superfície que acarreta, no instante seguinte, a inversão do fluxo de vapor. Esta inversão ocorre devido ao fato de que a resistência ao fluxo de massa para o interior da parede é muito elevada, e se a diferença ( $\rho_{v,ext} - \rho_v(0)$ ) tornou-se negativa, líquido evapora-se da superfície para o ar (região de menos resistência), retirando calor e massa do volume de fronteira. Essa inversão de fluxo pode ocorrer continuamente para passos de tempo altos, impedindo a convergência da solução.

Logo, para assegurar a estabilidade da solução do modelo TCU\_1, necessita-se trabalhar com passos de tempo muito pequenos.

Para contornar esse problema e aumentar o passo de tempo, decidiu-se linearizar a diferença de concentração de vapor em termos das diferenças de temperatura e de conteúdo de umidade para aumentar a estabilidade do método. Essa linearização é discutida no item 7.3.

### 7.3 - Considerações matemáticas quanto ao vapor trocado entre as superfícies da parede e o ar

O fluxo de vapor entre superfícies e o ar é, normalmente, descrito em termos de diferença de concentração mássica de vapor  $\Delta\rho$ . Entretanto, este tipo de cálculo é feito através de uma avaliação do fluxo de vapor no instante anterior, o que obriga ao uso de passos de tempo muito pequenos. Para assegurar a convergência numérica aos resultados, estuda-se,

aqui, uma nova maneira de se computar o fluxo de vapor quase que totalmente independente dos valores de temperatura e conteúdo de umidade da iteração anterior.

Para isto, levanta-se primeiramente a hipótese de o vapor se comportar como um gás perfeito, como mostrado:

$$\rho_{V_{\text{ext}}} - \rho_{V_0} = \frac{P_{\text{ext}}M}{RT_{\text{ext}}} - \frac{P_0M}{RT_0}. \quad (7.1)$$

Substituindo a pressão parcial de vapor pelo produto da pressão de saturação pela umidade relativa  $h$ , tem-se:

$$\rho_{V_{\text{ext}}} - \rho_{V_0} = \frac{P_S(T_{\text{ext}})h_{\text{ext}}M}{RT_{\text{ext}}} - \frac{P_S(T_0)h_0M}{RT_0}. \quad (7.2)$$

Pode-se reescrever a equação (7.2) como:

$$\rho_{V_{\text{ext}}} - \rho_{V_0} = \frac{M}{R} \left[ \frac{P_S(T_{\text{ext}})h_{\text{ext}}}{T_{\text{ext}}} + \frac{P_S(T_0)h_{\text{ext}}}{T_0} - \frac{P_S(T_0)h_{\text{ext}}}{T_0} - \frac{P_S(T_0)h_0}{T_0} \right], \quad (7.3)$$

desagregando-se em:

$$\rho_{V_{\text{ext}}} - \rho_{V_0} = \frac{M}{R} h_{\text{ext}} \left( \frac{P_S(T_{\text{ext}})}{T_{\text{ext}}} - \frac{P_S(T_0)}{T_0} \right) + \frac{M}{R} \frac{P_S(T_0)}{T_0} (h_{\text{ext}} - h_0). \quad (7.4)$$

Supondo-se que  $T_{\text{ext}} \approx T_0$  e que se esteja na região higroscópica da isoterma de equilíbrio - região onde a aproximação por uma reta se faz com sucesso antes da predominância do fenômeno da condensação capilar -, pode-se reescrever a equação (7.4) da seguinte forma:

$$\rho_{V_{\text{ext}}} - \rho_{V_0} = \frac{M}{R} h_{\text{ext}} \left( \frac{\partial \left( \frac{P_S}{T} \right)}{\partial T} \right)_0^{\text{ant}} (T_{\text{ext}} - T_0) + \frac{M}{R} \left( \frac{P_S(T)}{T} \right)_0^{\text{ant}} \left( \frac{\partial h}{\partial \theta} \right)_0^{\text{ant}} (\theta_{\text{ext}} - \theta_0), \quad (7.5)$$

onde o superíndice “ant” denota o cálculo de termos através das grandezas de estado avaliadas na iteração anterior.

Assim, a diferença de concentração de vapor na superfície externa pode ser escrita de forma simplificada como:

$$\rho_{v,ext} - \rho_{vo} = M_0^{ant} (T_{ext} - T_0) + N_0^{ant} (\theta_{ext} - \theta_0), \quad (7.6)$$

onde:

$$M_0^{ant} = \frac{M}{R} h_{ext} \left( \frac{\partial \left( \frac{P_s}{T} \right)}{\partial T} \right)_0^{ant};$$

$$N_0^{ant} = \frac{M}{R} \left( \frac{P_s(T)}{T} \right)_0^{ant} \left( \frac{\partial h}{\partial \theta} \right)_0^{ant}.$$

Essa expressão pode fornecer bons resultados; no entanto, quando a diferença entre as temperaturas  $T_{ext}$  e  $T_0$  for consideravelmente grande e/ou os conteúdos de umidade em questão estiverem fora da região higroscópica, ela pode provocar erros significativos.

Apresenta-se, a seguir, uma alternativa para contornar este problema: primeiramente, escreve-se a relação pressão de saturação - temperatura como um polinômio de 3ª ordem, válido para temperaturas entre 0 e 45°C, o que fornece coeficiente de correlação unitário quando comparado aos pontos extraídos da expressão matemática fornecida pela ASHRAE (1993):

$$\frac{P_s}{T} = -3650.1517 + 40.1627T - 0.1479T^2 + (1.8238e - 4)T^3. \quad (7.7)$$

Pode-se ainda linearizar a expressão (7.7), dentro de uma certa faixa de temperaturas, com ínfima possibilidade de erro, conforme mostrado na Figura 7.1, feita para um clima predominantemente quente.

Ainda, define-se um resíduo que é responsável pela acerto da diferença entre a regressão de 3º grau e a linear em termos de  $\frac{P_s}{T}$  como:

$$R(T) = \frac{P_s}{T} - (AT + B), \quad (7.8)$$

onde A e B são os coeficientes angulares e lineares da aproximação retilínea  $P_s/T = AT + B$ . O quociente  $P_s/T$ , na equação (7.8) é calculado pelo polinômio de 3º grau da equação (7.7).

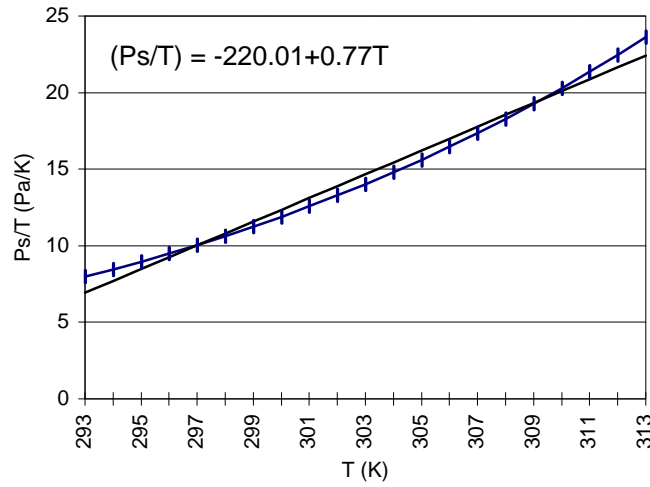


Figura 7.1: Linearização da função  $\frac{P_s}{T} = f(T)$

Para um clima com ciclo anual de elevada amplitude térmica, recomenda-se a seguinte função linearizada de  $P_s/T$ :

$$\frac{P_s}{T} = -161.9708 + 0.5874T. \tag{7.9}$$

Assim, pode-se reescrever a diferença entre os quocientes de pressão e temperatura da equação (7.4) como:

$$\frac{P_s(T_{\text{ext}})}{T_{\text{ext}}} - \frac{P_s(T_0)}{T_0} \approx A(T_{\text{ext}} - T_0) + R(T_{\text{ext}}) - R(T_0^{\text{ant}}). \tag{7.10}$$

Com respeito ao termo associado à umidade relativa -  $\frac{M}{R} \frac{P_s(T_0)}{T_0} (h_{\text{ext}} - h_0)$  - da equação (7.4), obtém-se a seguinte igualdade:

$$\frac{M}{R} \left( \frac{P_s(T_0)}{T_0} \right) (h_{\text{ext}} - h_0) = \frac{M}{R} \left( \frac{P_s(T)}{T} \right)_0^{\text{ant}} \left[ \left( \frac{\partial h}{\partial \theta} \right)_0^{\text{ant}} (\theta_{\text{ext}} - \theta_0) + R(\theta_0^{\text{ant}}) \right], \tag{7.11}$$

onde  $R(\theta_0^{\text{ant}})$ , analogamente a  $R(T)$ , é o resíduo calculado através da isoterma de equilíbrio e é avaliado no instante anterior. Para sua avaliação, a temperatura  $T_0$  deve estar na escala Kelvin, uma vez que a relação linearizada  $P_s/T$  encontra-se em função da temperatura nessa escala.

Abrindo-se os termos do membro direito da igualdade acima, tem-se:

$$\frac{M}{R} \left( \frac{P_s(T_0)}{T_0} \right) (h_{\text{ext}} - h_0) = \frac{M}{R} \left( \frac{P_s(T)}{T} \right)_0^{\text{ant}} \left( \frac{\partial h}{\partial \theta} \right)_0^{\text{ant}} (\theta_{\text{ext}} - \theta_0) + \frac{M}{R} \left( \frac{P_s(T)}{T} \right)_0^{\text{ant}} R(\theta_0^{\text{ant}}). \quad (7.12)$$

Finalmente, substituindo as equações (7.10) e (7.12) em (7.4), obtém-se:

$$(\rho_{v,\text{ext}} - \rho_{v0}) = M_{1,\text{ext}} (T_{\text{ext}} - T_0) + M_{2,\text{ext}} (\theta_{\text{ext}} - \theta_0) + M_{3,\text{ext}}, \quad (7.13)$$

onde:

$$M_{1,\text{ext}} = A_{\text{ext}} \frac{M}{R} h_{\text{ext}};$$

$$M_{2,\text{ext}} = \frac{M}{R} \left( \frac{P_s(T)}{T} \right)_0^{\text{ant}} \left( \frac{\partial h}{\partial \theta} \right)_0^{\text{ant}};$$

$$M_{3,\text{ext}} = \frac{M}{R} \left( \left( \frac{P_s(T)}{T} \right)_0^{\text{ant}} R(\theta_0^{\text{ant}}) + h_{\text{ext}} (R(T_{\text{ext}}) - R(T_0^{\text{ant}})) \right)$$

Para a face interna, faz-se um desenvolvimento análogo ao feito para a face externa, derivando a seguinte expressão:

$$(\rho_{v,\text{int}} - \rho_{v,n}) = M_{1,\text{int}} (T_{\text{int}} - T_n) + M_{2,\text{int}} (\theta_{\text{int}} - \theta_n) + M_{3,\text{int}}, \quad (7.14)$$

onde:

$$M_{1,\text{int}} = A_{\text{int}} \frac{M}{R} h_{\text{int}};$$

$$M_{2,\text{int}} = \frac{M}{R} \left( \frac{P_s(T)}{T} \right)_n^{\text{ant}} \left( \frac{\partial h}{\partial \theta} \right)_n^{\text{ant}};$$

$$M_{3,\text{int}} = \frac{M}{R} \left( \left( \frac{P_s(T)}{T} \right)_n^{\text{ant}} R(\theta_n^{\text{ant}}) + h_{\text{int}} (R(T_{\text{int}}) - R(T_n^{\text{ant}})) \right)$$

$A_{\text{ext}}$  e  $A_{\text{int}}$  representam os coeficientes da função linearizada de  $P_s/T$ . A vantagem em se usar dois coeficientes é que na maioria dos casos a amplitude térmica do lado interno é menor que a do externo, reduzindo o resíduo da aproximação, cuja avaliação é feita com valores de temperatura e de conteúdo de umidade das faces no instante anterior.

Aplica-se, no item 7.4, esse tratamento dado ao termo de mudança de fase nas equações (6.61-6.64) dos pontos das fronteiras do modelo TCU\_1.



7.4 – Aplicação do tratamento de linearização da diferença de concentração de vapor nas equações do modelo TCU\_1

Pode-se, através da linearização do termo fonte  $\Delta\rho$  em termos de diferenças de conteúdo de umidade e de temperatura, reescrever as equações das condições de contorno (6.61-6.64) de forma a fortalecer a magnitude dos coeficientes  $A_p$  - equação (6.65) - no lado esquerdo das igualdades. As equações (6.59) e (6.60) para os pontos internos não se alteram com o desmembramento de  $\Delta\rho$ .

Assim, para as equações de conservação (6.60) e (6.61) da face externa ( $x=0$ ), tem-se:

$$\left( \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} + M_{2,\text{ext}} \frac{h_{m,\text{ext}}}{\rho_1} \right) \theta(0) = \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} \theta(1) + \frac{D_{T_e}}{\delta x_e} (T^{\text{ant}}(1) - T^{\text{ant}}(0)) + \frac{h_{m,\text{ext}}}{\rho_1} (M_{1,\text{ext}} (T_{\text{ext}} - T^{\text{ant}}(0)) + M_{2,\text{ext}} \theta_{\text{ext}} + M_{3,\text{ext}}) + \frac{\Delta x}{2\Delta t} \theta^0(0) \quad (7.15)$$

e

$$\left( \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + L\rho_1 \frac{D_{TV_e}}{\delta x_e} + h_{\text{ext}} + Lh_{m,\text{ext}} M_{1,\text{ext}} \right) \Gamma(0) = \left( \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + L\rho_1 \frac{D_{TV_e}}{\delta x_e} \right) \Gamma(1) + L\rho_1 \frac{D_{\theta v_e}}{\delta x_e} (\theta^{\text{ant}}(1) - \theta^{\text{ant}}(0)) + h_{\text{ext}} T_{\text{ext}} + \alpha q_r - \varepsilon R_{ol} + Lh_{m,\text{ext}} (M_{1,\text{ext}} T_{\text{ext}} + M_{2,\text{ext}} (\theta_{\text{ext}} - \theta^{\text{ant}}(0)) + M_{3,\text{ext}}) + \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} T^0(0). \quad (7.16)$$

No entanto, para a face interna ( $x=l$ ), obtém-se as seguintes expressões:

$$\left( \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} + M_{2,\text{int}} \frac{h_{m,\text{int}}}{\rho_1} \right) \theta(n) = \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} \theta(n-1) + \frac{D_{T_w}}{\delta x_w} (T^{\text{ant}}(n-1) - T^{\text{ant}}(n)) + \frac{h_{m,\text{int}}}{\rho_1} (M_{1,\text{int}} (T_{\text{int}} - T^{\text{ant}}(n)) + M_{2,\text{int}} \theta_{\text{int}} + M_{3,\text{int}}) + \frac{\Delta x}{2\Delta t} \theta^0(n) \quad (7.17)$$

e

$$\left( \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + L\rho_1 \frac{D_{TV_w}}{\delta x_w} + h_{\text{int}} + Lh_{m,\text{int}} M_{1,\text{int}} \right) \Gamma(n) = \left( \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + L\rho_1 \frac{D_{TV_w}}{\delta x_w} \right) \Gamma(n-1) + L\rho_1 \frac{D_{\theta v_w}}{\delta x_w} (\theta^{\text{ant}}(n-1) - \theta^{\text{ant}}(n)) + h_{\text{int}} T_{\text{int}} + Lh_{m,\text{int}} (M_{1,\text{int}} T_{\text{int}} + M_{2,\text{int}} (\theta_{\text{int}} - \theta^{\text{ant}}(n)) + M_{3,\text{int}}) + \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} T^0(n). \quad (7.18)$$

Como se pode ver pelas equações (7.15 – 7.18), aumentou-se a estabilidade do método pelo desmembramento da diferença de concentração de vapor em  $T$  e  $\theta$ , ao fortalecer os pontos extremos da diagonal principal do sistema de equações.

Entretanto, a influência da iteração anterior ainda é grande, como com os termos em  $T$  na equação da conservação da massa e em  $\theta$  na equação da conservação da energia para todos os pontos do domínio.

Isso inspirou o aperfeiçoamento do método de solução das equações governantes, de forma a calcular os perfis de temperatura e de conteúdo de umidade simultaneamente. No item 7.5, mostra-se o desenvolvimento desse método de solução.

#### 7.5 - Um algoritmo generalizado para a solução de sistemas de equações algébricas acopladas

A criação de um algoritmo generalizado, para a solução de sistemas de equações algébricas acopladas, adveio da necessidade de calcular simultaneamente os perfis térmico e hídrico, reduzindo o efeito de retardamento e de divergência numérica gerados por termos acoplados avaliados em função da última iteração. Desta forma, o método se torna estável, embutindo um maior fundamento físico no método de solução numérica.

A discretização das equações de conservação no domínio do problema, resulta em equações algébricas do tipo:

$$\underset{\sim}{A}_i \cdot \underset{\sim}{X}_i = \underset{\sim}{B}_i \cdot \underset{\sim}{X}_{i+1} + \underset{\sim}{C}_i \cdot \underset{\sim}{X}_{i-1} + \underset{\sim}{D}_i, \quad (7.19)$$

onde  $X$  é o vetor que contém as grandezas de estado. Para o presente problema, ele é definido como:

$$\underset{\sim}{X}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ T \end{bmatrix}. \quad (7.20)$$

Analogamente, ao desenvolvimento do algoritmo TDMA de Thomas, faz-se:

$$\underset{\sim}{X}_i = \underset{\sim}{P}_i \cdot \underset{\sim}{X}_{i+1} + \underset{\sim}{Q}_i \quad (7.21)$$

e

$$\underset{\sim}{X}_{i-1} = \underset{\sim}{P}_{i-1} \cdot \underset{\sim}{X}_i + \underset{\sim}{Q}_{i-1}. \quad (7.22)$$

Substituindo a equação (7.21) em (7.22), obtém-se:

$$\underset{\sim}{A}_i \cdot \underset{\sim}{X}_i = \underset{\sim}{B}_i \cdot \underset{\sim}{X}_{i+1} + \underset{\sim}{C}_i \cdot \left( \underset{\sim}{P}_{i-1} \cdot \underset{\sim}{X}_i + \underset{\sim}{Q}_{i-1} \right) + \underset{\sim}{D}_i. \quad (7.23)$$

Pode-se, portanto, reescrever a equação (7.23) como:

$$\left( \underset{\sim}{A}_i - \underset{\sim}{C}_i \cdot \underset{\sim}{P}_{i-1} \right) \underset{\sim}{X}_i = \underset{\sim}{B}_i \cdot \underset{\sim}{X}_{i+1} + \underset{\sim}{C}_i \cdot \underset{\sim}{Q}_{i-1} + \underset{\sim}{D}_i, \quad (7.24)$$

Escrevendo-se a equação (7.24) de forma explícita para  $X_i$ , tem-se:

$$\underset{\sim}{X}_i = \left[ \left( \underset{\sim}{A}_i - \underset{\sim}{C}_i \cdot \underset{\sim}{P}_{i-1} \right)^{-1} \cdot \underset{\sim}{B}_i \right] \cdot \underset{\sim}{X}_{i+1} + \left( \underset{\sim}{A}_i - \underset{\sim}{C}_i \cdot \underset{\sim}{P}_{i-1} \right)^{-1} \cdot \left( \underset{\sim}{C}_i \cdot \underset{\sim}{Q}_{i-1} + \underset{\sim}{D}_i \right). \quad (7.25)$$

Finalmente, extrai-se as novas fórmulas de recorrência:

$$\underset{\sim}{P}_i = \left[ \left( \underset{\sim}{A}_i - \underset{\sim}{C}_i \cdot \underset{\sim}{P}_{i-1} \right)^{-1} \cdot \underset{\sim}{B}_i \right] \quad (7.26)$$

e

$$\underset{\sim}{Q}_i = \left( \underset{\sim}{A}_i - \underset{\sim}{C}_i \cdot \underset{\sim}{P}_{i-1} \right)^{-1} \cdot \left( \underset{\sim}{C}_i \cdot \underset{\sim}{Q}_{i-1} + \underset{\sim}{D}_i \right). \quad (7.27)$$

Diferentemente do tradicional TDMA, os coeficientes do método passam a ser matrizes-coeficientes cujas linhas relacionam-se às equações governantes. O uso deste método é ilustrado, no item 7.6, ao se desenvolver o novo modelo TCU\_2.

## 7.6 – O modelo TCU\_2 de transferência de calor e umidade

A linearização da diferença de concentração de vapor no modelo TCU\_1 em conjunto com o método de solução apresentado acima, caracteriza o novo modelo de transferência de calor e umidade TCU\_2. Assim, pelas equações (6.59 e 6.60), pode-se descrever as equações governantes para os pontos internos desse modelo como:

$$\left( \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} + \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} \right) \theta_p + \left( \frac{D_{T_e}}{\delta x_e} + \frac{D_{T_w}}{\delta x_w} \right) \Gamma_p = \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} \theta_E + \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} \theta_W + \frac{D_{T_e}}{\delta x_e} T_E + \frac{D_{T_w}}{\delta x_w} T_W + \frac{\Delta x}{\Delta t} \theta_p^0 \quad (7.28)$$

e

$$\left( L\rho_1 \frac{D_{\theta v_e}}{\delta x_e} + L\rho_1 \frac{D_{\theta v_w}}{\delta x_w} \right) \theta_p + \left( \rho_0 \cdot c_m \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + \frac{L\rho_1 D_{TV_e}}{\delta x_e} + \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + \frac{L\rho_1 D_{TV_w}}{\delta x_w} \right) \Gamma_p = L\rho_1 \frac{D_{\theta v_e}}{\delta x_e} \theta_E + L\rho_1 \frac{D_{\theta v_w}}{\delta x_w} \theta_W + \left( \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + \frac{L\rho_1 D_{TV_e}}{\delta x_e} \right) \Gamma_E + \left( \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + \frac{L\rho_1 D_{TV_w}}{\delta x_w} \right) \Gamma_W + \rho_0 \cdot c_m \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} T_p^0. \quad (7.29)$$

Para as equações de conservação na face externa ( $x=0$ ), tem-se:

$$\left( \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} + M_{2,ext} \frac{h_{m,ext}}{\rho_1} \right) \theta(0) + \left( \frac{D_{T_e}}{\delta x_e} + M_{1,ext} \frac{h_{m,ext}}{\rho_1} \right) \Gamma(0) = \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} \theta(1) + \frac{D_{T_e}}{\delta x_e} T(1) + \frac{h_{m,ext}}{\rho_1} (M_{1,ext} T_{ext} + M_{2,ext} \theta_{ext} + M_{3,ext}) + \frac{\Delta x}{2\Delta t} \theta^0(0) \quad (7.30)$$

e

$$\left( L\rho_1 \frac{D_{\theta v_e}}{\delta x_e} + Lh_{m,ext} M_{2,ext} \right) \theta(0) + \left( \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + L\rho_1 \frac{D_{TV_e}}{\delta x_e} + h_{ext} + Lh_{m,ext} M_{1,ext} \right) \Gamma(0) = \left( L\rho_1 \frac{D_{\theta v_e}}{\delta x_e} \right) \theta(1) + \left( \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + L\rho_1 \frac{D_{TV_e}}{\delta x_e} \right) \Gamma(1) + h_{ext} T_{ext} + \alpha q_r - \varepsilon R_{ol} + Lh_{m,ext} (M_{1,ext} T_{ext} + M_{2,ext} \theta_{ext} + M_{3,ext}) + \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} T^0(0) \quad (7.31)$$

e ainda, para a face interna ( $x=l$ ), obtém-se:

$$\left( \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} + M_{2,int} \frac{h_{m,int}}{\rho_l} \right) \theta(n) + \left( \frac{D_{Tw}}{\delta x_w} + M_{1,int} \frac{h_{m,int}}{\rho_l} \right) \Gamma(n) = \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} \theta(n-1) + \frac{D_{Tw}}{\delta x_w} \Gamma(n-1) + \frac{h_{m,int}}{\rho_l} (M_{1,int} T_{int} + M_{2,int} \theta_{int} + M_{3,int}) + \frac{\Delta x}{2\Delta t} \theta^0(n) \quad (7.32)$$

e

$$\left( L\rho_l \frac{D_{\theta vw}}{\delta x_w} + Lh_{m,int} M_{2,int} \right) \theta(n) + \left( \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + L\rho_l \frac{D_{TVw}}{\delta x_w} + h_{int} + Lh_{m,int} M_{1,int} \right) \Gamma(n) = \left( L\rho_l \frac{D_{\theta vw}}{\delta x_w} \right) \theta(n-1) + \left( \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + L\rho_l \frac{D_{TVw}}{\delta x_w} \right) \Gamma(n-1) + h_{int} T_{int} + Lh_{m,int} (M_{1,int} T_{int} + M_{2,int} \theta_{int} + M_{3,int}) + \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} T^0(0). \quad (7.33)$$

É importante notar que os superíndices “o” das equações (7.28-7.33) do modelo TCU\_2 representam apenas os termos transientes das variáveis T e  $\theta$ .

Torna-se fácil, através das equações acima, determinar os coeficientes-matrizes A, B, C e D.

Para os pontos internos, tem-se os seguintes coeficientes:

$$A(i) = \begin{bmatrix} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} + \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} & \frac{D_{Te}}{\delta x_e} + \frac{D_{Tw}}{\delta x_w} \\ L\rho_l \left( \frac{D_{\theta ve}}{\delta x_e} + \frac{D_{\theta vw}}{\delta x_w} \right) & \left( \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + \frac{LD_{TVe}}{\delta x_e} + \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + \frac{LD_{TVw}}{\delta x_w} + \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{\Delta t} \right) \end{bmatrix};$$

$$B(i) = \begin{bmatrix} \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} & \frac{D_{Te}}{\delta x_e} \\ L\rho_l \frac{D_{\theta ve}}{\delta x_e} & \left( \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + \frac{LD_{TVe}}{\delta x_e} \right) \end{bmatrix}; \quad C(i) = \begin{bmatrix} \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} & \frac{D_{Tw}}{\delta x_w} \\ L\rho_l \frac{D_{\theta vw}}{\delta x_w} & \left( \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + \frac{LD_{TVw}}{\delta x_w} \right) \end{bmatrix}; \quad (7.34)$$

$$D(i) = \begin{bmatrix} \frac{\Delta x}{\Delta t} \theta_p^0 \\ \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{\Delta t} T_p^0 \end{bmatrix}.$$

Para os pontos externos na fronteira ( $x=0$ ), tem-se:

$$A(0) = \begin{bmatrix} \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} + M_{2,ext} \frac{h_{m,ext}}{\rho_1} & \frac{D_{Te}}{\delta x_e} + M_{1,ext} \frac{h_{m,ext}}{\rho_1} \\ \frac{L\rho_1 D_{\theta V e}}{\delta x_e} + LM_{2,ext} h_{m,ext} & \rho_0 \cdot c_m \cdot \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + \frac{L\rho_1 D_{TV e}}{\delta x_e} + h_{ext} + LM_{1,ext} h_{m,ext} \end{bmatrix};$$

$$B(0) = \begin{bmatrix} \frac{D_{\theta e}}{\delta x_e} & \frac{D_{Te}}{\delta x_e} \\ \frac{L \cdot \rho_1 \cdot D_{\theta V e}}{\delta x_e} & \frac{\lambda_e}{\delta x_e} + \frac{L \cdot \rho_1 \cdot D_{TV e}}{\delta x_e} \end{bmatrix}; \quad C(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (7.35)$$

$$D(0) = \begin{bmatrix} \frac{h_{m,ext}}{\rho_1} (M_{1,ext} T_{ext} + M_{2,ext} \theta_{ext} + M_{3,ext}) + \frac{\Delta x}{2\Delta t} \theta^0(0) \\ h_{ext} \cdot T_{ext} + \alpha q_r - \varepsilon R_{ol} + L \cdot h_{m,ext} (M_{1,ext} T_{ext} + M_{2,ext} \theta_{ext} + M_{3,ext}) + \rho_0 \cdot c_m \cdot \frac{\Delta x}{2 \cdot \Delta t} \cdot T^0(0) \end{bmatrix}.$$

Finalmente, para os pontos da fronteira interna ( $x=l$ ), tem-se:

$$A(n) = \begin{bmatrix} \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} + M_{2,int} \frac{h_{m,int}}{\rho_1} & \frac{D_{Tw}}{\delta x_w} + M_{1,int} \frac{h_{m,int}}{\rho_1} \\ \frac{L\rho_1 D_{\theta V w}}{\delta x_w} + LM_{2,int} h_{m,int} & \rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} + \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + \frac{L\rho_1 D_{TV w}}{\delta x_w} + h_{int} + LM_{1,int} h_{m,int} \end{bmatrix};$$

$$B(n) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad C(n) = \begin{bmatrix} \frac{D_{\theta w}}{\delta x_w} & \frac{D_{Tw}}{\delta x_w} \\ \frac{L \cdot \rho_1 \cdot D_{\theta V w}}{\delta x_w} & \frac{\lambda_w}{\delta x_w} + \frac{L \cdot \rho_1 \cdot D_{TV w}}{\delta x_w} \end{bmatrix}; \quad (7.36)$$

$$D(n) = \begin{bmatrix} \frac{h_{m,int}}{\rho_1} (M_{1,int} T_{int} + M_{2,int} \theta_{int} + M_{3,int}) + \frac{\Delta x}{2\Delta t} \theta^0(n) \\ h_{int} \cdot T_{int} + L \cdot h_{m,int} (M_{1,int} T_{int} + M_{2,int} \theta_{int} + M_{3,int}) + \rho_0 \cdot c_m \cdot \frac{\Delta x}{2 \cdot \Delta t} \cdot T^0(n) \end{bmatrix}.$$

Nota-se, através da comparação entre as equações (7.28-7.33) com as equações (6.59-6.64), que o modelo TCU\_2 apresenta uma dependência com os campos de  $T$  e  $q$  da iteração anterior muito menor que o TCU\_1, pois além do desmembramento linearizado do termo fonte, os perfis de conteúdo de umidade e de temperatura são simultaneamente calculados.

Há necessidade ainda de se fazer iterações, pois tanto os resíduos resultantes da linearização da diferença de concentração de vapor como os coeficientes de transporte são estimados com os valores de  $T$  e  $q$  da última iteração. Entretanto, isso não influi significativamente na solução do sistema de equações do modelo TCU\_2.

## 7.7 – Análise do modelo TCU\_2

Apresentam-se, nesta seção, estudos comparativos entre os modelos TCU\_1 e TCU\_2 e de importância dos parâmetros de simulação -  $\Delta t$  e  $\Delta x$ .

Os arquivos usados nas simulações são do tipo TMY - Typical Meteorological Year - para 3 diferentes climas: Cingapura (quente/úmido), Seattle (frio/úmido) e Phoenix (quente/seco). A obtenção de dados de radiação solar incidente e microclima interno é mostrada no item 8.1.

Estudam-se, nos itens 7.7.1-7.7.3, paredes monolíticas de 100 mm de concreto celular, madeira, tijolo, argamassa e, também, uma parede W1 composta por uma camada de 100 mm de tijolo, 20 mm de argamassa na face externa e 20 mm na face interna.

Os dados de propriedade para concreto celular aerado (CCA) foram obtidos de Cunha Neto (1992) e para a madeira (MAD) de Siau (1984). Propriedades para o tijolo (TIJ) e argamassa (ARG2) foram obtidos de Perrin (1985). Laurent e Guerre-Chaley (1995) apresentam os dados de condutividade térmica para o concreto celular CCA. As propriedades encontram-se no apêndice 1 para a madeira e nos capítulos 4 e 5 para os demais materiais. A obtenção dos arquivos climáticos é apresentada na seção 8.1 do capítulo seguinte.

## 7.7.1 - Comparação entre os modelos TCU\_1 e TCU\_2

Apresenta-se, neste item, um estudo comparativo entre os modelos TCU\_1 e TCU\_2, para edificações com ambientes condicionados termicamente, em termos de fluxo de calor - integrado e máximo - para um mesmo passo de tempo ( $dt=30s$ ) usando-se paredes monolíticas de 100 mm de espessura sem mecanismos de redução de fluxo de massa tais como pintura ou barreiras de vapor, representando uma situação mais crítica do ponto de vista de transferência de calor e umidade. A comparação foi realizada para um passo de tempo pequeno, pois o modelo TCU\_1 apresenta sérios problemas de instabilidade para valores altos do intervalo de tempo de simulação.

Abreviadamente, será usado CAE, neste trabalho, para designar o consumo de energia anual devido à carga total de condução e CP para designar a carga de pico de condução através de paredes porosas, no instante de maior demanda de potência do equipamento de climatização.

A Figura 7.2 mostra um quadro comparativo entre os modelos TCU\_1 e TCU\_2. Nota-se que as diferenças entre ambos, para um passo de tempo de 30s, não excede a 1.2% em todos os casos. Portanto será usado, daqui em diante, apenas o modelo TCU\_2, por possibilitar o uso de qualquer passo de tempo, como será visto no item 7.7.3.

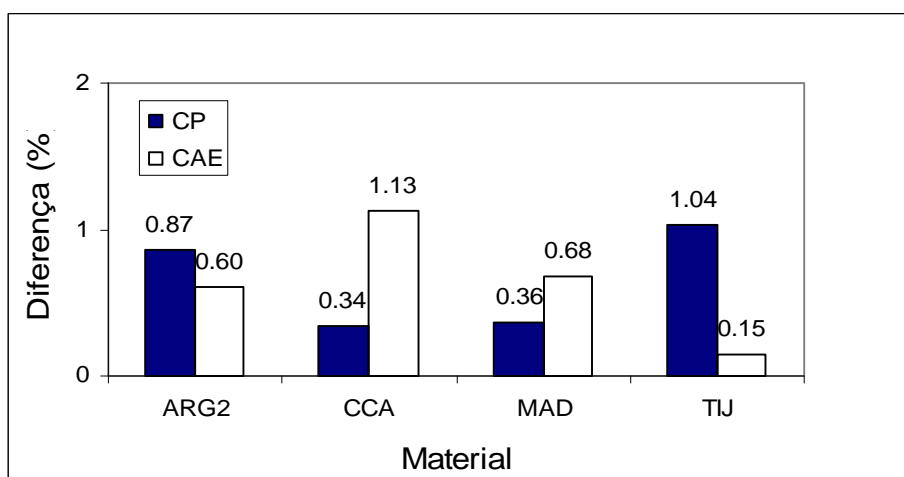


Figura 7.2: Média das diferenças em CP e CAE para os três climas com diferentes materiais.



## 7.7.2 – Extrapolação de resultados para malhas super-refinadas

Métodos numéricos ocasionam erros em virtude do refinamento grosseiro de malhas e à adoção de elevados passos de tempo para determinar a solução de equações discretizadas. Propõe-se, para avaliar o erro no refinamento, o uso do modelo de Roache (1993) como um pós-processador do código *UMIDUS*, extrapolando resultados para uma malha super-refinada.

O modelo de Roache é uma generalização da extrapolação proposta por Richardson em 1927, segundo o qual uma solução discreta  $f$  poderia ser colocada em forma de uma série, como mostrado na equação abaixo:

$$f = f_{[\text{exata}]} + g_1 h + g_2 h^2 + g_3 h^3 + \dots, \quad (7.37)$$

onde  $h$  é o espaçamento de malha e  $g_1, g_2$  etc. são definidos no espaço contínuo e não dependem da discretização.

Para um método de 2º ordem,  $g_1 = 0$ . Então, combinando-se as soluções discretas  $f_1$  e  $f_2$  para uma malha fina de espaçamento  $h_1$  e uma malha grossa de espaçamento  $h_2$ , obtém-se, através da equação (7.37), a seguinte expressão:

$$f_{[\text{exata}]} = (h_2^2 f_1 - h_1^2 f_2) / (h_2^2 - h_1^2) + \text{H.O.T.}, \quad (7.38)$$

onde H.O.T. são os termos de maior ordem.

Roache (1993) desprezou esses termos residuais de maior ordem e generalizou tal método de forma a obter para um método de  $p$ -ésima ordem a seguinte solução para uma malha de densidade tendendo ao infinito ( $n \rightarrow \infty$ ):

$$f_{n \rightarrow \infty} \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r^p - 1}, \quad (7.39)$$

onde:  $f_1 = f(n_1)$  - solução para malha fina;

$f_2 = f(n_2)$  - solução para malha grossa;

$r$  - razão de refinamento ( $n_2/n_1$ ).

A equação (7.39) é válida para malhas consideradas finas. Para malhas grossas, Roache (1993) propôs:

$$f_{n \rightarrow \infty} \cong f_1 + r^p \frac{f_1 - f_2}{r^p - 1}. \quad (7.40)$$

Como se utiliza o método de solução centrada de 2<sup>a</sup> ordem para discretização espacial, a extrapolação obtida fornece resultados com precisão de método de 4<sup>a</sup> (p+2) ordem (Roache, 1993).

Pode-se estabelecer um erro relacionado à solução encontrada, pela seguinte expressão:

$$E = 100 \frac{|f_1 - f_\infty|}{f_\infty}. \quad (7.41)$$

Ilustra-se, na Figura 7.3, este erro para a parede W1 com 37 nós submetida aos diferentes climas com um passo de tempo fixo de 1h. Conclui-se que esse tamanho de malha pode ser usado sem causar grandes distorções na solução.

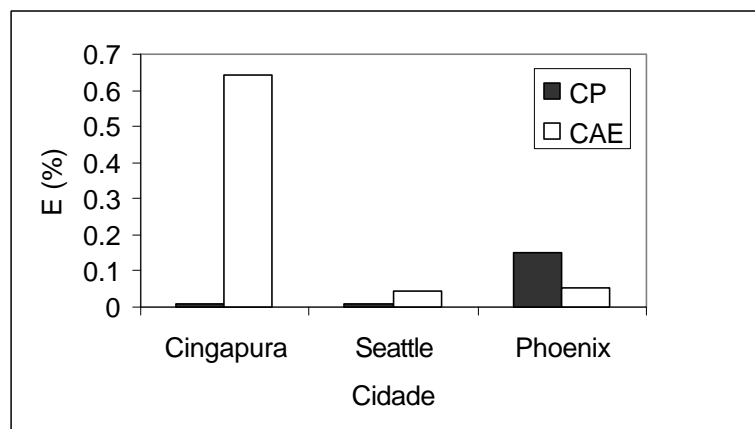


Figura 7.3: Erro - E - de refinamento de malha em CP e CAE.

### 7.7.3 - Análise da influência do intervalo de tempo

A criação do modelo TCU\_2 possibilitou a adoção despreocupada de elevados passos de tempo sem perda de estabilidade computacional. Todavia, o problema de determinar a influência desse passo de tempo sobre a precisão dos cálculos ainda persiste.

A fim de avaliar os erros associados ao tamanho do passo de tempo, analisam-se os perfis de conteúdo de umidade e de temperatura e as quantidades de calor trocadas na superfície interna da parede W1 para passos de tempo de 1s, 1h, 2h, 3h, 4h, 6h, 12h e 24h.

A Figura 7.4 apresenta os perfis de conteúdo de umidade, para o dia 14 de janeiro à 1 hora, obtidos através de simulações com diferentes passos de tempo. Devido ao fato de que o desvio padrão se mostrou pequeno, limitou-se a apresentar esses resultados apenas para Cingapura, onde foram encontradas as maiores diferenças.

Observa-se, pela Figura 7.4, que há pouca diferença entre os diversos perfis.

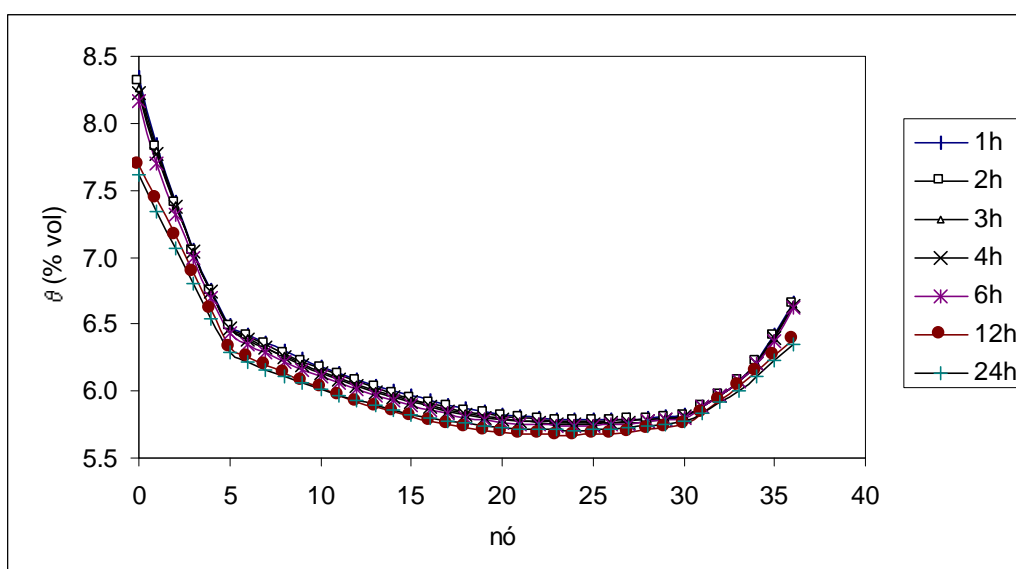


Figura 7.4: Comparação de perfis de conteúdo de umidade na parede W1 no dia 14/1 à 1 hora.

A Figura 7.5 exhibe os perfis de temperatura para a mesma parede e dia em que foram apresentados os perfis da Figura 7.4. Nota-se, na Figura 7.5, uma diferença máxima de  $0.7^{\circ}\text{C}$  entre as temperaturas obtidas da face interna para simulações com passos de tempo de 1h e 24h.

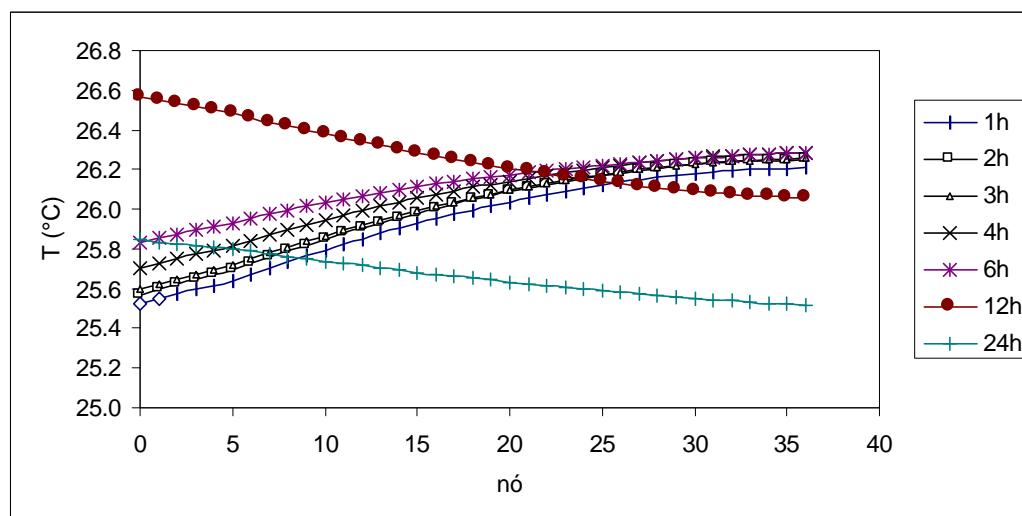


Figura 7.5: Comparação de perfis de temperatura na parede W1 no dia 14/1 à 1hora.

A Figura 7.6 apresenta o erro no fluxo de calor total integrado para o clima de Cingapura, usando os passos de tempo superiores a 1s.

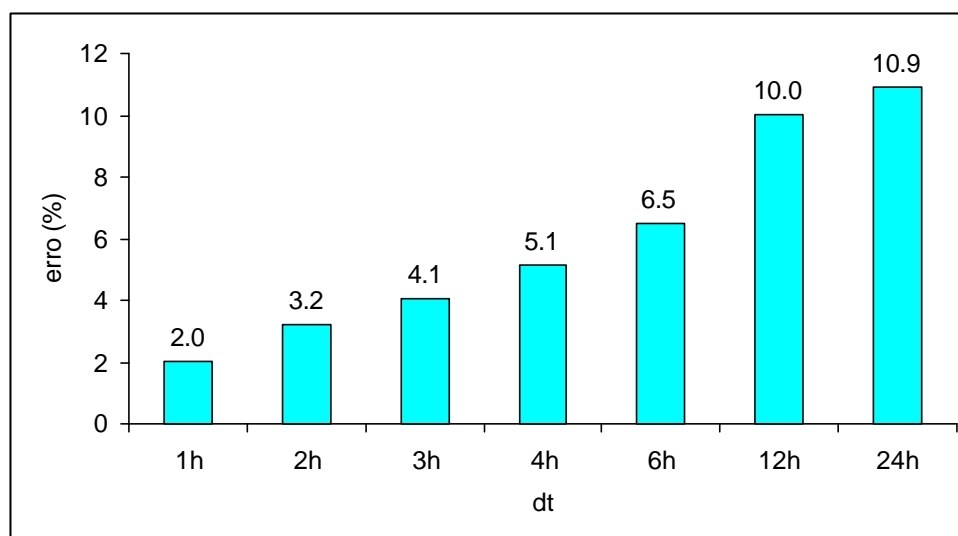


Figura 7.6: Diferenças no fluxo de calor integrado relativas a simulações com passos de tempo de 1s.

Ao considerar as condições internas de umidade relativa e de temperatura fixas, encontrou-se uma diferença máxima de 8% no fluxo de calor integrado para simulações realizadas com passos de tempo de 1s e de 24h.

Observa-se, pelas Figuras 7.4 - 7.6, que pode ser razoável a aplicação de passos de tempo da ordem do dia para determinação das condições iniciais para o problema através de

uma simulação prévia. Por exemplo, ao simular o envoltório em Cingapura com um passo de tempo de 24h para o primeiro ano e de 1h para o segundo, encontrou-se uma diferença de apenas 0.05% no cálculo do consumo de energia quando comparado com simulações com um passo de tempo de 1h durante dois anos consecutivos. Nota-se, também, que o uso de passos de tempo superiores a 1h podem ser desejáveis em situações onde não há necessidade de detalhamento horário e/ou quando a rapidez de simulação for um fator importante.

Torna-se claro, com as diferentes simulações, que o uso de passo de tempo de 1 hora é razoável nas diversas aplicações para determinação de consumo anual de energia.

A Figura 7.7 mostra os erros na avaliação da carga de pico - CP – ao usar um passo de tempo de uma hora comparado a resultados obtidos para passos de tempo de 1s. Nota-se que esse erro não excedeu a 2.8%.

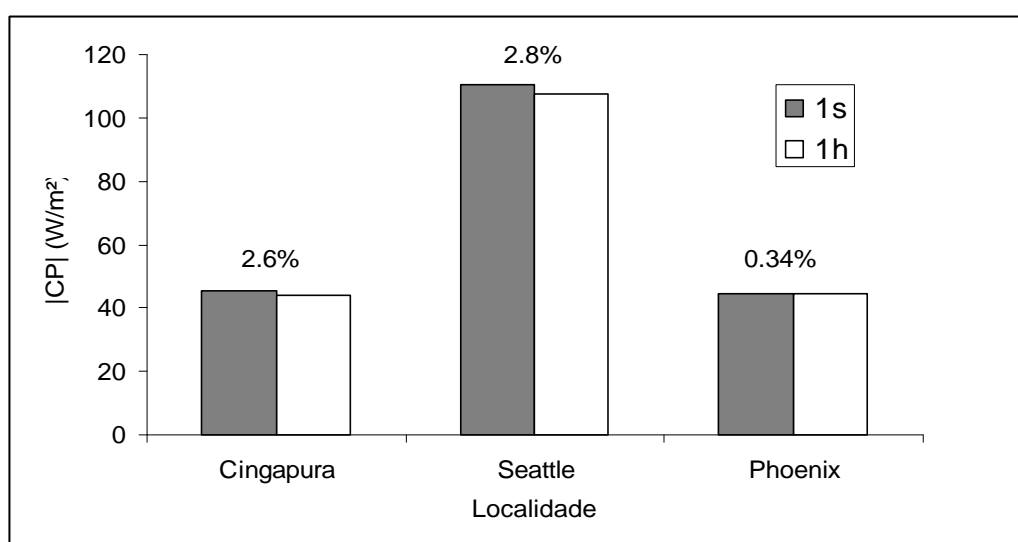


Figura 7.7: Comparações na estimativa da carga de pico para simulações com passos de tempo de 1h e de 1s.

Desse modo a utilização do modelo TCU\_2 com intervalos de tempo de 1h (proibitivos para o modelo TCU\_1) conserva a precisão nos cálculos, ainda que permitindo uma redução no tempo de processamento em cerca de 3000 vezes.

## 7.8 - Conclusões

O método mostrado neste capítulo é um avanço em relação aos métodos tradicionais de solução das equações acopladas de conservação de massa e de energia, por resolver simultaneamente essas duas equações e por considerar a troca de massa entre a parede e o ar como sendo uma função linear da temperatura e do conteúdo de umidade, retirando do termo fonte essa troca que representa uma parcela importante em ambas as equações e, ainda, fortalecendo a diagonal principal do sistema de equações. Isto impede as oscilações numéricas associadas ao termo que descreve as trocas de umidade. Dessa forma, as equações discretizadas continuam fortemente acopladas, ao contrário do que se faz quando se usa o mesmo método de solução do modelo TCU\_1.

A escolha do passo de tempo não mais está vinculada à estabilidade computacional como no modelo TCU\_1, mas sim à precisão desejada. Por exemplo, em simulações anuais, em que se deseja rapidez, pode-se usar  $dt = 1 \text{ dia}$  e, para períodos compostos por poucas semanas, onde se desejam detalhes, o passo de tempo de 1 hora seria razoável. Os resultados apresentados na seção 7.7.3 mostraram que o modelo TCU\_2 apresenta bons resultados, mesmo para elevados passos de tempo.

O capítulo seguinte apresenta uma análise de sensibilidade aos termos do modelo TCU\_2 e diversos estudos sobre a migração de umidade através de envoltórios de edificações.

## **CAPÍTULO 8**

### **APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Apresentam-se, neste capítulo, resultados de estudos comparativos entre termos do modelo de transferência de calor e umidade, importância de clima, parâmetros adimensionais, características geométricas etc. no fluxo acoplado de calor e umidade. Os arquivos usados nas simulações são do tipo TMY - Typical Meteorological Year - para 3 diferentes climas: Cingapura (quente/úmido), Seattle (frio/úmido) e Phoenix (quente/seco). Para não haver efeitos dos valores adotados para as condições iniciais, simulou-se todos os casos por 2 anos consecutivos com um passo de tempo de uma hora, analisando-se apenas o segundo ano, uma vez que o primeiro ano é suficiente para acomodação dos perfis de temperatura e de conteúdo de umidade à dinâmica do sistema.

Foram analisadas paredes monolíticas de argamassa, tijolo, concreto celular e madeira, mas grande parte do capítulo é dedicada ao estudo pormenorizado de 2 paredes: W1 - composta por uma camada de 100 mm de tijolo, 20 mm de argamassa na face externa e 20 mm na face interna - e W2, uma parede simples de 50 mm de madeira. A parede W1 foi escolhida por representar uma parede tipicamente brasileira e, além do mais, a argamassa ARG2 na face externa impõe um comportamento altamente higroscópico na superfície, acentuando a influência do clima sobre a parede. Da mesma forma que W1, a parede W2 apresenta um comportamento higroscópico elevado, mas com alto número de Luikov. Esse número de Luikov representa a importância do desenvolvimento do perfil de conteúdo de umidade em relação ao perfil de temperatura e é discutido com maiores detalhes na seção 8.2.

Construiu-se, no programa *UMIDUS*, uma rotina para o cálculo preliminar das propriedades variáveis dos materiais que serão simulados, para 100 valores de conteúdo de umidade entre 0 e a porosidade e 3 de temperatura (15, 25 e 35°C). Desta forma, aceleram-se as simulações, pois com os dados previamente calculados é preciso apenas fazer uma rápida interpolação linear.

Os diversos estudos abordados neste capítulo são voltados para a análise em termos de consumo anual de energia (CAE) e cargas de pico (CP). O parâmetro CAE é avaliado como uma carga térmica de condução integrada ao longo do ano nos períodos de funcionamento das máquinas. A seção 8.1 trata da obtenção dos arquivos climáticos e a seção 8.2 estuda qualitativamente o modelo TCU\_2 através de parâmetros adimensionais. A seção 8.3 mostra uma análise de sensibilidade aos termos do modelo TCU\_2 apresentado no capítulo 7, gerando submodelos derivados do TCU\_2. A seção 8.4 é uma extensão à seção 8.3, analisando a importância do gradiente de temperatura no transporte de umidade em paredes de edificações.

A seção 8.5 estuda os efeitos de pintura no transporte acoplado de calor e umidade e nos submodelos derivados na seção 8.3, enquanto a seção 8.6 estuda a influência da espessura da parede na estimativa de fluxo de calor através dos submodelos gerados. A seção 8.7 demonstra a possibilidade de uso de modelos mais rápidos em paredes de números de Biot de massa altos e a seção 8.8 verifica o comportamento do modelo TCU\_2 com a utilização de propriedades geradas pelos modelos apresentados nos capítulos 2-5.

### 8.1 - Obtenção dos arquivos climáticos

As evoluções de temperatura e de umidade do microclima interno foram determinadas através de simulações com o programa de análise termoenergética de edificações DOE 2.1-E para um ambiente de um edifício de 8 pavimentos – esquematizado na Figura 8.1 - nas 3 diferentes localidades e com ciclo diário de climatização do ar das 8 às 17 h e desligamento durante os feriados e fins de semana. O código DOE 2.1-E forneceu ainda a radiação incidente sobre a parede em estudo -  $q_r$ . Assim, foram montados dois arquivos horários de entrada de dados para uso em simulações no *UMIDUS*: um com dados do interior da edificação (TBS e UR) e o outro com dados do exterior (TBS, UR e  $q_r$ ). Nas simulações executadas, desprezou-se o termo relacionado à radiação em ondas longas por considerar que a parede está voltada para áreas cujas temperaturas são muito próximas à temperatura de sua superfície.

Desse prédio simulado, analisou-se apenas a parede de uma sala comercial no 2º andar (indicada na Figura 8.1) com a menor incidência de radiação para evitar grandes perdas de umidade por evaporação, representando uma situação mais crítica. Em Phoenix e Seattle simulou-se a fachada voltada para o norte, enquanto em Cingapura foi estudada a parede voltada



para o sul. Adotam-se, em todas as simulações realizadas para a composição deste capítulo, paredes claras de absorvidade solar  $\alpha = 0.35$ .

A renovação de ar considerada foi de 42.2 m<sup>3</sup>/h (0.13 trocas /h) durante o período das 8 às 17 h. Assume-se, para o período restante, uma renovação de ar de 30% desse valor. Para infiltração de ar, utilizou-se o valor de 1.8 m<sup>3</sup>/h para cada m<sup>2</sup> de área de parede externa. A ASHRAE (1985) estipula que esse valor situe-se entre 0.46 e 2.7m<sup>3</sup>/h-m<sup>2</sup>.

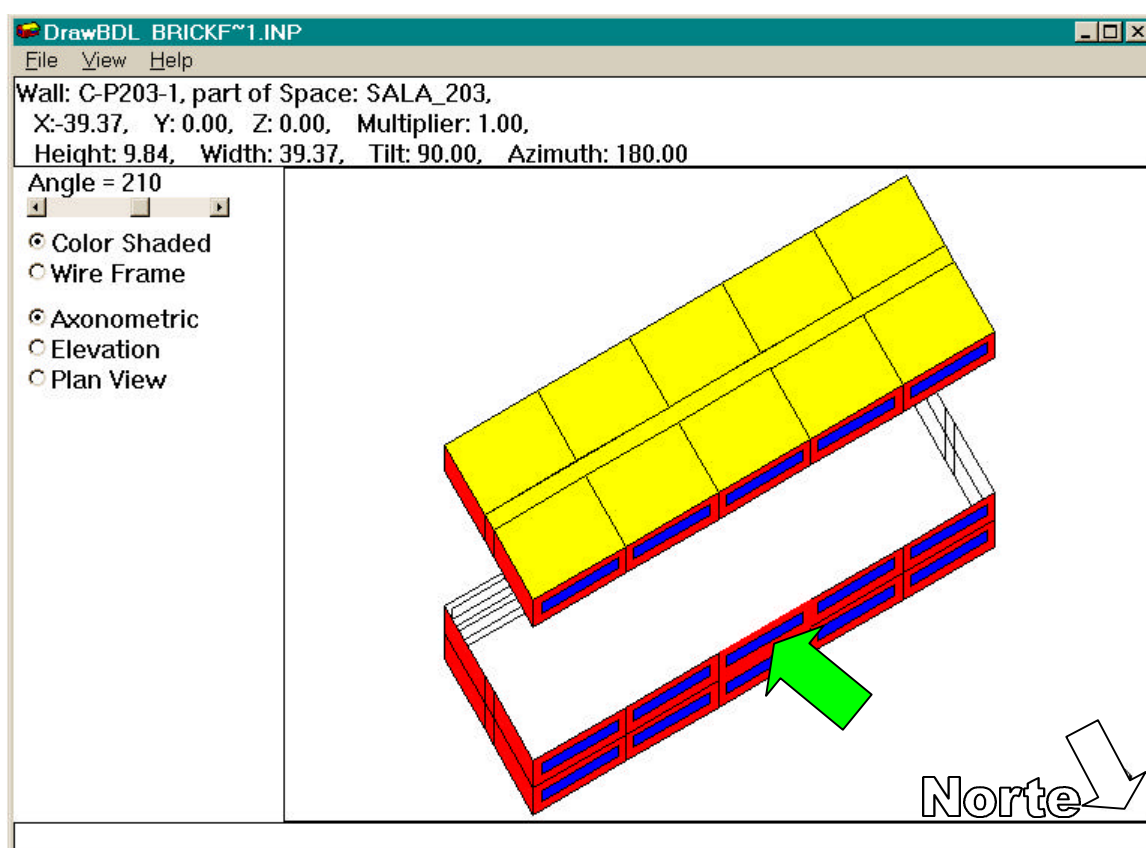


Figura 8.1: Ilustração da sala do edifício simulado com orientação estipulada para os climas de Seattle e Phoenix.

A troca de ar total por ocupante corresponde a 10 m<sup>3</sup>/h-pessoa, enquanto a NBR (1980) estabelece que esse valor esteja entre 8 e 13 m<sup>3</sup>/h-pessoa para recintos ocupados por não-fumantes.

Cada sala do prédio em estudo possui uma área de 108 m<sup>2</sup> e um volume de 324 m<sup>3</sup>. A parede externa possui uma área total de 36 m<sup>2</sup>, dos quais 12 m<sup>2</sup> são de janela. A densidade de potência de iluminação para essa sala é de 29 W/m<sup>2</sup> e a de equipamento 6 W/m<sup>2</sup>. A climatização artificial é feita através de um condicionador de ar de janela (PTAC).

A Tabela 8.1 apresenta valores das propriedades básicas para os materiais no estado seco ( $\theta=0$ ), para execução de simulações no DOE 2.1-E.

Tabela 8.1: Propriedades dos materiais ARG2, CCA, MAD e TIJ a seco.

propriedade	ARG2	CCA	MAD	TIJ
$\rho_0$ [kg/m <sup>3</sup> ]	2050.0	385.0	500.0	1900
$\lambda$ (W/m-K)	1.92	0.085	0.124	0.985
$c_m$ [J/kg-K]	932	1000	1238	950

Salienta-se que o programa DOE 2.1-E foi utilizado apenas para fornecer os dados climáticos internos para o *UMIDUS*, sem haver troca recíproca de informações. A geração do microclima interno, mesmo sendo através de um programa que ignora a presença da umidade em elementos porosos, adveio da necessidade de haver um transiente de  $T_{int}$  e  $UR_{int}$ , para melhor estudar o fenômeno acoplado. A adoção de condições constantes para o interior encobriria, por exemplo, o fenômeno de mudança de fase, onde ocorre condensação no período noturno e evaporação no diurno.

Restringe-se à apresentação parcial das condições climáticas, nas Figuras 8.2-8.4, por motivos de contenção de espaço.

Nota-se, pela Figura 8.2, que a temperatura  $T_{int}$  permanece em torno de 23 °C durante o período de condicionamento forçado do ar interno. Durante a noite, essa temperatura torna-se levemente maior que a temperatura externa.

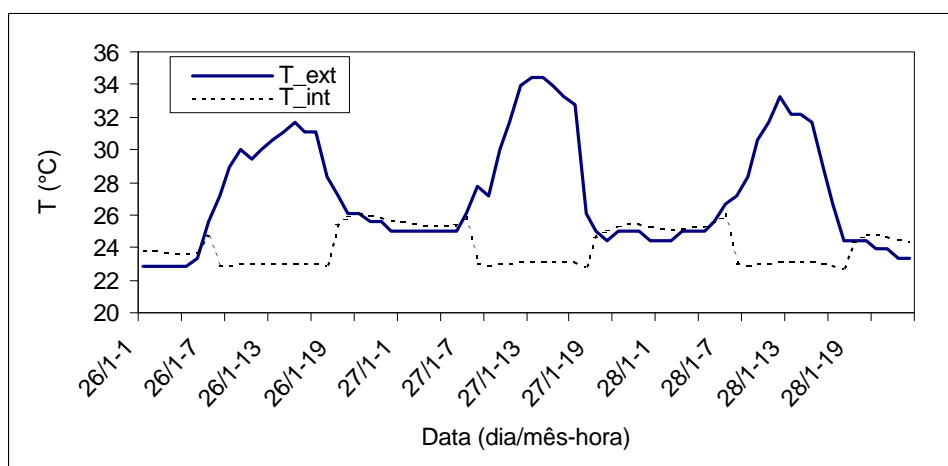


Figura 8.2: Condições internas e externas de temperatura na sala em estudo do prédio em Cingapura.

De forma semelhante à temperatura, a umidade relativa aumenta no período noturno, aproximando-se da externa e decresce com o acionamento do condicionador de ar, como é ilustrado na Figura 8.3.

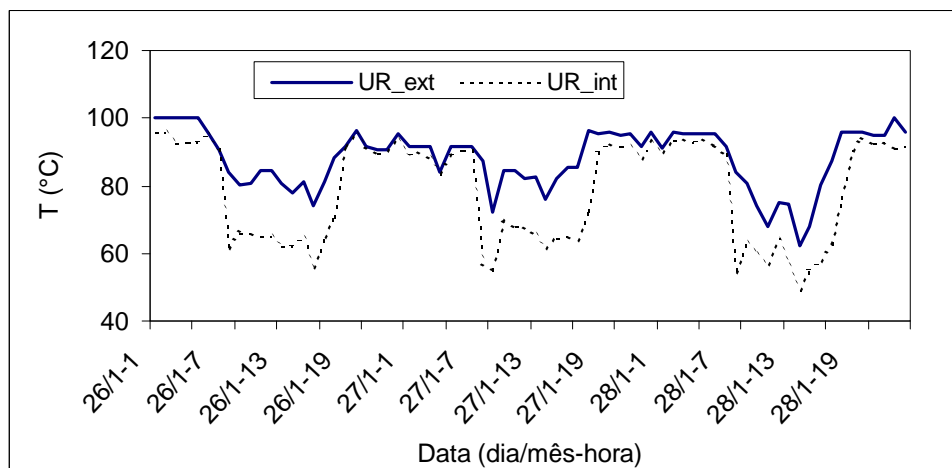


Figura 8.3: Condições internas e externas de umidade relativa na sala em estudo do prédio em Cingapura.

A Figura 8.4 exibe a radiação solar incidente na parede para os climas de Cingapura e Seattle. Nota-se que para o mesmo período do ano a radiação solar em Cingapura (verão) é muito maior que a radiação em Seattle (inverno). De toda a forma, para Seattle nunca se apresentam valores de radiação solar superiores a 240 W/m<sup>2</sup>.

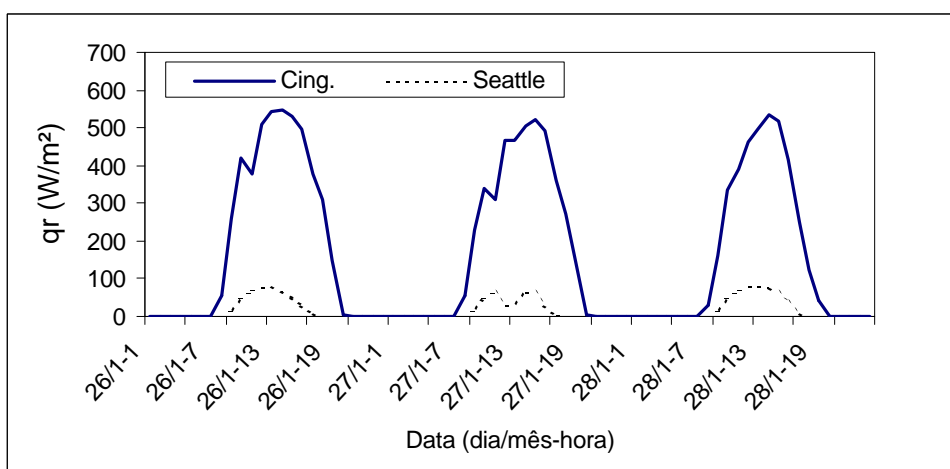


Figura 8.4: Radiação solar incidente na fachada sul para Cingapura e na fachada norte para Seattle.

O sumário dos climas dessas 3 localidades encontra-se no apêndice C.

## 8.2 – Análise qualitativa do modelo TCU\_2

Para se efetuar uma análise qualitativa da transferência de calor e umidade em elementos porosos, adimensionaliza-se o modelo TCU\_2 em função dos números de Luikov (Lu), Posnov (Pn), Biot de calor ( $Bi_T$ ), Biot de massa ( $Bi_m$ ), Fourier de calor ( $Fo_T$ ) e Fourier de massa ( $Fo_m$ ). Esses números podem ser definidos como:

$$\begin{aligned}
 Lu &= \frac{D_\theta}{\alpha}; \\
 Pn &= \frac{D_T \Delta T_{car}}{D_\theta \eta}; \\
 Fo_M &= \frac{D_\theta \Delta t}{L^2}; \\
 Fo_T &= \frac{\alpha \Delta t}{L^2}; \\
 Bi_M &= \frac{h_m L}{D_\theta}; \\
 Bi_T &= \frac{hL}{\lambda}.
 \end{aligned} \tag{8.1}$$

onde  $\Delta T_{car}$  e  $L$  são a diferença de temperatura e o comprimento característicos do problema.

Apresenta-se no apêndice D o modelo TCU\_2 em função desses números adimensionais.

Os números de Luikov e Posnov são parâmetros importantes na análise da intensidade do acoplamento do transporte simultâneo de calor e umidade em meios porosos. O número de Luikov representa a rapidez de evolução do campo de conteúdo de umidade em relação ao campo de temperatura. Assim, para baixos números de Luikov, o perfil de temperatura se desenvolve muito mais rapidamente que o perfil de conteúdo de umidade.

O número de Posnov relata a importância do transporte de umidade devido a gradientes térmicos em relação ao transporte de umidade devido a gradientes hídricos. Logo, para altos números de Posnov, o transporte de umidade ocorre predominantemente em razão de gradientes

de temperatura. Esse número de Biot tem uma maior relevância em situações onde  $\frac{\partial \theta}{\partial x} \rightarrow 0$ , pois aumenta a influência sobre o termo associado ao gradiente de temperatura, como se pode notar pela equação (D.6).

O número de Biot de calor ou de massa expressa a importância relativa da resistência térmica ou hídrica dentro de um corpo sólido. Por exemplo, para um número de Biot de massa ( $Bi_m$ ) alto, o transporte de umidade por convecção do ar para a superfície de uma parede é muito maior do que o transporte de umidade por difusão para o interior dessa parede. Assim, uma parede de elevado  $Bi_m$  possui uma alta resistência hidráulica. Analogamente, pode-se fazer a análise para fluxo de calor através de  $Bi_T$ .

Os números de Fourier de calor ou de massa são formas adimensionalizadas da variável tempo. Observa-se que a razão entre  $Fo_m$  e  $Fo_T$  fornece o número de Luikov, ou seja, a relação das velocidades de desenvolvimento dos perfis de conteúdo de umidade e de temperatura. Para material de construção civil, exceto aqueles com comportamento hídrico semelhante ao da madeira, o número de Luikov é muito baixo ( $Lu < 0.01$ ), o que possibilita o desacoplamento entre os campos hídrico e térmico, pois o estabelecimento do perfil de temperatura se faz rapidamente sem que a equação da conservação de energia tome conhecimento das variações em  $\theta$ . Entretanto, para os volumes das fronteiras, o acoplamento das variáveis  $T$  e  $\theta$  é importante por causa das trocas de vapor entre as superfícies e o ar.

As Figuras 8.5 e 8.6 ilustram a sensibilidade no consumo de energia (CAE) com variações em  $Lu$ ,  $Pn$ ,  $Bi_m$  e  $Bi_T$ , assumindo as seguintes igualdades no modelo TCU\_2 adimensionalizado (apêndice D):  $Bi_{m,ext} = Bi_{m,int}$  e  $Bi_{T,ext} = Bi_{T,int}$ . A isoterma utilizada foi a de ARG2, por possuir um elevado poder de fixação de umidade e o clima foi o de Cingapura.

Observa-se, através das Figuras 8.5 e 8.6, que quanto mais baixo o número de Luikov maior o fluxo de calor que passa pela parede. Isto ocorre por que paredes com grandes números de Luikov são bons isolantes térmicos, traduzido por uma baixa difusividade térmica. Por outro lado, a presença de umidade para uma determinada faixa de Biot mássico produz importantes resfriamentos da parede devido a evaporação, o que leva à redução da carga térmica.

A Figura 8.5 mostra uma baixa influência do número de Posnov. Esse número torna-se mais importante à medida que os números  $Bi_m$  e  $Lu$  crescem. Para números de  $Lu$  muito baixos, o campo de temperatura torna-se muito mais dependente das condições de contorno do que do perfil de temperatura em um instante anterior.

Observa-se, na Figura 8.6, uma menor sensibilidade ao  $Bi_T$  para números altos de  $Lu$ . Isto também pode ser explicado pelas informações de difusividade térmica embutidas no número de  $Lu$ .

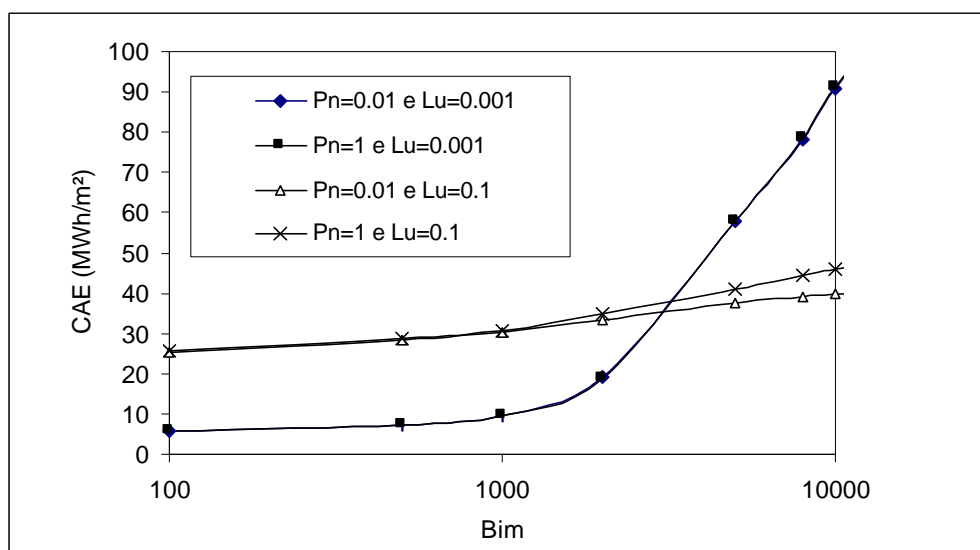


Figura 8.5: Influência de  $Bi_m$ ,  $Lu$  e  $Pn$  em CAE para  $Bi_T = 0.01$  e  $Fo_T = 1$ .

Para os pontos situados na face, nota-se uma predominância de um novo agrupamento adimensional dado pelo produto dos números de Fourier e de Biot - equações (D.15 –D.17) e (D.19-D.20) - e que não depende mais de coeficientes de transporte na parede, mas sim de coeficientes de convecção, o que faz com que os pontos do contorno estejam muito mais sob influência das variações de estado do ar envolvente do que das variações que ocorrem no interior da parede. Entretanto, exceção deve ser feita para paredes de baixo Biot.

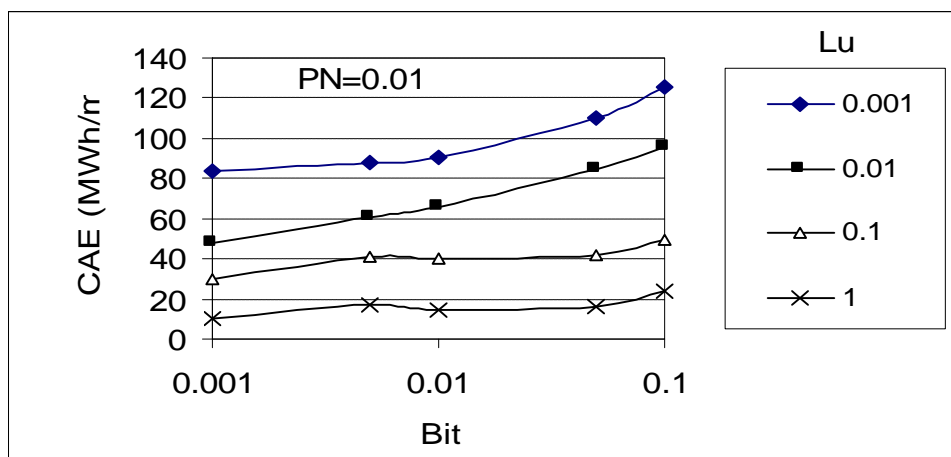


Figura 8.6: Influência de  $Bi_T$  e  $Lu$  em CAE para  $Bi_m = 10000$ ,  $For = 1$  e  $Pn = 0.01$ .

Essa análise paramétrica é útil na compreensão física do fenômeno acoplado de transferência de calor e umidade e ajuda a interpretar resultados extraídos. No entanto, ela deve ser feita com reserva, pois além de usar um modelo a coeficientes constantes, ela é feita variando-se um certo parâmetro e fixando-se os demais. Isto pode levar a interpretações errôneas. Por exemplo, uma variação em  $Bi_m$ , provoca implicitamente uma variação em  $Lu$  através do termo comum  $D_\theta$ .

Assim, analisa-se nas seções subseqüentes o transporte simultâneo de calor e umidade para coeficientes variáveis com o modelo TCU\_2 apresentado no capítulo 7, quantificando consumo anual de energia e carga de pico.

### 8.3 - Análise de sensibilidade de CP e CAE aos termos do modelo de transferência de calor e umidade

TCU\_2 é um modelo completo, no sentido de apresentar todos os termos do modelo de Philip e De Vries (1957) com todos os coeficientes variáveis em função do conteúdo de umidade e da temperatura. Isso o torna computacionalmente pesado quando se pensa em simulações de fenômenos termofísicos em edificações, tornando-se clara a necessidade de simplificá-lo, de forma a atender tanto às necessidades de precisão como às de custo.

Optou-se, assim, por fazer uma análise de sensibilidade aos termos das equações governantes do modelo, permitindo não apenas averiguar efeitos de possíveis simplificações em termos de fluxo de calor – consumo anual de energia e carga de pico - como também comparar modelos mais simplificados como o do MOIST e do IBLAST citados no capítulo 1, além de possibilitar a análise de redução de tempo de CPU. Esse estudo é feito através de geração de submodelos mais simplificados.

A fim de derivar os diversos submodelos a estudar, reescreve-se a equação de conservação de energia como:

$$\rho_0 c_m(T, \theta) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(T, \theta) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + L(T) \rho_1 \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{TV}(T, \theta) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + L(T) \rho_1 \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{\theta v}(T, \theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right). \quad (8.2)$$

Para fins de simplificação, denota-se  $V_T$  e  $V_\theta$  para designar o segundo e o terceiro termos do lado direito da equação (8.2). Assim, reescreve-se a equação 8.2 como:

$$\rho_0 c_m(T, \theta) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda(T, \theta) \nabla T) + V_T + V_\theta. \quad (8.3)$$

A Tabela 8.2 descreve esquematicamente os submodelos derivados do modelo completo.

Tabela 8.2: Descrição esquemática dos submodelos derivados.

Submodelo	Hipóteses
0	nenhuma (modelo original – TCU_2)
1	$V_\theta = 0$
2	$V_T, V_\theta = 0$
3	$V_T, V_\theta = 0$ e $\lambda = \text{constante}$ .
4	$V_T, V_\theta = 0$ e $D_T, D_\theta, c_m$ e $\lambda = \text{constante}$
5	$D_\theta, D_T, D_{\theta v}, D_{TV} = 0$ e $c_m, \lambda = \text{constante}$

As condutividades térmicas pura e aparente se relacionam através da seguinte expressão:

$$\lambda_{app}(T, \theta) = \lambda(T, \theta) + L(T) \rho_1 D_{TV}(T, \theta). \quad (8.4)$$



O submodelo 0 é o modelo original com todos os coeficientes variáveis dado pelas equações do modelo TCU\_2 em sua forma completa, como apresentado no capítulo 7. O submodelo 1 omite o termo fonte da equação (8.3), o qual é associado ao gradiente de conteúdo de umidade ( $V_\theta$ ). Neste caso, a expressão resultante da equação da conservação de energia, pode ser escrita em termos de  $\lambda_{ap}$  como:

$$\rho_0 c_m \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (\lambda_{ap} \nabla T). \quad (8.5)$$

Desprezando-se o termo  $L\rho_1 D_{TV}$  na equação (8.4), obtém-se o submodelo 2 representado pela seguinte equação de conservação de energia:

$$\rho_0 c_m \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (\lambda \nabla T). \quad (8.6)$$

O submodelo 3 é o mesmo que o submodelo 2, exceto que a condutividade térmica pura,  $\lambda$ , é constante. O submodelo 4, derivado do submodelo 3, assume os coeficientes  $D_\theta$ ,  $D_T$  e  $\lambda$  como sendo constantes.

Todos apresentam a mesma estrutura matemática básica, exceto o submodelo 5 que despreza todos os efeitos do campo de umidade, trabalhando-se apenas com a equação da conservação da energia a coeficientes constantes.

Compara-se a seguir, através de simulações entre os diferentes submodelos apresentados acima, a influência de termos do modelo completo no consumo anual de energia - CAE - e nas cargas de pico - CP.

Esse estudo é feito para as paredes W1 e W2, com um passo de tempo de 1h. Pelo fato de não se dispor de  $D_{\theta V}$  e  $D_{TV}$  para a madeira - W2, não foi possível aplicar os submodelos 0 e 2, sendo o submodelo 1 o mais completo para esse material.

A Tabela 8.3 apresenta valores de CAE e CP para as paredes W1 (submodelo 0) e W2 (submodelo 1) nas diferentes localidades. Nota-se, por essa tabela, que Cingapura e Phoenix tiveram situações de resfriamento enquanto Seattle foi de aquecimento.

Tabela 8.3: CP, CAE, razões entre cargas latente e total ( $Q_L/Q_T$ ) e instante de maior demanda de energia para as paredes W1 (submodelo 0) e W2 (submodelo 1) nas diferentes localidades.

	W1			W2		
	Cing.	Seattle	Phoenix	Cing.	Seattle	Phoenix
CP(W/m <sup>2</sup> )	44.2	-107.5	44.4	86.7	-87.2	91.4
$[Q_L/Q_T]_{CP}$	0.33	0.40	0.10	0.64	0.48	0.54
Data (d/m-h) <sub>CP</sub>	27/1-17h	6/12-9h	1/8-17h	27/1-15h	6/12-9h	2/8-14h
CAE (kWh/m <sup>2</sup> )	23288	-76154	24397	47612	-64420	45319
$[Q_L/Q_T]_{CAE}$	0.62	0.22	0.28	0.57	0.34	0.44

Para os submodelos 3 e 4, faz-se uma subdivisão através da adição das letras a, b e c, significando que as propriedades consideradas constantes são avaliadas, respectivamente, para conteúdos de 0, 5 e 10% para W1 e 0, 10 e 20% para W2. Essa subdivisão proporciona uma noção da sensibilidade do submodelo à variação das propriedades. A determinação dos coeficientes constantes foi feita, em todos os casos, a temperatura de 25 °C.

8.3.1 Submodelos 1 e 2: Omissão do termo fonte  $V_T$  e/ou  $V_\theta$  na equação da conservação da energia

Primeiramente, ao originar o submodelo 1, omitiu-se  $V_\theta$  da equação (8.3), que representa um termo de calor latente específico associado a um gradiente de conteúdo de umidade. Decidiu-se desprezar esse termo por que gradientes hídricos normalmente têm mais influência em transportes de líquido do que de vapor, enquanto o gradiente de temperatura é mais importante para a fase vapor. Observou-se também que, para materiais de baixo  $Lu$  e alto  $Bi_m$ ,  $\partial\theta/\partial x$  é pequeno comparado a  $\partial T/\partial x$ , para a maioria dos nós da parede, principalmente os mais internos. Assim, a simplificação resultante (submodelo 1) apresenta ótimos resultados, com erros percentuais abaixo de 0.1% tanto em CAE como em CP, conforme mostrado na Figura 8.7 para as três localidades.

O submodelo 2 despreza adicionalmente  $V_T$  da equação (8.3), o que significa desprezar a diferença entre as condutividades térmicas pura e aparente. Essas condutividades se confundem a temperaturas inferiores a 10°C. Este submodelo exibiu erros inferiores a 2%. Eventualmente,

erros maiores podem ser constatados quando a relação  $D_{TV}/\lambda$  for mais importante e quando houver uma massa térmica baixa que pode aumentar os gradientes de temperatura.

Este submodelo apresentou erros maiores em climas quentes, o que é coerente, pois a razão entre as condutividades aparente e pura é crescente com a temperatura.

O tempo médio de simulação, usando o submodelo 0 - para a parede mais espessa (W1) com 37 pontos nodais - em um computador Pentium de 133 MHz, foi de 301 segundos. O tempo de simulação com o submodelo 1 é reduzido em 19% do tempo gasto para simular com o submodelo 0, enquanto com o submodelo 2 atinge-se uma redução de cerca de 37% do tempo de CPU. Retorna-se a discussão do ganho em tempo de processamento ao apresentar a Figura 8.9.

A consideração de modelos mais simplificados que o submodelo 2 conduz a modelos que podem apresentar resultados precisos de CAE e CP, mas para uma determinada situação podem apresentar erros maiores. Por exemplo, em situações em que o gradiente de temperatura é alto, é possível que resultados ruins sejam obtidos tanto em termos de valores de CP como de CAE, por não se ter uma condutividade térmica variável. Para o clima árido de Phoenix, esta diferença é reduzida, mesmo sob presença de um gradiente alto de temperatura, pelo fato de que  $\theta$  é baixo e que seu gradiente também o é. O uso desses modelos mais simplificados são discutidos nos itens 8.3.2 a 8.3.4.

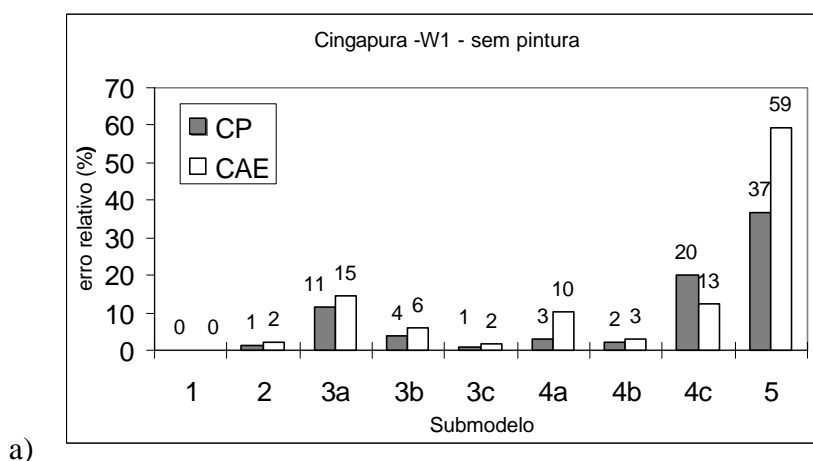


Figura 8.7: Erros na estimativa de CAE e de CP para W1 em Cingapura (a), Seattle (b) e Phoenix (c) usando-se diferentes submodelos e confrontando-os com o submodelo 0.

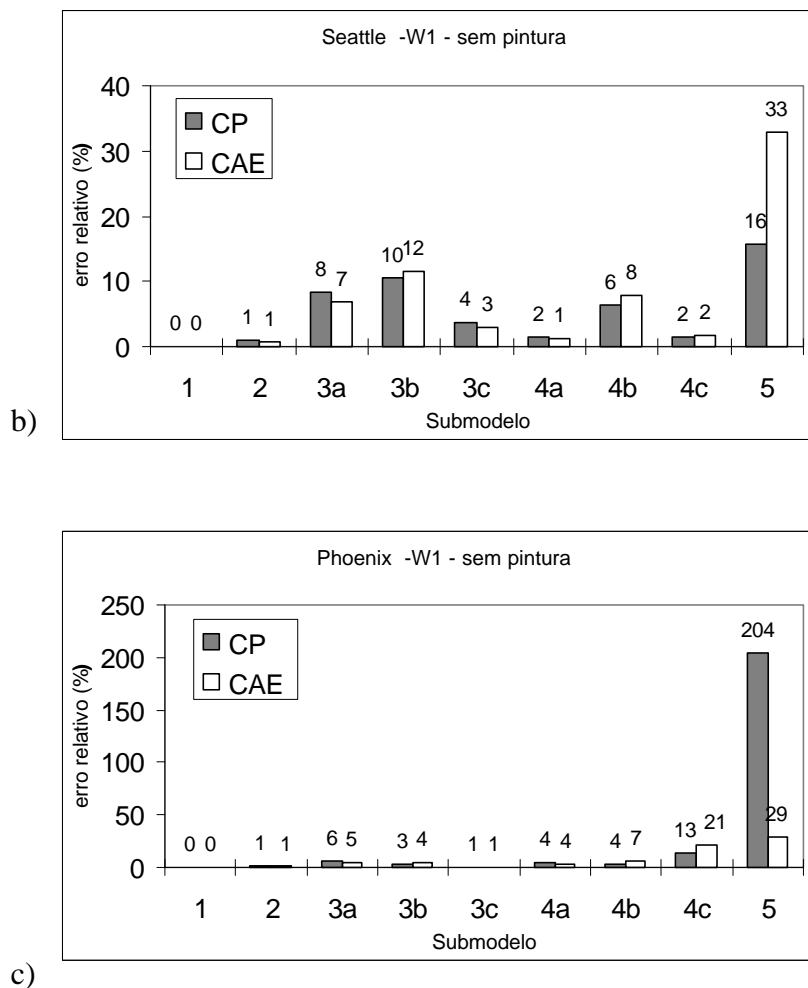


Figura 8.7: Erros na estimativa de CAE e de CP para W1 em Cingapura (a), Seattle (b) e Phoenix (c), usando-se diferentes submodelos e confrontando-os com o submodelo 0. (Continuação).

8.3.2 - Submodelo 3: Omissão do termo fonte na equação (8.3) e consideração da condutividade térmica constante

Desprezando o termo fonte na equação de conservação de energia ( $V_T=V_\theta=0$ ) e assumindo condutividade térmica constante, mostra-se pelas Figuras 8.7 e 8.8 que o submodelo 3 leva a valores razoavelmente bons com uma redução de 54% do tempo em relação ao submodelo 0.

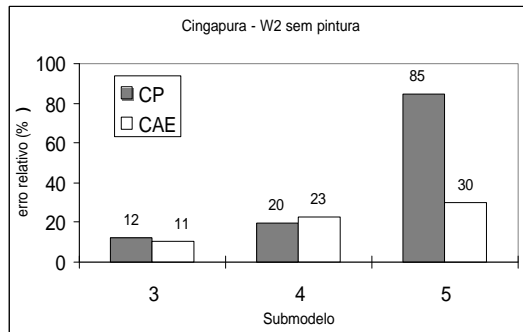
A precisão dos resultados neste caso depende do valor de  $\lambda$  adotado e de  $\partial\theta/\partial x$ . Estes, basicamente, dependem de fatores geométricos, características termofísicas das paredes, do clima e das condições internas do ambiente.

Para conteúdos de umidade baixo, a condutividade térmica aparente é próxima da condutividade  $\lambda_{\text{seco}}$ . Esse é o caso em que se espera por resultados mais precisos para o programa MOIST (Burch e Thomas, 1991). Logo, acredita-se que o MOIST forneça resultados confiáveis quando o sistema estiver envolvido com pelo menos uma das seguintes características: clima seco, baixa carga de infiltração e barreiras à migração de umidade com baixo conteúdo inicial.

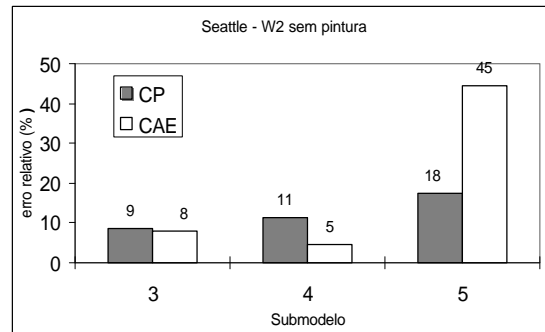
Entretanto, há casos em que os erros causados por assumir  $\lambda$  constante podem ser maiores se um valor incorreto de  $\lambda$  for usado, especialmente quando  $\partial T/\partial x$  e  $\partial\lambda/\partial\theta$  forem grandes como em paredes leves. Por exemplo, uma simulação com o submodelo 3, usando  $\lambda_{\text{seco}}$ , levou a erros inferiores a 15% no consumo de energia integrado no ano em Cingapura, enquanto em Phoenix esse erro foi de apenas 5%.

Normalmente, o uso de  $\lambda_{\text{seco}}$  leva a distorções maiores quando o clima é úmido, pois com o conteúdo de umidade alto há um retardamento da evolução da temperatura em relação ao conteúdo de umidade quando comparado a climas mais secos, uma vez que a inércia térmica aumenta e a condutividade térmica é invariável. Além do mais, a dependência de  $\lambda$  com o conteúdo de umidade é alta, como fora visto no capítulo 5.

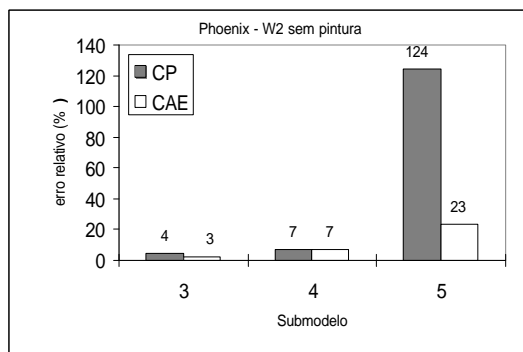
O submodelo 3, apesar de possuir os problemas supracitados, leva a resultados que podem ser, na maioria das vezes, considerados bons dentro de certos interesses, tais como no cálculo de CAE em climas secos ou onde a contribuição de condução em material poroso for muito pequena em relação a outras considerações como a de ganho de radiação solar através de áreas envidraçadas. Nesses casos, a aplicação de um modelo mais sofisticado não é justificável e este resolveria o problema em aproximadamente metade do tempo gasto com a execução do submodelo 1. A opção de entrar com uma curva  $\lambda=\lambda(\theta, T)$  no programa MOIST conduziria a resultados bem melhores, equivalentes ao submodelo 2.



a)



b)



c)

Figura 8.8: Erros na estimativa do CAE e da CP de W2 em Cingapura (a), Seattle (b) e Phoenix (c), usando-se diferentes submodelos e confrontando-os com o submodelo 1.

Observa-se ainda nas Figuras 8.7 e 8.8 que o submodelo 3 pode também levar a melhores resultados dependendo do valor assumido para a condutividade, principalmente quando esta for fortemente dependente do conteúdo de umidade. Justamente a maior diferença com o 3a, que considera a condutividade como sendo igual à do material seco, ocorreu em climas úmidos, principalmente o de Cingapura, pelo fato de ser muito úmido e quente, provocando também altos gradientes de temperatura. Como esperado, o submodelo 3a apresenta melhores resultados para Phoenix (baixo  $\theta = \theta(x)$ ). Em Seattle, a parede apresenta um conteúdo de umidade médio bastante elevado (Figura 8.10) e, no entanto, os gradientes de temperatura e umidade têm normalmente sentidos opostos, o que provoca uma atenuação do efeito da transferência de massa sobre a transferência de calor.

O submodelo 3c se adequa bem a climas úmidos, pois suas propriedades são avaliadas para um conteúdo de 10%. Este conteúdo é realístico para a argamassa, mas não para o tijolo; mas as propriedades desse material não são tão afetadas por essa superestimativa de conteúdo e

é na argamassa (próximo à face) que estão os maiores gradientes tanto de temperatura como de umidade, necessitando, portanto, de uma melhor avaliação das propriedades.

### 8.3.3 - Submodelo 4: Omissão dos termos $V_\theta$ e $V_T$ na equação (8.3) e consideração de todos os coeficientes constantes

O submodelo 4 assume todos os coeficientes constantes e apresenta resultados aceitáveis quando  $\partial\theta/\partial x$  não for significativo. Entretanto, esta diferença em paredes de alto Lu é expandida. Este modelo é justificável em casos onde o número de Luikov for baixo e os números de Biot de massa e de calor forem altos, provocando variações pequenas tanto temporais como espaciais em  $\theta$ . De uma forma geral, ele deve obrigatoriamente ser usado em casos onde se desconhece a variação dos coeficientes ou em casos onde o método de solução só aceite coeficientes constantes. Outro fator que pode justificar o uso deste submodelo é a grande rapidez com que as simulações são executadas (88% de redução em relação ao submodelo 0). Nota-se, através das Figura 8.7 e 8.8, que o submodelo 3 mostra-se melhor que o submodelo 4 para um material de alto número de Luikov. Entretanto, para muitos casos com a parede W1 (baixo Lu), o submodelo 4 apresentou melhores resultados que o submodelo 3. Retorna-se ao assunto na seção 8.9.

### 8.5.4 – Submodelo 5: Omissão dos efeitos de umidade

Observa-se, ainda nessas Figuras 8.7 e 8.8, que o uso do submodelo 5 para cálculo de CP e CAE, normalmente, implica grandes erros por não avaliar as trocas de calor latente entre a superfície interna e o ar que a envolve, mesmo em climas secos como o de Phoenix, por não considerar em nenhuma hipótese a presença da umidade na transferência de calor.

A Figura 8.9 apresenta a redução média no tempo de simulação para os diferentes submodelos. Nota-se que o uso do submodelo 4, com todos os coeficientes de transporte constantes, é quase tão rápido quanto o submodelo 5, fornecendo resultados que podem ser considerados satisfatórios dentro de certas necessidades.

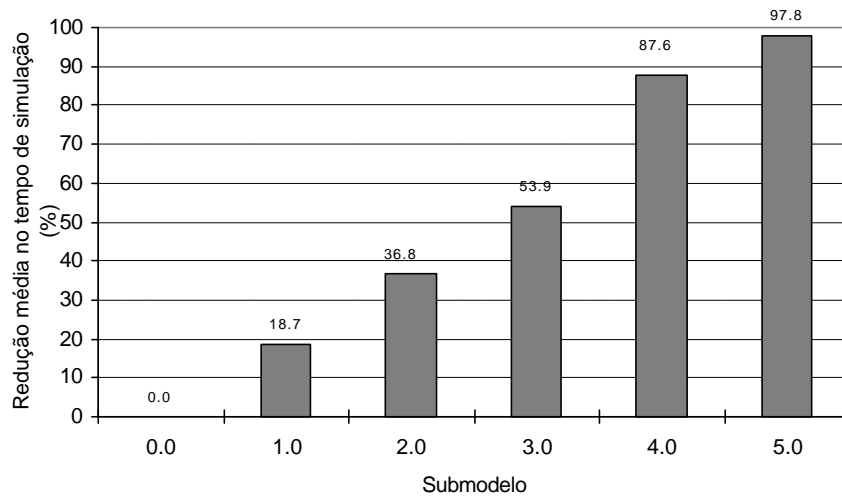


Figura 8.9: Redução média no tempo computacional para os diferentes submodelos.

A Figura 8.10 mostra a evolução do conteúdo volumétrico de umidade médio da parede W1, usando o submodelo 0, observando-se que a parede em Cingapura encontra-se predominantemente mais úmida que em Seattle, exceto nos meses em que a radiação solar incidente for muito elevada, provocando altas taxas de evaporação durante o dia em Cingapura.

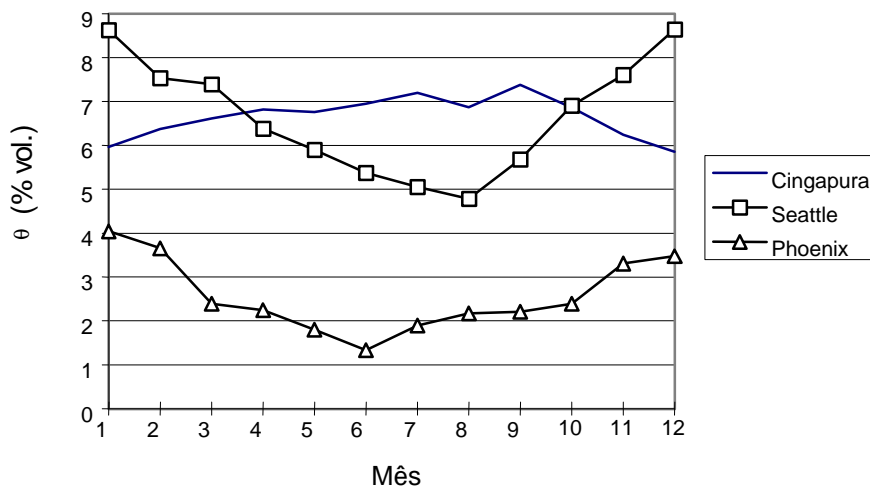


Figura 8.10: Conteúdo volumétrico médio de umidade em W1 ao longo de um ano nas diferentes localidades analisadas.

Obviamente, o calor latente apresenta um papel importante no cômputo energético global. Entretanto, o erro no cálculo através do submodelo 5 é atenuado pelo fato de que a presença de uma superfície úmida provoca o abaixamento de temperatura, devido à evaporação,



para um ambiente de menor concentração de vapor, fazendo com que a parcela de calor sensível calculada com os submodelos 0-4 seja reduzida, diminuindo, portanto, a carga total e, como conseqüência, a diferença entre os modelos que consideram e os que não consideram umidade.

Comprova-se, pelas Figuras 8.7 e 8.8, que o submodelo 5, além de não fornecer nenhuma informação quanto ao teor de umidade da parede, pode levar a erros altos nos resultados de consumo e de demanda máxima de carga de condução. Será visto na seção 8.5 que esses erros podem aumentar significativamente com a adição de uma camada semi-permeável de pintura.

Inesperadamente, para o clima de Phoenix, surgiram grandes diferenças no cálculo de CP (Figuras 8.7 e 8.8), que podem ser atribuídas ao fato de que o processo de mudança de fase na superfície interna da parede provoca um abaixamento da diferença entre as temperaturas do ar interno e da superfície da parede, reduzindo consideravelmente a carga sensível instantânea de condução. Isto faz com que as demandas máxima de energia, calculadas pelos submodelos 0 e 5, ocorram em instantes diferentes. Retorna-se a essa explicação no item 8.5, ao notar que essas diferenças são maiores ainda com a presença de uma camada de pintura.

De uma forma geral, os modelos de 0-4 podem ser escolhidos dependendo da situação e do interesse. Por exemplo, em um clima muito seco, com altas fontes de carga térmica, o submodelo 4 pode ser usado sem maiores problemas. Entretanto, se dados precisos estão disponíveis, deve-se usar o submodelo 0 ou 1 para obter resultados mais confiáveis.

#### 8.4 - Avaliação da influência do transporte de umidade associado a gradientes de temperatura

Avalia-se, nesta seção, a influência do transporte de umidade devido a um gradiente de temperatura, como tentativa de obtenção de submodelos mais rápidos sem necessidade do coeficiente  $D_T$ .

Essa análise é feita para paredes simples de argamassa, madeira, tijolo e concreto celular em Cingapura, por representar um clima que sempre pode provocar gradientes altos de temperatura. Essa análise de sensibilidade é feita de forma análoga àquela feita na seção 8.3, ou seja, verificação das conseqüências em se fazer  $\frac{\partial}{\partial x} \left( D_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0$ . Aplica-se esta hipótese em cada um dos submodelos, apresentados na seção 8.3, que levam em conta a migração de umidade, renomeando-os pela adição do cardinal 6 seguido de traço com o número designando

o submodelo original. Por exemplo, o submodelo 6-0 corresponde ao submodelo 0 quando despreza-se a migração hídrica devido ao gradiente de temperatura e assim por diante. A Figura 8.11 exibe os valores encontrados com esta simplificação.

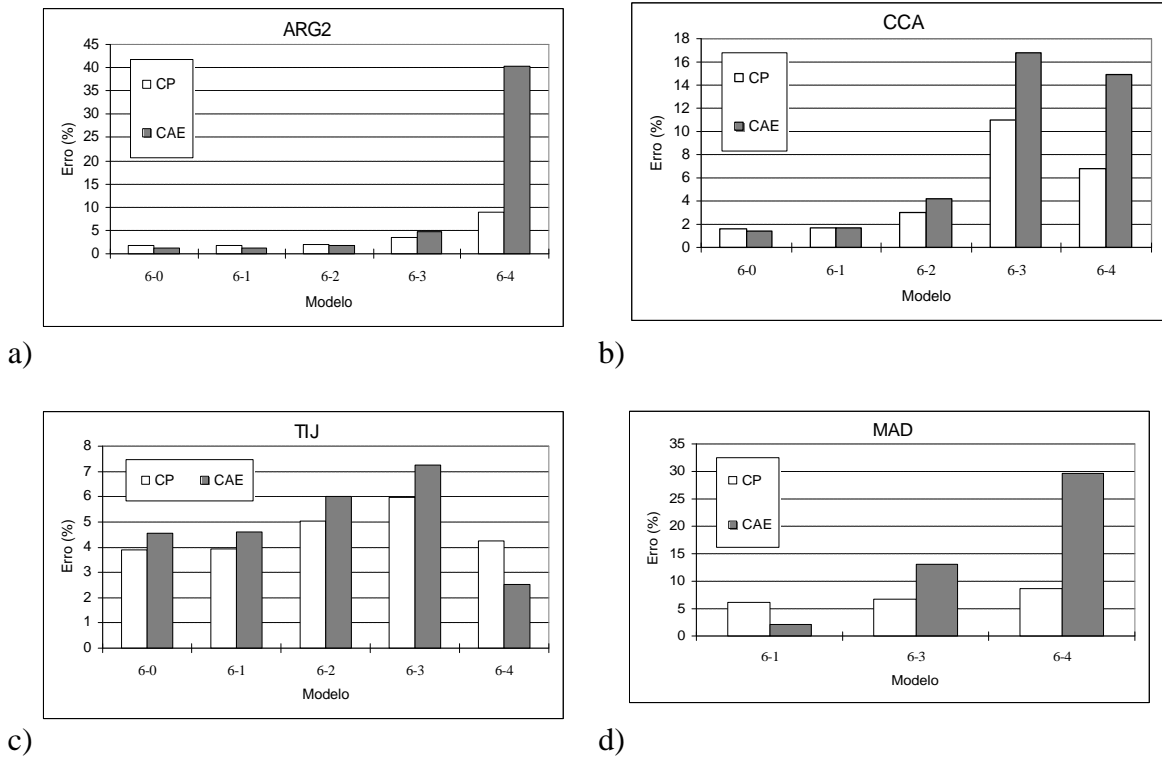


Figura 8.11: Erro na avaliação de CAE e CP na aplicação da hipótese  $\frac{\partial}{\partial x} \left( D_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0$

(submodelo 6) aos diversos submodelos. a) Argamassa; b) Concreto celular aerado; c) Tijolo e d) Madeira.

A redução no tempo não é muito significativa - em torno de 5% - e, como mostrado na Figura 8.11, provoca erros que podem ser consideravelmente ampliados, dependendo da situação, como no caso de o gradiente térmico ser mais importante que o hídrico (presença de obstáculos ao fluxo de massa) com um alto número de Posnov. Aconselhar-se-ia esta hipótese apenas em situações quasi-isotérmicas, pois o ganho em CPU é insignificante e a determinação do coeficiente  $D_T$ , via modelo matemático, é relativamente simples com resultados razoavelmente satisfatórios, como mostrado no capítulo 4.

## 8.5 - Efeitos de camadas de pintura

Pinturas diminuem drasticamente as trocas mássicas por convecção que acontecem entre as superfícies das paredes e o ar que as envolve, fazendo com que as trocas latentes tornem-se baixas, reduzindo a diferença entre os diversos submodelos (Figura 8.14) de transferência de calor e umidade apresentados no item anterior. Este efeito, como mostrado na seção 6.6, é matematicamente embutido no coeficiente de convecção mássica -  $h_m$  - através de associação de resistências em série.

A Figura 8.12 apresenta valores do número de Biot mássico e de resistência à convecção mássica equivalente - $R_{eq}$  - resultante da associação serial de ar e pintura. Para o cálculo desse número, utilizou-se, para uma parede de 0.1 m a temperatura de 25°C, coeficientes  $h_m = 0.01$  m/s e  $D_\theta = 1e-8$  m<sup>2</sup>/s. Nota-se que  $R_{eq}$  decai abruptamente com a inserção de uma camada de pintura e para permeâncias acima de 500 ng/m<sup>2</sup>-s-Pa, pouca variação é notada. Isto quer dizer que é esperado pouca sensibilidade do fluxo de calor ao valor de permeância quando esta ultrapassa um determinado valor que é característico de cada parede.

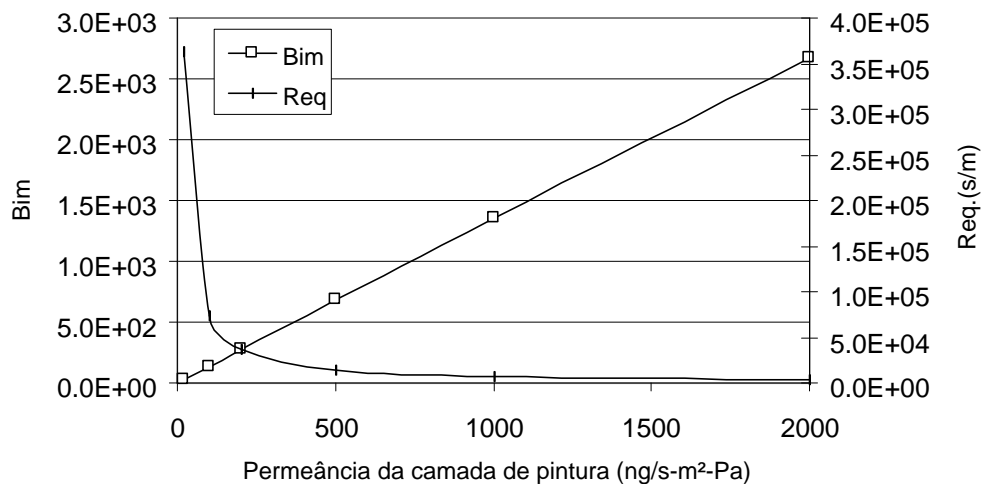


Figura 8.12: Dependência de Biot mássico com a permeância da camada de pintura.

Rode e Burch (1995) usaram  $M=190$  ng/m<sup>2</sup>-s-Pa para a parede externa e 980 para a parede interna, considerando camadas de látex. Foram escolhidos, para fins de avaliação de sensibilidade do fluxo, dois valores de permeância; um representa uma cobertura de pintura de permeância 200 e o outro de 900 ng/m<sup>2</sup>-s-Pa. Divide-se a análise em três casos: A, B e C. A

Tabela 8.4 apresenta os valores de permeância escolhidos para paredes submetidas aos 3 diferentes casos.

Tabela 8.4: Valores de permeância (ng/m<sup>2</sup>-s-Pa) para os 3 diferentes casos.

	Caso A	Caso B	Caso C
Camada externa	200	900	200
Camada interna	200	900	900

A Figura 8.12 indica que mesmo com um abaixamento de permeância de 900 para 200 ng/m<sup>2</sup>-s-Pa, a resistência equivalente não sofre um grande acréscimo e, como é exposto na Figura 8.13, não há grandes diferenças entre os casos A, B e C. Demonstra-se de uma forma geral que a parede é muito sensível ao fato de ter ou não uma camada de pintura, sendo, no entanto, pouco sensível ao tipo de pintura, para permeâncias acima de um certo valor, como fora discutido acima.

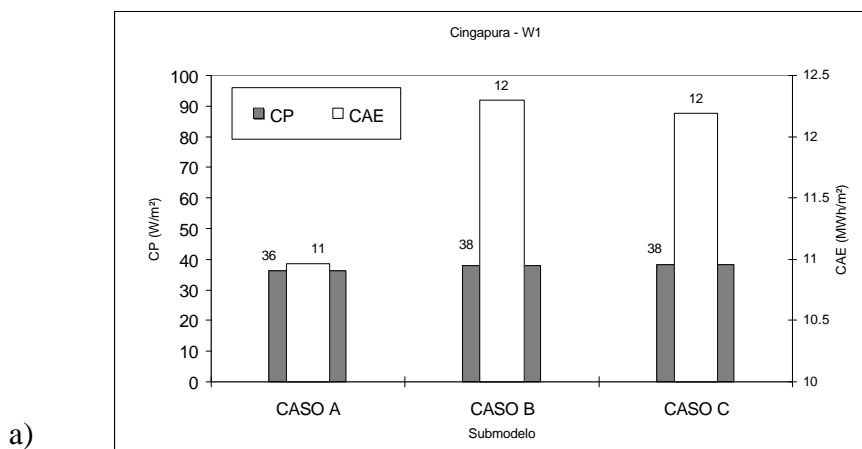


Figura 8.13: Erros na estimativa de CAE e de CP para W1 com pintura (caso A, B e C) nas diferentes localidades, usando-se diferentes submodelos e confrontando-os com o submodelo 0. a) Cingapura, b) Seattle e c) Phoenix.

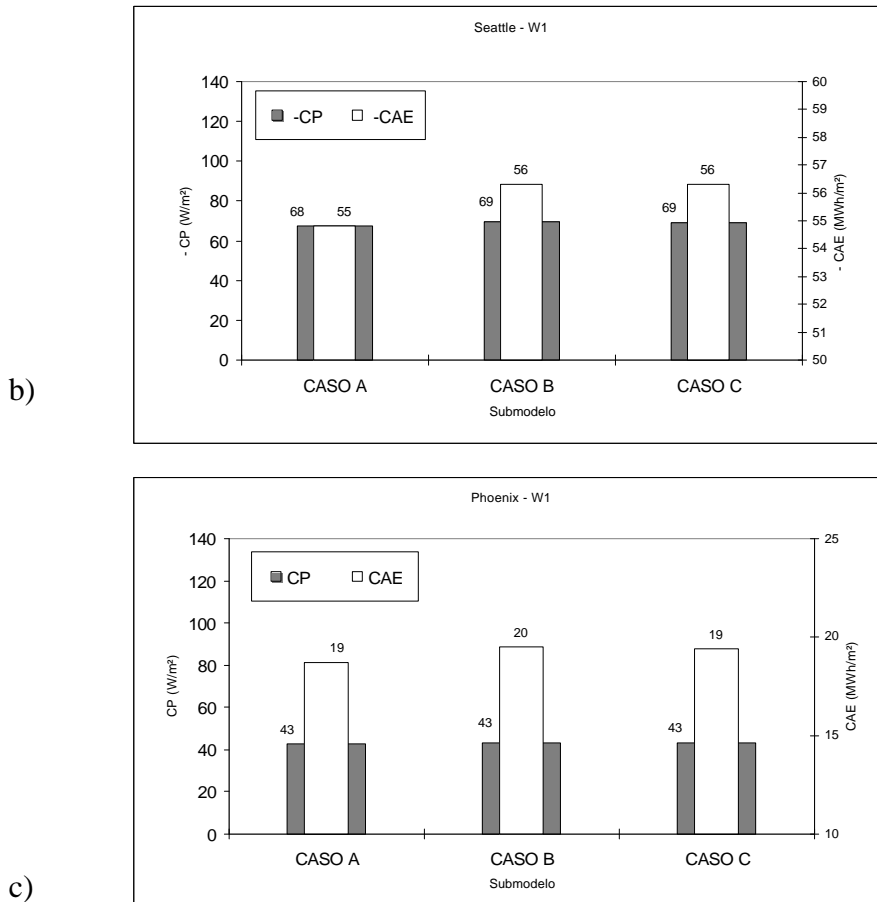


Figura 8.13: Erros na estimativa de CAE e de CP para W1 com pintura (caso A, B e C) nas diferentes localidades, usando-se diferentes submodelos e confrontando-os com o submodelo 0. a) Cingapura, b) Seattle e c) Phoenix. (Continuação).

Nota-se, pela Figura 8.14, que as diferenças entre os submodelos 0-4, que levam em conta a presença da umidade, foram diminuídas, uma vez que o conteúdo de umidade é reduzido.

Sabe-se, no entanto, que as diferenças entre os modelos que consideram a umidade e os que não a consideram, não se deve apenas à mudança de fase, mas também à variação de condutividade térmica e inércia da parede. Entretanto, à medida que se aumenta a capacidade térmica no lado esquerdo da equação de conservação de energia, aumenta-se também a condutividade térmica no lado direito dessa equação, o que no final do balanço afeta menos o fluxo de calor pela parede.

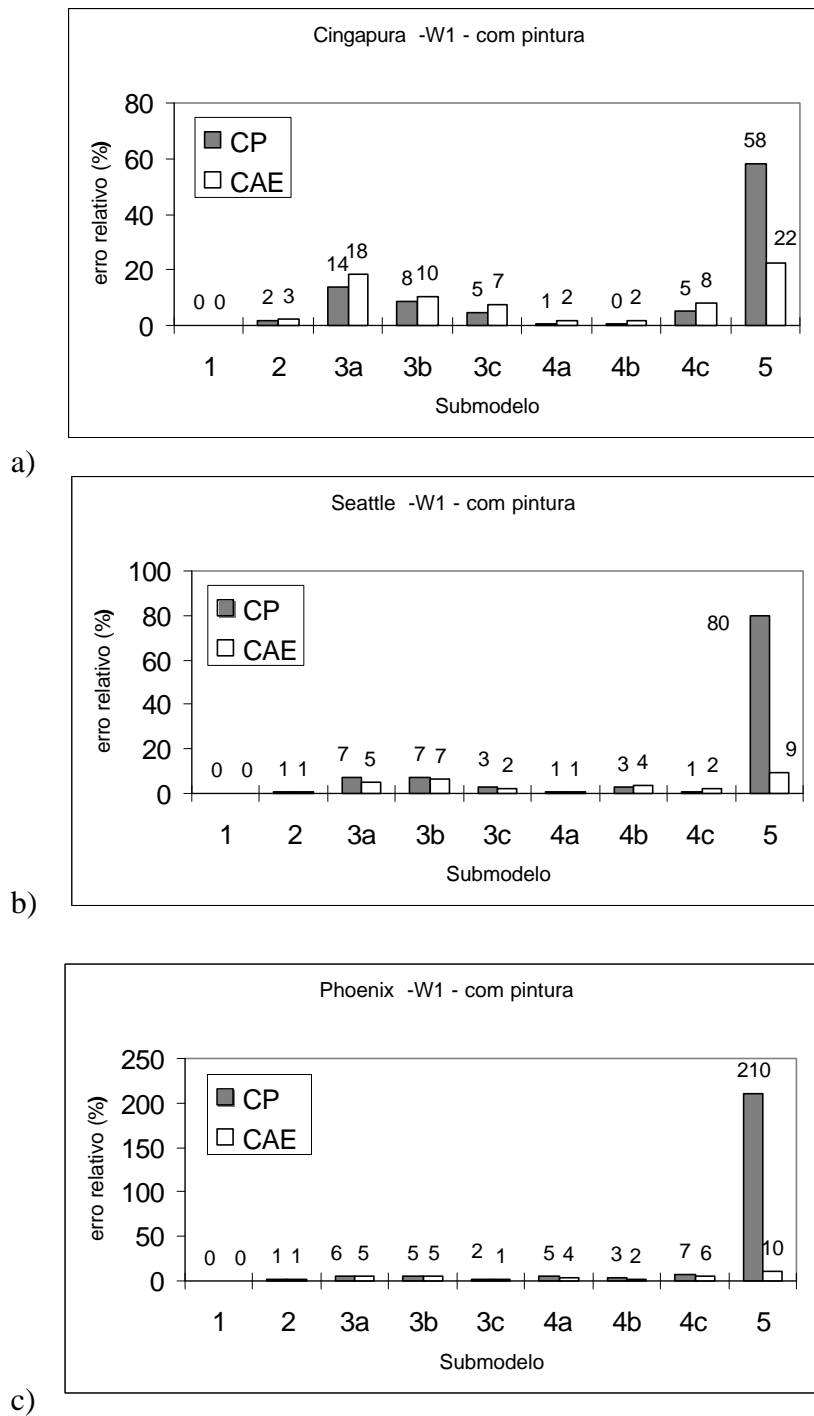


Figura 8.14: Erros na estimativa do CAE e da CP de W1 com pintura (caso C) nas diferentes localidades, usando-se diferentes submodelos e confrontando-os com o submodelo 0. a) Cingapura, b) Seattle e c) Phoenix. (Continuação).

A fim de avaliar a influência da variação de conteúdo de umidade na inércia térmica e na condução de calor da parede são definidos os seguintes coeficientes de sensibilidade:

$$E_{\lambda} = \left[ \frac{\theta}{\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \right]_{T_{cte}} \quad \text{e} \quad E_C = \left[ \frac{\theta}{(\rho c)} \frac{\partial (\rho c)}{\partial \theta} \right]_{T_{cte}}$$

A Figura 8.15 mostra esses coeficientes para os materiais das paredes W1 e W2. Nota-se que as magnitudes são praticamente as mesmas, confirmando o fato de que os efeitos de aumento de inércia térmica e de condutividade tendem a se anular, principalmente numa parede de madeira. Para a argamassa, nota-se que após um conteúdo em torno de 5% a capacidade térmica cresce significativamente em relação à condutividade térmica. Entretanto, a espessura de camada de argamassa em W1 é pequena, reduzindo o efeito dessa diferença. Para a madeira, a difusividade térmica  $\alpha$  quase que independe do conteúdo de umidade.

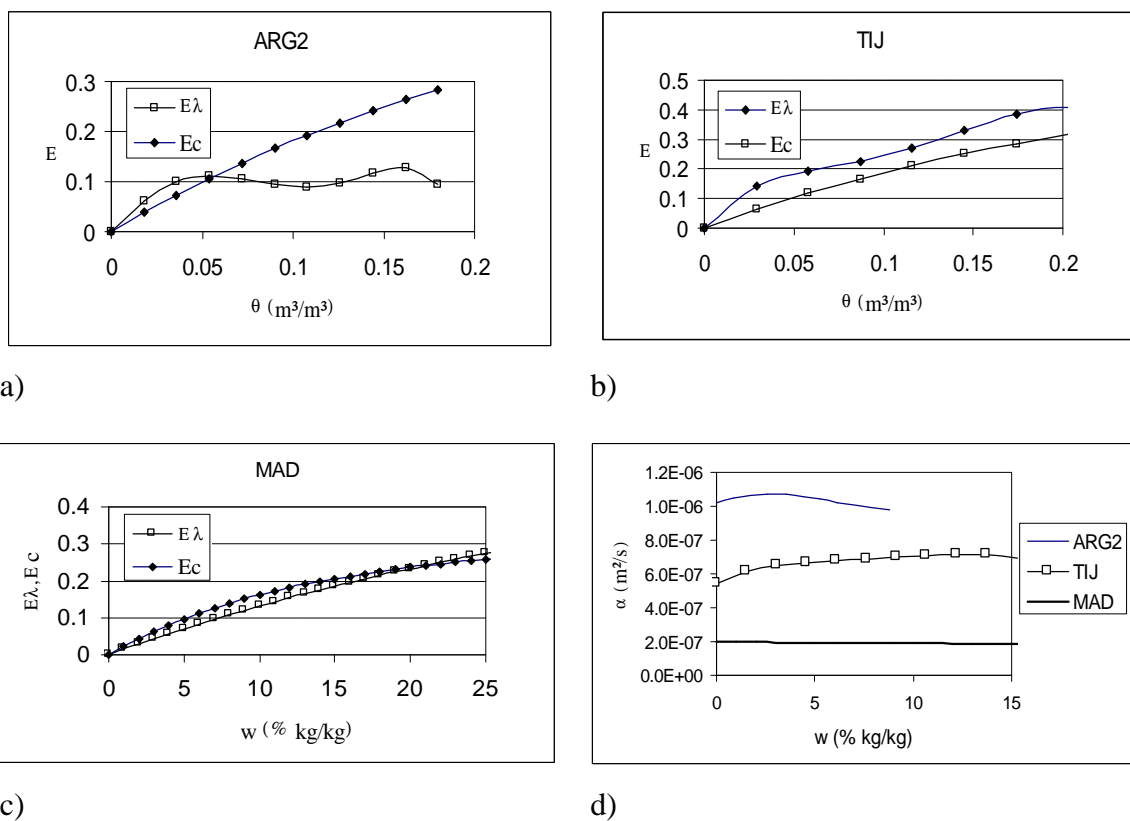
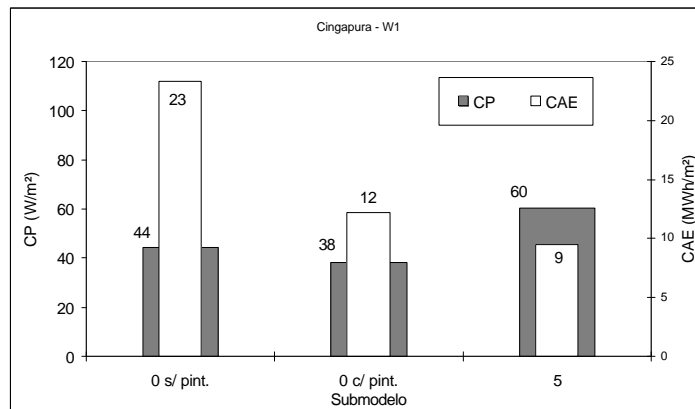


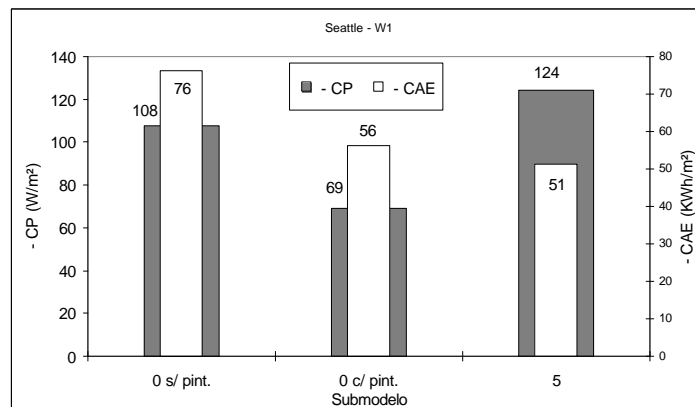
Figura 8.15: Coeficientes de sensibilidade da inércia térmica -  $E_C$  - e da condutividade térmica -  $E_{\lambda}$  - ao conteúdo de umidade.

As Figuras 8.16 e 8.17 apresentam cenários onde W1 e W2 estão sujeitas a diferentes condições climáticas com e sem pintura, comparando resultados de CP e CAE com o caso em

que se despreza a presença de umidade (submodelo 5). O uso do submodelo 5 superestima CP e subestima CAE em todos os casos analisados. O consumo anual de energia é subestimado, principalmente por não adicionar a carga latente à sensível. Entretanto, na avaliação de CP, nota-se que o processo de mudança de fase na superfície interna da parede provoca um abaixamento da diferença entre as temperaturas do ar interno e da superfície da parede que reduz consideravelmente a carga sensível instantânea de condução. Isto faz com que as demandas máximas de energia, calculadas pelos submodelos 0 e 5, ocorram em instantes diferentes. Por exemplo, em Cingapura, a parede W1 tem uma demanda máxima em 27/1-17h com o submodelo 0 e com o submodelo 5 isto ocorre em 7/1-16h.



a)



b)

Figura 8.16: Comparação na estimativa de CAE e de CP para W1 simulada com e sem pintura (caso C) com os submodelos 0 e 5 para: a) Cingapura, b) Seattle e c) Phoenix.



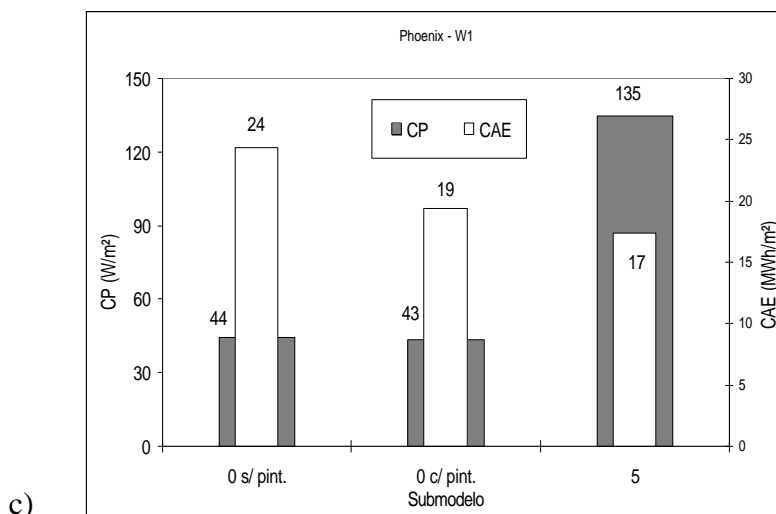


Figura 8.16: Comparação na estimativa de CAE e de CP para W1 simulada com e sem pintura (caso C) com os submodelos 0 e 5 para: a) Cingapura, b) Seattle e c) Phoenix.(Continuação).

Nota-se, de uma forma geral, que o aumento do número de  $Bi_m$ , pela inserção de uma camada de pintura, provoca uma redução da diferença no cálculo de CAE entre os modelos que consideram e os que não consideram umidade, por abaixar a parcela de calor latente. Por outro lado, para CP, a diferença entre os submodelos 0 e 5 é ampliada porque o submodelo 5 já a superestimava como discutido anteriormente e, com a redução de CP devido ao decréscimo da carga latente no submodelo 0, a diferença acentua-se ainda mais.

Tabela 8.5: CP, CAE, razões entre cargas latente e total ( $Q_L/Q_T$ ) e instante de maior demanda de energia para as paredes W1 (submodelo 0) e W2 (submodelo 1) nas diferentes localidades, considerando pintura (caso C).

	W1			W2		
	Cing.	Seattle	Phoenix	Cing.	Seattle	Phoenix
CP(W/m²)	38.3	-69.2	43.4	58.5	-61.3	57.9
$[Q_L/Q_T]_{CP}$	0.10	0.03	0.04	0.10	0.02	0.15
Data (d/m-h) <sub>CP</sub>	7/1-17h	6/12-9h	1/8-17h	7/1-13h	6/12-8h	25/7-17h
CAE (kWh/m²)	12191.9	-56301	19423	36890	-39480	41106
$[Q_L/Q_T]_{CAE}$	0.15	0.01	0.07	0.08	0.02	0.19

Comparando-se as Tabelas 8.3 e 8.5, nota-se que a razão  $Q_L/Q_T$  para a parede sem pintura é muito maior; entretanto, com a parede com pintura esses erros são ampliados na determinação de CP, como já foi discutido no parágrafo anterior.

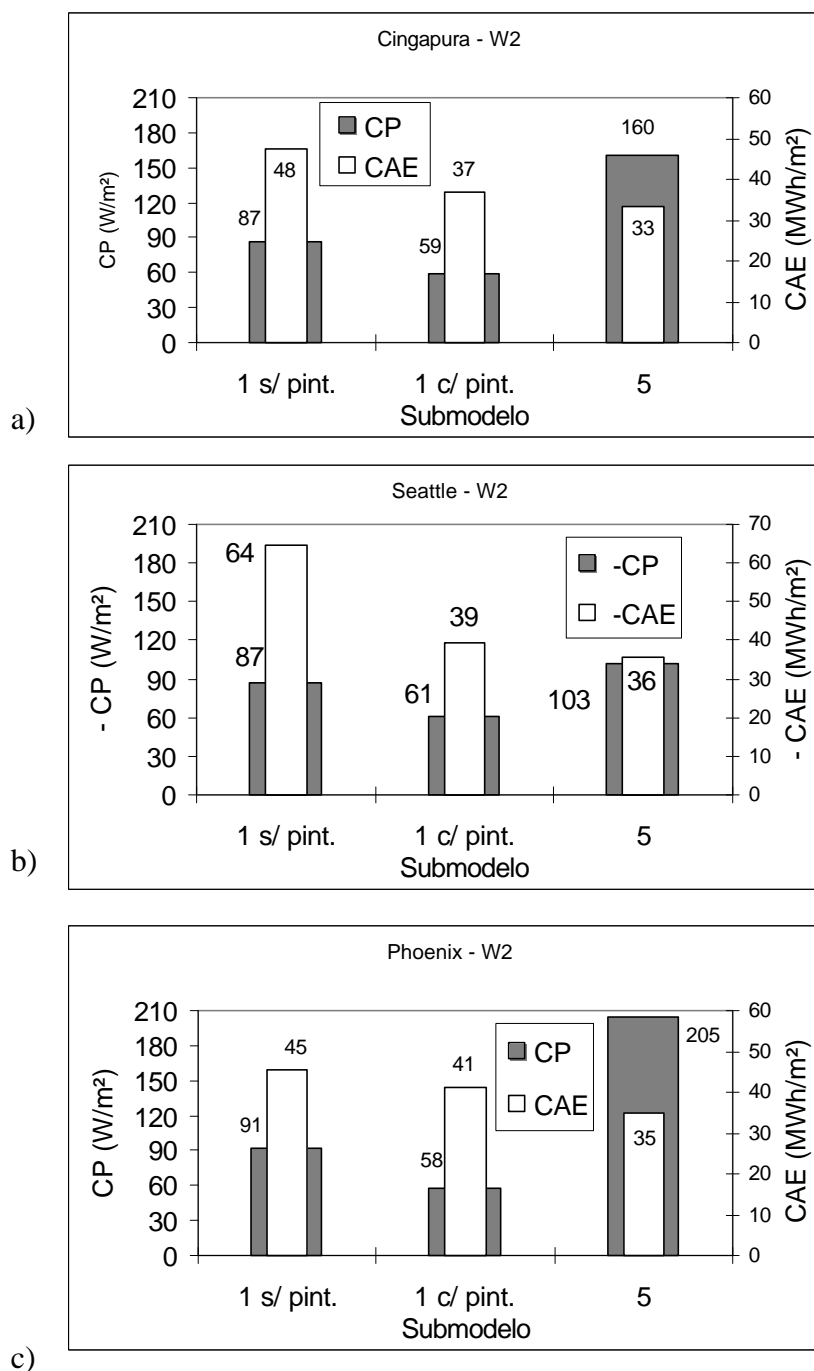


Figura 8.17: Comparação na estimativa de CAE e de CP para W2 simulada com e sem pintura (casoC), com os submodelos 0 e 5 para: a) Cingapura, b) Seattle e c) Phoenix.

Conclui-se, também, que mesmo em uma parede com alta resistência ao fluxo mássico é importante levar em conta evolução do perfil de umidade na avaliação de fluxo de calor em climas tanto úmidos como secos.

Esses resultados apresentados nas Figuras 8.16 e 8.17 sugerem que sejam feitos estudos de paredes energeticamente eficientes, aproveitando o fenômeno da transferência acoplada de calor e umidade. Por exemplo, pelo fato de a carga latente existir e provocar um abaixamento da temperatura, seria interessante permitir total evaporação do lado externo da parede. Assim, a carga de condução através da parede seria sensivelmente diminuída. Por outro lado, a superfície interna deveria apresentar elevada resistência às trocas de massa, tornando mínima a carga latente direcionada ao ambiente interno.

Assim, ao longo do dia, a parte mais externa da parede perderia calor por mudança de fase, devido ao acréscimo de conteúdo de umidade no período noturno. Para analisar quantitativamente tal ocorrência, simulou-se a parede W1 com uma permeância externa infinita e uma permeância interna de  $100 \text{ ng/m}^2\text{-s-Pa}$ , obtendo-se uma redução em CAE de 11% quando comparado com a parede W1 com camada de pintura em ambas as faces (caso C) e de 54% comparando com a mesma parede, porém sem nenhuma camada de pintura.

Nesse estudo de eficiência energética, seria interessante adotar um material muito higroscópico na superfície externa da parede e outro pouco higroscópico na superfície interna, principalmente em climas quentes e úmidos.

#### 8.6 - Efeito da espessura na comparação entre submodelos

Avalia-se, aqui, a contribuição da espessura de paredes, a favor de modelos simplificados, como os submodelos 3a, 4a e 5, em termos de consumo anual e carga de pico.

São estudadas as paredes W1' e W1'', que são iguais a W1, exceto pelo fato de que a camada intermediária de tijolo no caso de W1' é o dobro da camada de tijolo de W1 e a de W1'' é o triplo. Analogamente, analisa-se para a madeira, com as paredes W2' e W2'' de espessuras 10 cm e 15 cm.

As Figuras 8.18 - 8.20 comparam os submodelos 3, 4 e 5 - para as paredes W1 e W2 de diferentes espessuras - com o submodelo 0.

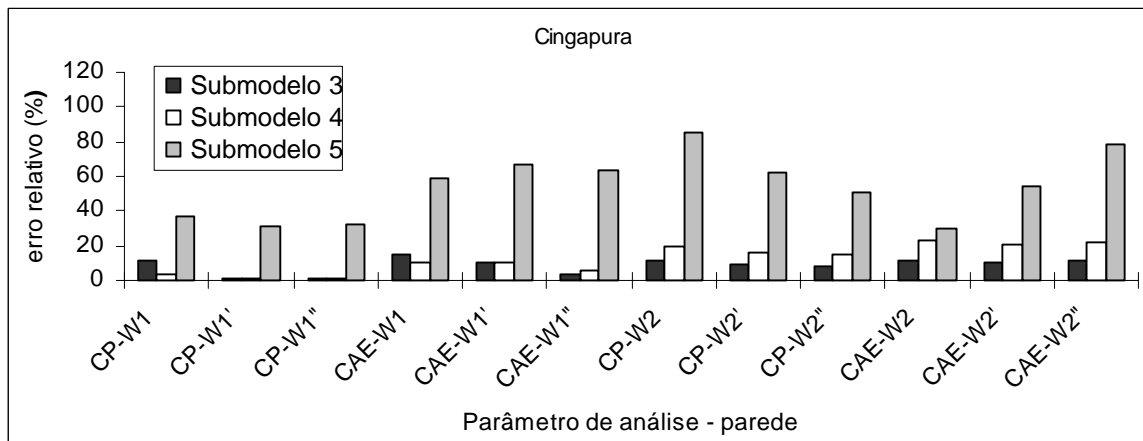


Figura 8.18: Efeito da espessura da parede em Cingapura.

Nota-se, pelas Figuras 8.18-8.20, que o aumento da espessura favorece a diminuição dos erros tanto para W1 como para W2, pois a espessura funciona como uma resistência ao fluxo de massa.

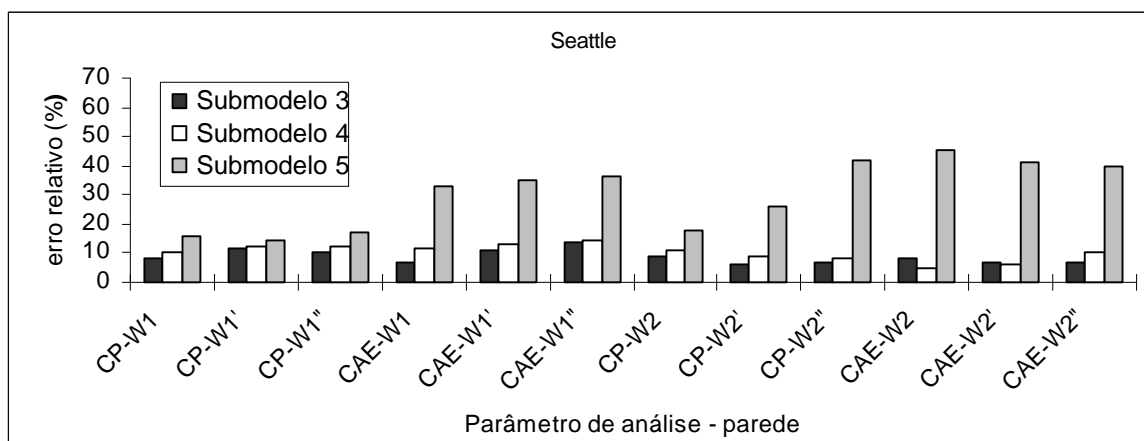


Figura 8.19: Efeito da espessura da parede em Seattle.

Observa-se, também por essas figuras, que o aumento da espessura tende a ampliar a diferença dos resultados entre os submodelos que levam em conta a migração de umidade e o submodelo 5 na avaliação da carga de pico. Isso deve-se ao fato de que o aumento da espessura tende a reduzir a carga de pico avaliada por modelos que consideram a umidade.

Do ponto de vista hídrico, o aumento da espessura aumenta a resistência ao fluxo, de forma semelhante à camada de pintura, ou seja, aumenta o número de Biot mássico.

O submodelo 3 - correspondente ao modelo de Burch e Thomas (1991) - tem suas diferenças reduzidas com o aumento da espessura da parede, principalmente para os climas de Seattle e Phoenix.

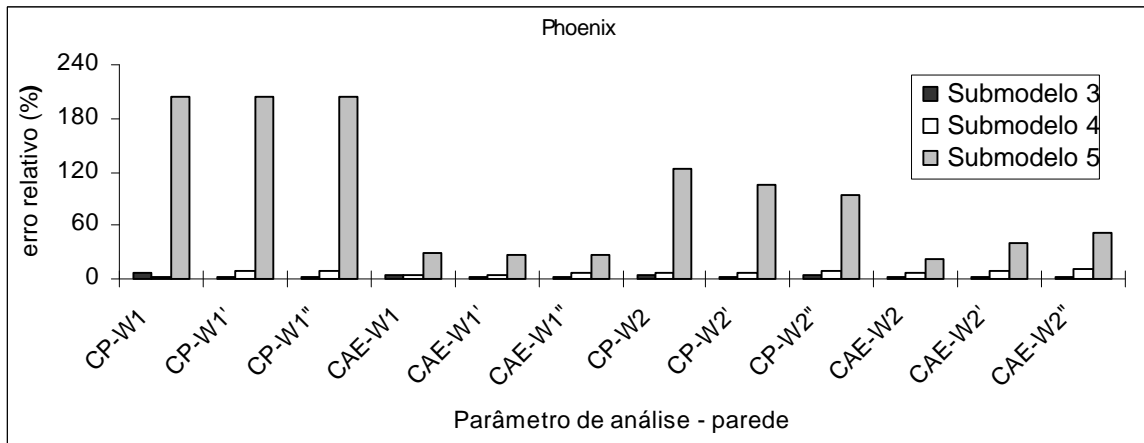


Figura 8.20: Efeito da espessura da parede em Phoenix.

### 8.7 - Modelos para paredes de alto $Bi_m$

Paredes de edificações são submetidas, tanto externa como internamente, a condições climáticas que podem ser consideradas como sendo cíclicas - ora em ciclo diário ora em ciclo anual.

Os ciclos diários induzem pulsos climáticos que afetam os campos de temperatura e de conteúdo de umidade na parede. Esta região afetada por tais pulsos pode ser descrita através de uma profundidade de penetração -  $\epsilon$  - e de uma amplitude de oscilação pico-a-pico -  $A(x)$ . Para uma região central -  $\epsilon_{ext} < x < (1 - \epsilon_{int})$ , não afetada pelo pulso - há formação de um núcleo de estabilização. Essas regiões são apresentadas na Figura 8.21.

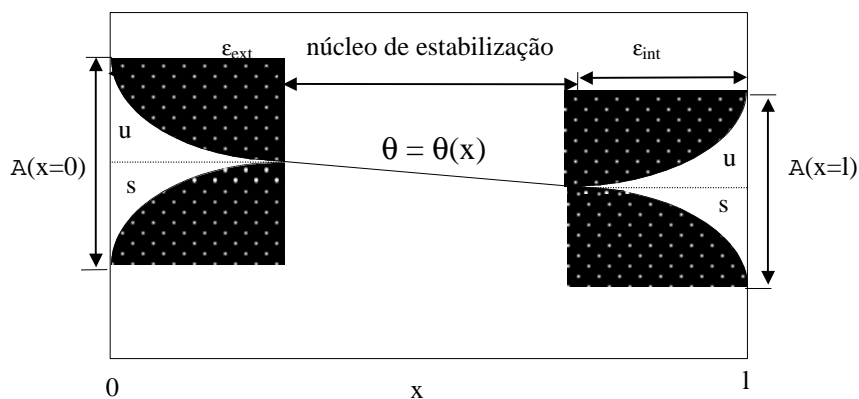


Figura 8.21: Oscilação diária típica de perfil de conteúdo de umidade em paredes de alto  $Bi_m$ .

No caso do perfil hídrico, para paredes de alto  $Bi_m$ , os pulsos em termos de concentração de vapor são fortemente amortecidos pela grande resistência hidráulica da parede, definindo claramente o núcleo de estabilização e as sub-regiões de umidificação -  $u$  - e de secagem -  $s$  - em ciclos diários, como mostrado na figura acima. Já o ciclo de período de um ano pode ser visto como um fenômeno físico que é matematicamente traduzido com derivadas temporais em  $A$  e  $\varepsilon$ . Essas derivadas dependem da amplitude das oscilações climáticas ao longo do ano e da resistência ao fluxo em direção ao centro da parede.

Este fenômeno também é observado para a temperatura, porém em paredes de elevado  $Bi_T$ .

Assim, uma simplificação em torno do fenômeno, como  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0$  - ou  $\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$  em problemas simétricos - na região do núcleo de estabilização ou até mesmo uma previsão de  $A(x)$  e  $\varepsilon$  em função do clima, estaria atrelada ao estudo de paredes de alto  $Bi_m$ . A maior dificuldade desta simplificação é a definição das profundidades de penetração.

Uma forma simplificada de avaliação da profundidade de penetração pode ser feita através da constante de tempo  $\tau$ . Para a temperatura essa constante é dada pela razão entre o quadrado da espessura da parede e a difusividade térmica  $\alpha$ , como segue,

$$\tau_T = L^2/\alpha$$

De forma análoga, tem-se para o campo hídrico a seguinte constante:

$$\tau_\theta = L^2/D_\theta$$

Para um ciclo diário a constante de tempo é igual a 86400 segundos tanto para  $T$  como para  $\theta$ . Desta forma, são avaliadas as profundidades  $\varepsilon_T$  e  $\varepsilon_\theta$  como:

i)  $\varepsilon_T^2 = \tau\alpha \Rightarrow \varepsilon_T = \sqrt{86400 \cdot 10^{-6}} \cong 30\text{cm}$ . Isso equivale dizer que o campo de temperatura em uma parede com  $\alpha = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  flutua até uma profundidade de 30 cm, ou seja, para se ter um núcleo estável em  $T$ , para um ciclo diário, é necessário que essa parede tenha no mínimo uma espessura de 60 cm ( $=2\varepsilon$ ).

ii)  $\varepsilon_{\theta}^2 = \tau D_{\theta} \Rightarrow \varepsilon_{\theta} = \sqrt{86400 \cdot 10^{-8}} \cong 3\text{cm}$ . Logo, para  $x < 3\text{cm}$  e  $x > (L - 3\text{cm})$ , o campo de  $\theta$  oscila e a presença do núcleo de estabilização, para um ciclo diário, com esse tipo de material ( $D_{\theta}=10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ ), ocorre em paredes com espessuras superiores a 6 cm.

Assim, pode-se dizer que há uma relação simplificada entre as profundidades de penetração em  $\theta$  e em  $T$  dada por:

$$\frac{\varepsilon_{\theta}}{\varepsilon_T} = \sqrt{Lu} . \tag{8.7}$$

O desenvolvimento desse núcleo de estabilização motiva a concepção de um modelo simplificado para paredes de alto  $Bi_m$ , uma vez que esse fenômeno é mais facilmente constatável para o perfil de conteúdo de umidade.

Por exemplo, as Figuras 8.22a e 8.22c mostram que para W1' e W1'', o conteúdo de umidade na porção interna da parede permanece inalterado durante o dia. Entretanto, para a madeira (Figuras 8.23a, 8.23c) não se nota tal patamar de estabilização do perfil de umidade. Isto era esperado pelo fato de que W1' ( $Bi_m \cong 10^5$ ), ao contrário de W2 ( $Bi_m \cong 1$ ), apresenta um elevado  $Bi_m$ .

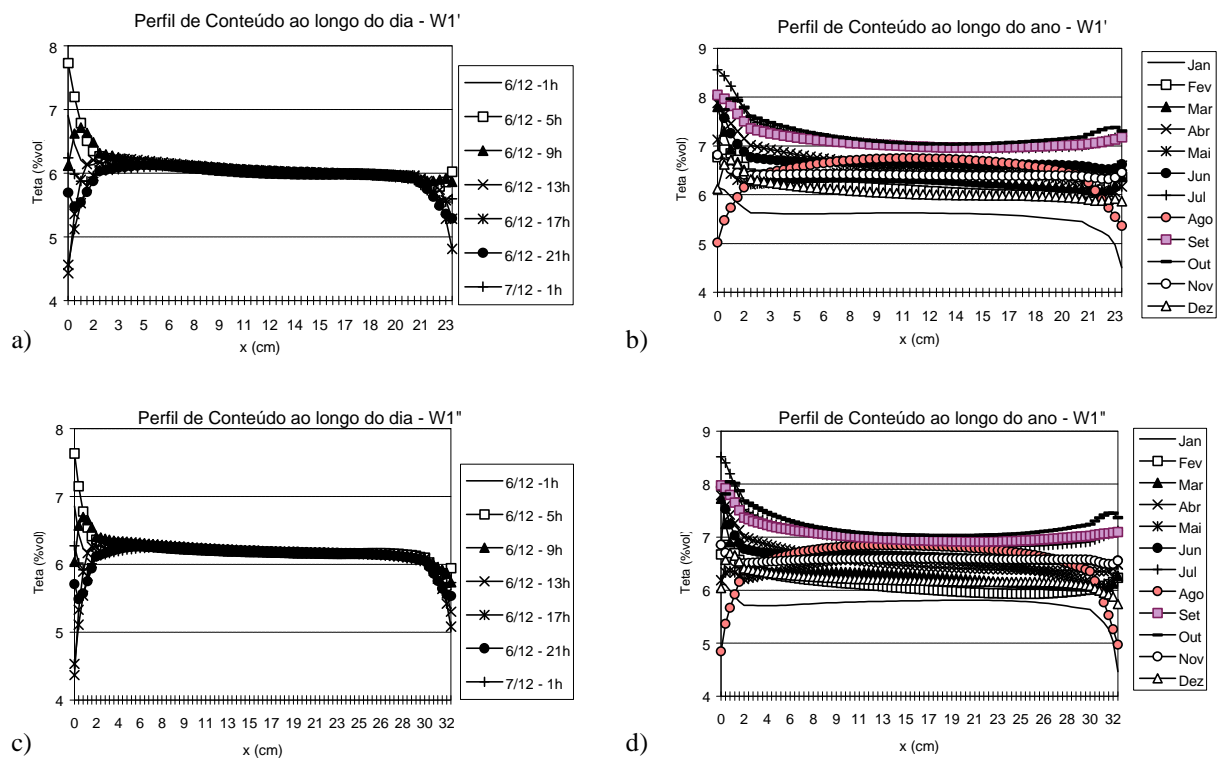


Figura 8.22: Perfil de Conteúdo de Umidade: a) Variação diária em W1'; b) Variação anual em W1'; c) Variação diária em W1''; d) Variação anual em W1'';

Em um ciclo anual (Figuras 8.22b, 8.22d, 8.23b e 8.23d), nota-se que tal patamar oscila ao longo do ano, tendo um máximo na estação mais úmida e um mínimo na mais seca do ano. Prevendo-se a espessura de penetração para um ciclo anual, de forma semelhante àquela prevista para um ciclo diário, observa-se que tal espessura de penetração aumenta 19 vezes ( $\cong \sqrt{365}$ ). Assim, não seria necessário pensar em estudar casos de paredes espessas para simplificação do fenômeno, a não ser para paredes de espessura da ordem do metro.

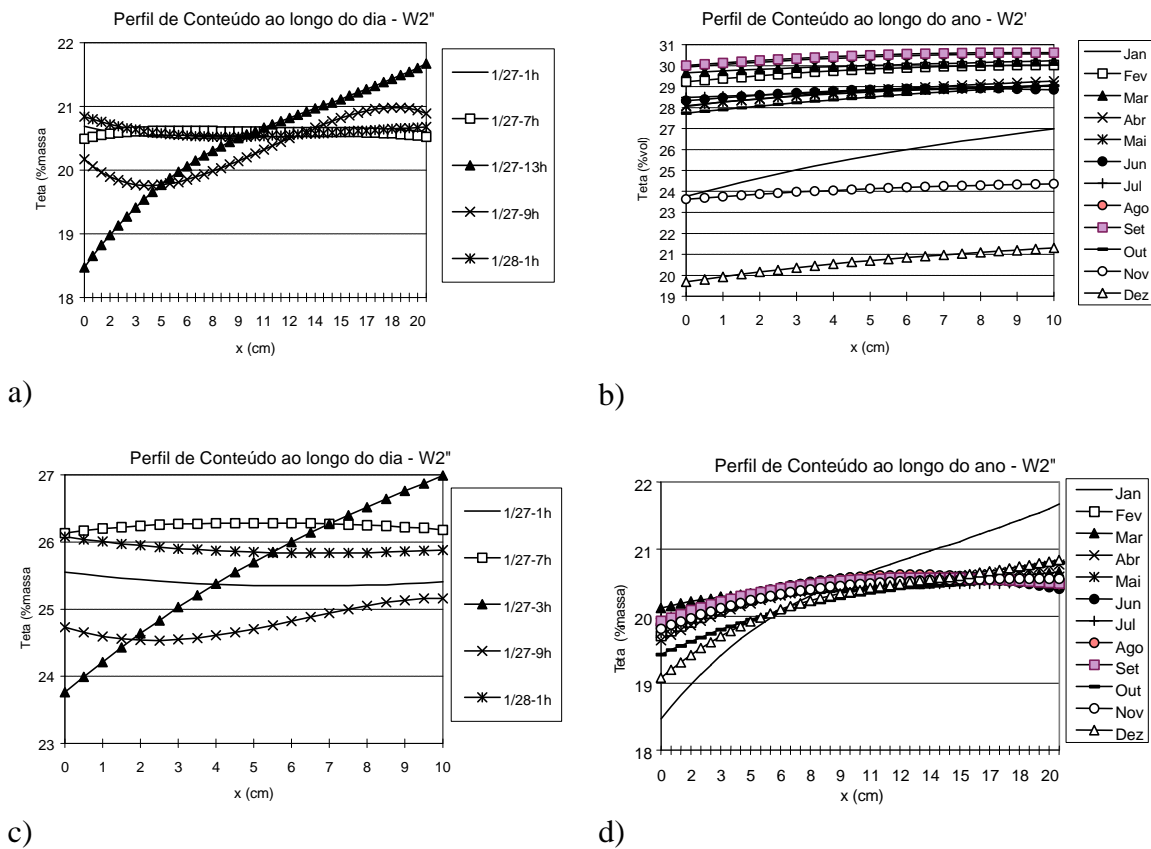


Figura 8.23: Perfil de Conteúdo de Umidade: a) Variação diária em W2'; b) Variação anual em W2'; c) Variação diária em W2''; d) Variação anual em W2'';

Entretanto, a oscilação em torno de um patamar médio é pequena e o mais importante é a oscilação nos pontos próximos às faces, pois são estes os responsáveis pela carga latente de condução. Por exemplo, a Figura 8.24 demonstra que assumir um patamar médio de 6.5 % de conteúdo volumétrico de umidade não seria nada absurdo dentro da região do núcleo de estabilização diário para a parede W1".



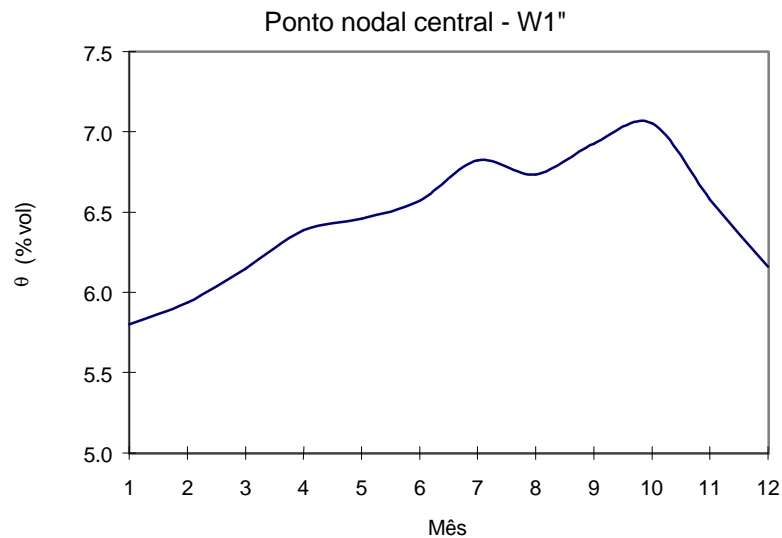


Figura 8.24: Conteúdo de umidade do ponto nodal central de W1" ao longo do ano.

O uso de um modelo rápido para paredes espessas, tem início com a estimativa de uma espessura máxima de penetração em um ciclo diário. Primeiramente, estima-se o maior  $D_0$  (neste caso, é entre o tijolo e a argamassa) a uma saturação exagerada de, por exemplo, 50 %, obtendo-se:

$$D_0 = 2.8e - 8 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\tau = 86400 \text{ s}$$

Pela expressão  $\varepsilon_0 = \sqrt{D_0 \tau}$ , tem-se uma espessura de  $0.048\text{m} \cong 5\text{cm}$ .

Com esta espessura estimada de 5cm, adota-se um conteúdo médio de 6.5% (Figura 8.24) correspondente a toda a faixa do núcleo de estabilização, ou seja, válido a partir de 5cm de profundidade. Esta simplificação conduziu a diferenças em CP de 5% e em CAE de 4% para a parede W1" em Cingapura, calculando-se o perfil de umidade em apenas 36% da espessura total da parede. A Figura 8.25 apresenta o conteúdo volumétrico médio de W1" ao longo do ano com o submodelo 0 e com o modelo simplificado que não calcula o conteúdo de umidade na região do núcleo de estabilização.

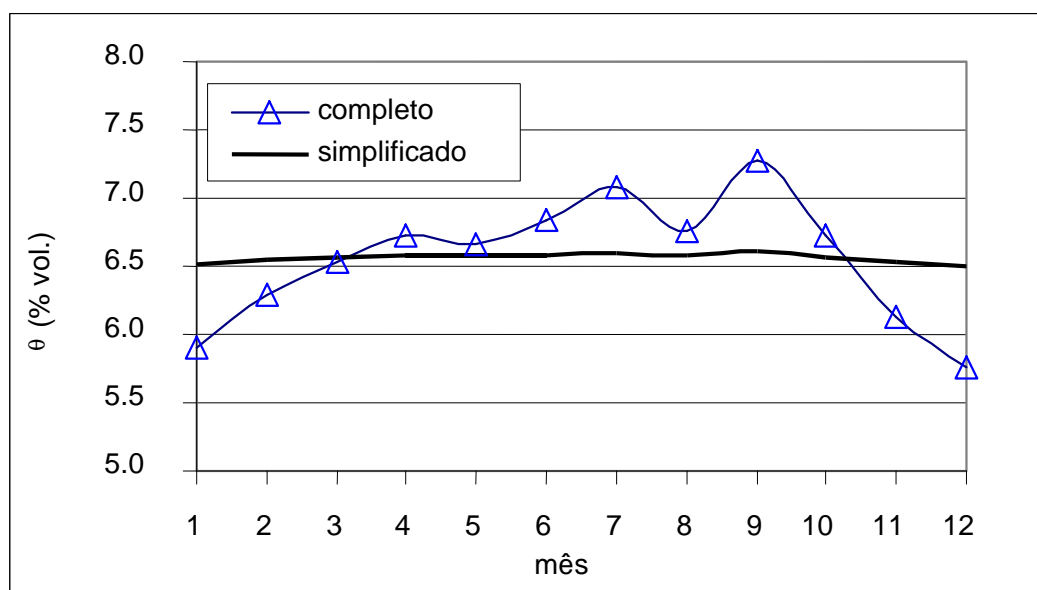


Figura 8.25: Conteúdo volumétrico médio de W1" ao longo do ano.

Assim, esta metodologia poderia ser usada em paredes de alto  $Bi_m$  e em climas onde não ocorressem variações muito grandes de concentração de vapor, resultando em baixas oscilações do patamar do núcleo ao longo do ano. Esta simplificação permitiria o uso da troca do sistema de equações governantes pela simples lei de Fourier na região do núcleo em paredes de alto  $Bi_m$ , acelerando o cálculo, principalmente para paredes muito espessas. O maior problema neste modelo é a adoção racional de um conteúdo médio durante todo o ano dentro da região de estabilização. Uma alternativa para contornar esse problema poderia ser uma pré-simulação com um passo de tempo da ordem do dia.

#### 8.8 - Comparações entre simulações obtidas com coeficientes medidos e gerados

Como parte complementar da avaliação dos modelos de geração de propriedades, são analisados os erros que os modelos acarretam na avaliação do consumo de energia e no dimensionamento de climatizadores de ar. Dos resultados mostrados nos capítulos 4 e 5, simulase W1 e uma parede de CCA de 10 cm de espessura. A análise é feita através do uso do submodelo 0 para a mesma edificação nas diferentes localidades.

A Figura 8.26 confronta o uso de dados gerados e medidos para W1 com e sem pintura (caso C) nas diferentes localidades. Analisa-se, também, o efeito do uso da isoterma de adsorção no lugar da isoterma média, definida como a curva formada pela média aritmética dos conteúdos das curvas de adsorção e dessorção para cada umidade relativa. Erros significativos são constatados em W1 (da ordem de 14% em CP) apenas em Cingapura e observa-se que o uso da isoterma de adsorção chega a diminuir os erros em Cingapura. Isto provavelmente deve-se ao fato de que uma redução do conteúdo, pelo uso da isoterma de adsorção nessa localidade, acarreta uma diminuição entre os coeficientes medidos e os gerados para os materiais em questão. Essa redução do conteúdo e “acerto” dos coeficientes foi mais importante em Cingapura, porque onde, possivelmente é usada uma região da isoterma de equilíbrio com histerese mais acentuada. Nota-se, nas Figuras 4.27 e 4.28 do capítulo 4, que uma redução do conteúdo de umidade realmente aproxima os coeficientes de transporte de massa medidos e gerados para a ARG2, que é o material de acabamento de W1.

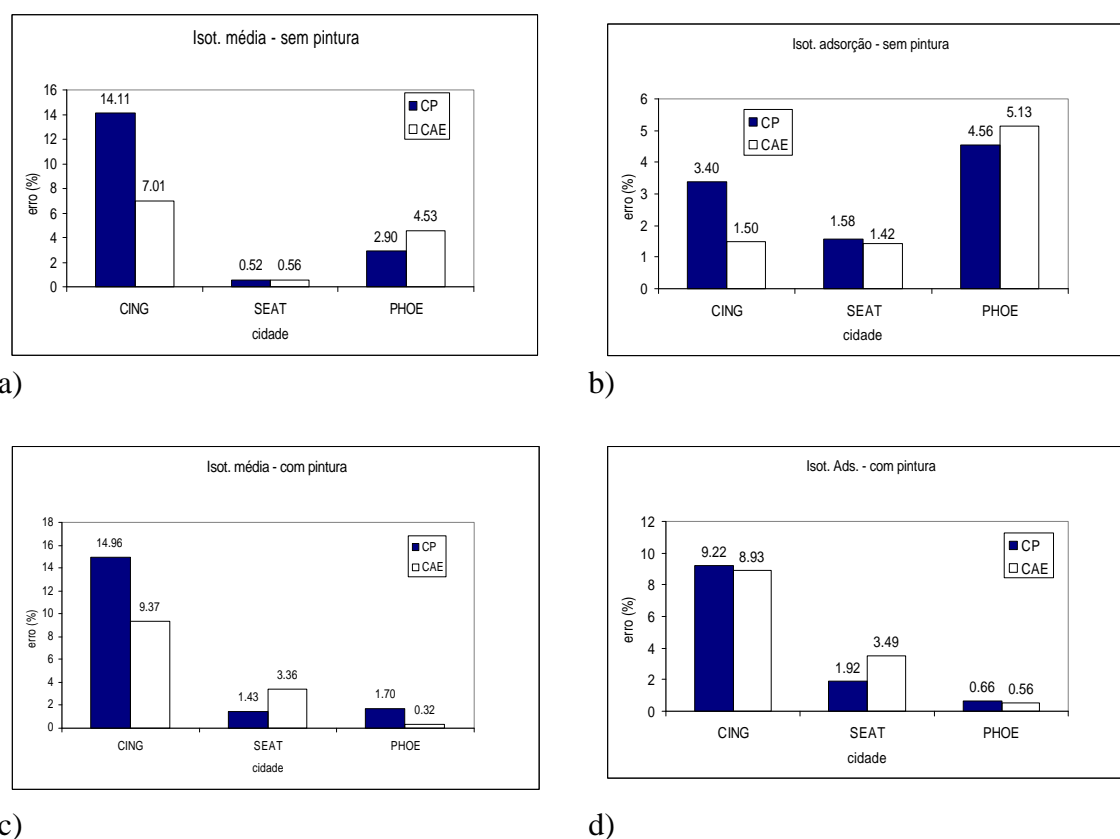
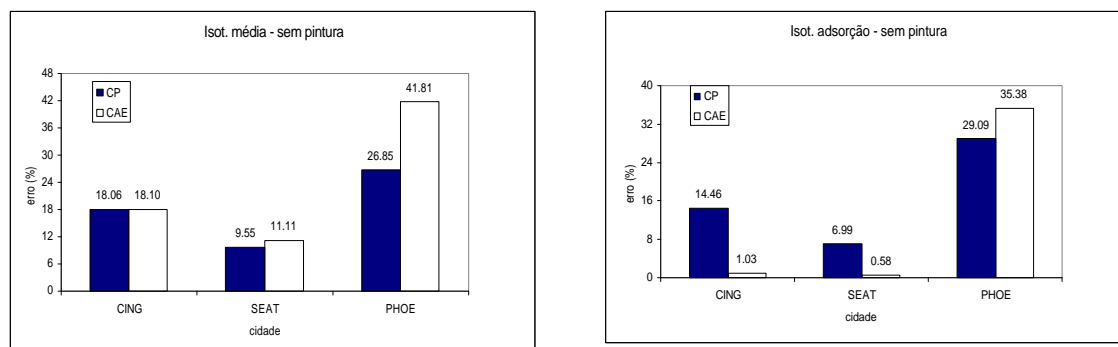


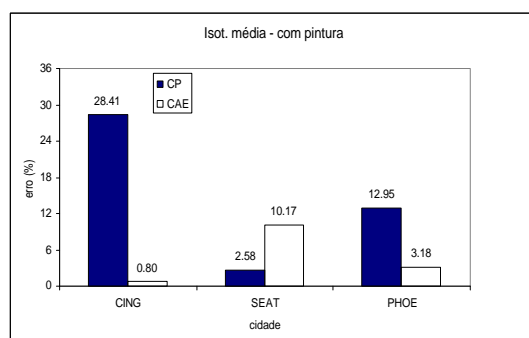
Figura 8.26: Erros na estimativa em CAE e em CP de W1, em diferentes localidades comparando com o submodelo 0. (a) sem pintura e com isoterma média; (b) sem pintura e com isoterma de adsorção; (c) com pintura e com isoterma média; (d) com pintura e com isoterma adsorção.

Conforme exposto no capítulo 4, o CCA apresentou consideráveis divergências com os resultados experimentais e nota-se pela Figura 8.27 que essas diferenças são reduzidas em termos de fluxo de calor pela parede.

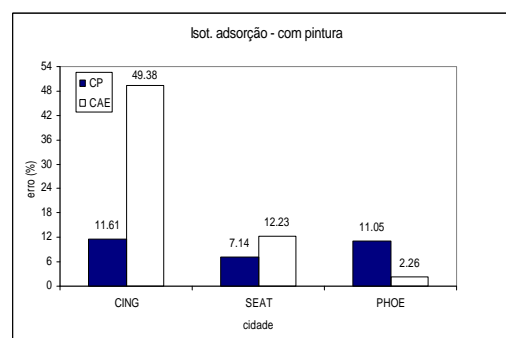


a)

b)



c)



d)

Figura 8.27: Erros na estimativa em CAE e em CP de uma parede simples de CCA, em diferentes localidades comparando com o submodelo 0. (a) sem pintura e com isoterma média; (b) sem pintura e com isoterma de adsorção; (c) com pintura e com isoterma média; (d) com pintura e com isoterma adsorção.

Para os demais submodelos, esta diferença nos resultados obtidos com propriedades geradas e simuladas tende a diminuir, devido à redução do número de coeficientes. Assim, mesmo nos casos onde as propriedades geradas não são bem avaliadas, os erros resultantes ainda são muito menores do que quando não se leva em conta a presença completa da umidade.

Conclui-se, também com esta análise, que em climas muito úmidos ou onde há inversões frequentes do sentido do fluxo de vapor nas superfícies, poderia ser interessante a inclusão de algum modelo que não desprezasse o fenômeno de histerese. Obviamente, a

importância deste fenômeno está ligada também ao tipo de material que normalmente, em construção civil, possui um comportamento histerético acentuado.

### 8.9 - Síntese dos resultados apresentados

A Tabela 8.6 apresenta um resumo de resultados dos erros em CAE para a parede W1 para os diversos submodelos com e sem o efeito de pintura. Comparam-se, também através dessa tabela, os resultados obtidos com o submodelo 0, usando coeficientes de transporte de umidade e calor gerados através de dados de porosimetria a mercúrio, isoterma de adsorção e condutividade térmica efetiva do meio seco.

Analogamente à Tabela 8.6 para CAE, a Tabela 8.7 mostra resultados comparativos em termos de CP. Obtém-se através dessas duas tabelas, conclusões gerais sobre os submodelos gerados do modelo TCU\_2.

O submodelo 1 apresentou ótimos resultados, com erros inferiores a 0.5%, sem necessitar do coeficiente  $D_{0V}$ , que é de difícil avaliação como visto no capítulo 4.

O submodelo 2 apresenta resultados quase tão bons quanto o submodelo 1 e com uma redução de 37% do tempo de CPU. Esse modelo é transformado no submodelo 1 quando correlações de condutividade térmica efetiva aparente, no lugar da pura, estiverem disponíveis.

Tabela 8.6: Erros relativos na avaliação de CAE para a parede W1 para os diversos submodelos com e sem o efeito de pintura e com propriedades calculadas.

		Submodelo					
		1	2	3	4	5	0 – propr. calculadas
Sem pintura	Cingapura	0	2	15	10	59	2
	Seattle	0	1	7	1	33	1
	Phoenix	0	1	5	4	29	5
Com pintura	Cingapura	0	3	18	2	22	9
	Seattle	0	1	5	1	9	3
	Phoenix	0	1	5	4	10	1
Redução de tempo de processamento		19	37	54	88	98	----

O submodelo 3 utiliza uma condutividade térmica que é considerada baixa, principalmente para climas quentes e úmidos, o que provoca erros na estimativa do perfil de temperatura. No entanto, a carga térmica latente estimada por este modelo é quase tão precisa quanto aquela obtida com o submodelo 2, pois  $D_T$  e  $D_\theta$  são variáveis e permitem uma boa estimativa do perfil de conteúdo de umidade, o qual é pouco sensível à condutividade térmica. Assim, os erros com o submodelo 3 são atribuídos ao cálculo subestimado da carga sensível de condução. Entretanto, da mesma forma que o submodelo 2, o submodelo 3 pode tornar-se tão preciso quanto o submodelo 1, apenas com a substituição de  $\lambda_{seco}$  por uma expressão que correlacione a condutividade térmica efetiva com as variáveis de estado do meio poroso.

O submodelo 4, além de subestimar a difusividade térmica da mesma forma que o submodelo 3, subestima, também, os coeficientes  $D_T$  e  $D_\theta$ , provocando um abaixamento do perfil de conteúdo umidade e, assim, uma carga latente menor do que a calculada através do submodelo 3. Essa redução de carga latente aumenta a diferença de temperatura entre a superfície da parede e o ar, dando origem a uma maior carga sensível. Isso tudo resulta em um efeito compensativo para o cômputo do fluxo de calor total (sensível + latente). Dessa forma, o submodelo 4 pode avaliar fluxo de calor total com mais sucesso que o submodelo 3, pelo menos para materiais de baixo Luikov. Todavia, o submodelo 3 apresenta informações mais realistas sobre o perfil de conteúdo de umidade, segundo comparações de perfis de umidade com os submodelos 0, 3 e 4.

Tabela 8.7: Erros relativos na avaliação de CP para a parede W1 para os diversos submodelos com e sem o efeito de pintura e com propriedades calculadas.

		Submodelo					
		1	2	3	4	5	0 – propr. calculadas
Sem pintura	Cingapura	0	1	11	3	37	3
	Seattle	0	1	8	2	16	2
	Phoenix	0	1	6	4	204	5
Com pintura	Cingapura	0	2	14	1	58	9
	Seattle	0	1	7	1	80	2
	Phoenix	0	1	6	5	210	1
Redução de tempo de processamento		19	37	54	88	98	----

Observa-se que o uso do submodelo 5 para cálculo de CP e CAE ocasiona grandes erros por não avaliar as trocas de calor latente entre a superfície interna e o ar que a envolve, mesmo em climas secos como o de Phoenix, ao desconsiderar totalmente a presença da umidade na transferência de calor.

Inesperadamente, para o clima seco de Phoenix, surgiram grandes diferenças no cálculo de CP, atribuídas ao processo de mudança de fase na superfície interna da parede, que provoca um abaixamento da diferença entre as temperaturas do ar interno e da superfície da parede, e que reduz a carga sensível instantânea de condução, fazendo com que a demanda máxima de energia ocorra no dia em que há a maior diferença de temperatura entre os ambientes externo e interno. Assim, as cargas de pico calculadas pelos submodelos 0 e 5 ocorrem em instantes diferentes. As diferenças entre os valores de CP dos submodelos 0 e 5 são amplificadas com a presença de uma camada semi-permeável de pintura. Isso acontece porque o submodelo 5 superestima CP e a presença de pintura reduz a carga de pico calculada com o submodelo 0.

A comparação do submodelo 0, com o uso de propriedades constantes com os demais submodelos, intensifica a importância dos modelos para geração dos coeficientes de transporte nos capítulos 2-5. Demonstra-se, pelas tabelas apresentadas nesta seção, que a simples utilização de dados de isoterma de adsorção, porosimetria a mercúrio e condutividade térmica do meio seco pode levar a resultados quase tão bons quanto os obtidos através do submodelo 2.

Mostrou-se, na seção 8.8, que para paredes de alto  $Bi_m$ , pode-se utilizar modelos que resolvem a equação da conservação da massa apenas para as regiões em que  $\partial\theta/\partial t$  for significativo. Fora dessas regiões ocorre a formação de um núcleo de estabilização, permitindo - para cálculo de difusão de calor -, a utilização do submodelo 5 com condutividade térmica avaliada para o conteúdo de umidade do núcleo.

Pode-se também efetuar um estudo da possibilidade de aplicação de um “programa inteligente” que aprenda com a evolução da simulação. Teria início com uma malha uniforme fina e com um passo de tempo baixo. Após algumas semanas de simulação, além da configuração da parede, o programa tomaria conhecimento dos perfis e das variações climáticas ocorridas, sendo capaz de avaliar, por exemplo, o sistema de equações a usar, através da verificação da formação do núcleo, para fazer uma readaptação da malha e do sistema de equações. O refinamento de malha poderia ser calculado através de uma avaliação da espessura do núcleo de estabilidade da variável mais crítica, onde no núcleo seria estabelecido apenas um

nó em cada extremidade e, fora dessa região, seria refinado à medida que se aproximasse dos contornos.

Apresenta-se, no capítulo seguinte, as conclusões gerais extraídas desse trabalho.



## **CAPÍTULO 9**

### **CONCLUSÕES GERAIS**

A motivação para realizar este trabalho surgiu da necessidade de incorporar os fenômenos de migração e fixação de umidade em programas de simulação termoenergética de edificações, para permitir que as quantidades de calor trocadas entre ambientes e elementos porosos fossem avaliadas com maior precisão.

Assim, foi desenvolvido o código genérico *UMIDUS*, capaz de prever a transferência de calor e umidade através de elementos porosos. Esse código é constituído por um conjunto de modelos de transferência de calor e umidade e de geração de coeficientes de transporte de massa e de energia.

Construiu-se, antes de tudo, um módulo com modelos de geração de coeficientes de transporte de massa e de energia, destinado a suprir a falta de propriedades higrótérmicas, em extensa variedade de materiais porosos encontrados nas edificações, que alimentam os modelos de transferência de calor e umidade.

Apresentou-se, no capítulo 4, um procedimento para determinação dos coeficientes de transporte de massa -  $D_{Tv}$ ,  $D_{gv}$ ,  $D_{Tl}$  e  $D_{gl}$  - através do uso combinado de modelos como o de Philip e DeVries (1957), Reznik (1971), Willie e Spangler (1962), De Vries (1975), Millington e Quirk (1961), De Boer e Zwicker (Adamson, 1990), Philippi et al. (1994), GAB (Merouani, 1987) e Van Genuchten (1980), a partir de ensaios de intrusão de mercúrio e isoterma de adsorção, que pode facilmente ser integrado a códigos computacionais de transferência de calor e umidade. Os resultados obtidos são encorajadores e mostram que o uso combinado desses modelos é adequado para calcular os coeficientes responsáveis pelo transporte de umidade no interior de materiais porosos.

As distribuições de volumes de poros, para uso no modelo de Reznik (1971), são obtidas através de isoterma de adsorção e de porosimetria a mercúrio. Entretanto, se dados de análise de imagem estiverem disponíveis, poderão ser encontrados resultados mais confiáveis sem os problemas de interpretação que ocorrem na porosimetria a mercúrio. Ademais, a conexão de dados de distribuição de tamanho de poros de análise de imagem, com informações de isoterma de adsorção, é feita com maior consistência física.

Foram obtidas expressões para o cálculo da condutividade térmica de meios insaturados, a partir de modelos baseados na média geométrica, no método de renormalização e no de De Vries (1952), descrito em Oliveira (1993). O uso desses modelos mostrou uma concordância satisfatória na ausência de dados, com erros inferiores a 7% para 2 dos 4 materiais analisados para saturações abaixo de 20%. Isso possibilita a inclusão desses modelos no código *UMIDUS*, para determinação de  $I=f(q)$ , com apenas a porosidade - obtida de ensaios de intrusão de mercúrio - e a condutividade térmica do material no estado seco.

As correlações matemáticas para sistemas bifásicos, extraídas do método da renormalização, apresentaram resultados com maior sucesso do que a expressão dada por Krupiczka (1967), mesmo para valores mais altos da razão entre as condutividades térmicas das fases sólida e fluida ( $\pi_3$ ). Seria importante que se dispusesse de uma quantidade maior de materiais - para efeitos comparativos entre os modelos da média geométrica e da renormalização - a fim de se determinar o modelo que apresenta os melhores resultados. Em princípio, usa-se o modelo da média geométrica apenas em casos onde as correlações obtidas pelo método da renormalização não fossem válidas.

Logo, o código *UMIDUS* é independente do conhecimento de todas as propriedades do meio e é capaz de calcular todos os coeficientes de transporte de calor, de vapor e de líquido a partir de dados de intrusão de mercúrio, isoterma de adsorção e condutividade térmica do material no estado seco.

O módulo de geração de coeficientes construído nesse código é importante, também, devido ao fato de que um determinado material nunca possui a mesma distribuição de poros, o que modifica suas propriedades de transporte. Por exemplo, argamassas com densidades e composições químicas iguais possuem diferentes capacidades de fixação e de transporte de umidade.

Integrado ao módulo de geração de propriedades, encontra-se o módulo com modelos de transferência de calor e umidade que foi estabelecido para permitir simulações com modelos que associam precisão e rapidez computacional, sem restrições quanto ao conteúdo de umidade do material. Para este módulo desenvolveu-se um modelo chamado TCU\_2, que permite o uso de elevados passos de tempo sem risco de divergência da solução, pois é resolvido através de um sistema estável de equações ao contrário dos sistemas de modelos tradicionais de transferência de calor e de umidade.

A estabilidade do modelo TCU\_2 deve-se, por um lado, ao tratamento matemático dado à condição de contorno - que lineariza a diferença de concentração de vapor em termos de

diferenças de temperatura e de conteúdo de umidade - e, por outro lado, ao uso do algoritmo de solução simultânea das equações governantes apresentado no capítulo 7. Esse modelo representa melhor o fenômeno físico, uma vez que as equações não são desacopladas no algoritmo de solução.

O algoritmo, apresentado para solução das equações governantes do modelo TCU\_2, pode ser empregado para sistemas com maior número de variáveis dependentes e é de grande utilidade na solução de equações que descrevem fenômenos físicos com variáveis fortemente acopladas.

Mostrou-se que o modelo TCU\_2 permite ao código *UMIDUS* realizar simulações com passos de tempo de até 24 horas, sem provocar grandes distorções nos perfis de temperatura e de conteúdo de umidade. O uso de elevados passos de tempo com modelos tradicionais só é possível através de paredes pouco higroscópicas com elevados números de Biot de massa e baixos números de Luikov.

A análise de sensibilidade realizada no capítulo 8, para diferentes materiais e climas, mostra que simplificações no modelo TCU\_2 permitem derivar submodelos que possibilitam cálculos mais rápidos de transferência acoplada de calor e umidade sem grandes perdas em precisão de resultados. O melhor submodelo depende do tempo de processamento e da precisão desejados.

Dos submodelos derivados do modelo TCU\_2, nota-se que o submodelo 2 poderia ser incluído em programas de simulação de edificações, pois reduz o tempo de CPU do modelo TCU\_2 em 37% e com perda insignificante de precisão (< 2%). Esse modelo é transformado no submodelo 1 quando correlações de condutividade térmica efetiva aparente, no lugar da pura, estiverem disponíveis. Isso é importante, uma vez que os erros encontrados para a parede W1 foram inferiores a 0.5%. Uma outra razão para se recomendar esse submodelo: são evitados os erros oriundos da estimativa dos coeficientes responsáveis pelo transporte de vapor ( $D_{TV}$  e  $D_{\theta V}$ ).

Os submodelos 3 e 4 são menos precisos, mas levam a resultados muito melhores do que os obtidos através do submodelo que despreza completamente os efeitos de umidade (submodelo 5).

O modelo empregado no MOIST (submodelo 3) mostrou-se bom em diversas aplicações. Entretanto, os erros poderiam ser diminuídos se o programa permitisse ao usuário, entrar com correlações para a condutividade térmica efetiva. Isso poderia lhe fornecer precisão semelhante à precisão obtida com o submodelo 1.

O submodelo 4 poderia ser usado em programas rápidos que usem, por exemplo, o método do fator de resposta como no DOE-2. A vantagem desse modelo é a rapidez de simulação (88%

de redução de tempo de processamento), por usar coeficientes constantes e desprezar o fenômeno de mudança de fase no interior poroso. Esse modelo apresentou ótimos resultados para estimativa de fluxo de calor. Entretanto, ele não é tão preciso na avaliação do perfil de conteúdo de umidade da parede, informação importante para estimar cargas latentes e condições de crescimento de fungos.

Mostrou-se, ainda no capítulo 8, a importância de se levar em conta o fenômeno de umidade para estudo de transferência de calor através de paredes porosas, mesmo em climas secos e sob a presença de mecanismos obstruidores de fluxo de vapor. Resultados mostraram que modelos que desconsideram a umidade podem superestimar a carga de pico em até 210% e subestimar o consumo de energia em até 59%. Assim, ao desprezar a umidade, corre-se o risco de superdimensionar equipamentos de climatização e subavaliar o consumo de energia de edificações. Esse risco de superdimensionamento – devido à máxima demanda de energia sem resfriamento evaporativo - mostrou-se relevante, principalmente em climas secos; foi com climas úmidos, porém, que a desconsideração de umidade forneceu os piores resultados em termos de consumo de energia.

A umidade pode ter sua importância aumentada no cálculo de demanda máxima e de consumo de energia se elementos porosos internos, como móveis de madeira e carpetes, forem levados em conta. Por exemplo, carpetes são altamente higroscópicos e adsorvem grandes quantidades de umidade no período noturno e que são liberadas com o acionamento de climatizadores. Isso provoca altas cargas latentes que não são contabilizadas por modelos que desprezam a umidade.

Demonstrou-se, no capítulo 8, que a integração dos módulos de geração de coeficientes de transporte com o módulo de modelos de transferência de calor e umidade é feita com sucesso, obtendo-se resultados - usando-se apenas dados de isoterma de adsorção, porosimetria a mercúrio e condutividade térmica do meio seco - quase tão bons quanto os obtidos com o submodelo 2 com coeficientes de transporte medidos.

Mostrou-se que, para paredes de alto  $Bi_m$ , podem ser utilizados modelos que resolvem a equação da conservação da massa apenas para regiões em que há variação significativa de conteúdo de umidade. Fora dessas regiões, observou-se a formação de um núcleo de estabilização que permite - para cálculo de difusão de calor - a utilização do submodelo 5 com condutividade térmica avaliada para o conteúdo de umidade do núcleo. Isso, para paredes de grande espessura, pode representar uma elevada redução de tempo de processamento.

Assim, o *UMIDUS* mostrou-se genérico, permitindo a execução de simulações sem o conhecimento de todas as propriedades, de forma rápida, precisa e sem limitações quanto ao conteúdo de umidade, graças ao uso de modelos robustos e confiáveis.

Para trabalhos futuros são feitas as seguintes sugestões:

- Bidimensionalizar o modelo TCU\_2 para incorporar fenômenos de chuva na condição de contorno e avaliar efeitos de canto e pontes térmicas;
- Acoplar rotinas para estudar convecção e radiação em cavidades como tijolos vazados e camadas de ar;
- Trabalhar no domínio da frequência para acelerar significativamente as simulações;
- Aperfeiçoar os modelos de geração de coeficientes de transporte e realizar testes para um maior número de materiais;
- Considerar a presença do fenômeno de histerese;
- Incorporar fenômenos de migração de umidade em programas de simulação termoenergética de edificações, tais como DOE-2, permitindo o estudo de técnicas de climatização natural;
- Avaliar o efeito de móveis, carpetes e outros elementos porosos situados nos interiores das edificações.

## **BIBLIOGRAFIA**

- ADAMSON, A. W., Physical Chemistry of Surfaces, *John Wiley & Sons Inc.*, New York, 1990.
- ASHRAE Handbook-Fundamentals. Atlanta:ASHRAE, 1993.
- BIRDSALL, B. E., BUHL, W. F., ELLINGTON, K. L., ERDEM, A. E. and WINKELMANN, F. C. *DOE-2 BASICS, version 2.1E*, Energy and Environment Division. Lawrence Berkeley Laboratory. University of California, Berkeley, CA, 1994.
- BROEKHOFF, J.C.P. and DE BOER J.H., Studies on Pore Systems on Catalysts. IX. Calculation of Pore Distributions from the Adsorption Branch of Nitrogen Sorption Isotherms in the Case of Open Cylindrical Pores, *J. Catalysis*, 9, pp 8-14, 1967.
- BROEKHOFF, J.C.P. and de BOER J.H., Studies on Pore Systems on Catalysts. XII. Pore Distribution Calculations from the Adsorption Isotherm in the case of Ink-Bottle type Pores, *J. Catalysis*, 10, pp 368-376, 1968.
- BRUNAUER S., EMMETT P.H. and TELLER E., Adsorption of Gases in Multimolecular Layers. *Journal of American Chemical Society*, vol. 60, p. 309, 1938.
- BUENO, A. D. Transferência de Calor e Umidade em Telhas de Cerâmica Vermelha: Simulação e Experimentação. *Dissertação de Mestrado*, Florianópolis, Brasil, 1994.
- BURCH D.M. and THOMAS W.C., An Analysis of Moisture Accumulation in Wood Frame Wall Subjected to Winter Climate, *NISTIR 4674*, Gaithersburg, MD: National Institute of Standards and Technology, 1991.
- BURCH D.M., W.C. THOMAS AND A.H. FANNEY, Water Vapor Permeability Measurements of Common Building Materials, *ASHRAE Transactions* 98(2), 1992.
- BURCH D.M., An Analysis of Moisture Accumulation in Walls Subjected to Hot and Humid Climates. *ASHRAE Transactions -DE-93-16-4*, 1993.

- BURCH D.M. and TENWOLDE A., A Computer Analysis of Moisture Accumulation in the Walls of Manufactured Housing. *ASHRAE Transactions -DE-93-16-1*, 1993.
- CHILDS E.C. and COLLIS-GEORGES N., The permeability of Porous Materials, *Proc. of the Royal Soc. of London, Series A*, Vol. 201, pp. 392-405, 1950.
- CLARKE, J.A., Energy Simulation in Building Design, *Adam Hilger Ltd*, USA, 1985.
- COUTURE F., Modélisation fine d'un problème de séchage : développement d'un outil adapté - *Thèse de l'Université Bordeaux I*, 1995.
- CRAUSSE, P. Etude fondamentale des transferts couplés de chaleur et d'humidité en milieux poreux non saturé. *Thèse Doctorat ès-Sciences*, Toulouse, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2 volumes, 209p. , 1983.
- CUNHA NETO, J. A. B., Transport d'humidité em matériau poreux en présence d'un gradient de température. Caractérisation expérimentale d'un béton cellulaire. *Thèse de Docteur*, 194p, Grenoble, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 1992.
- CUNHA NETO, J. A. B., Experimento de Intrusão de Mercúrio em uma Argamassa de Cal e Cimento. *Relatório Interno de 5/95 do Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas dos Materiais – LMPT*, Universidade Federal de Santa Catarina, 1995.
- CUNNINGHAM M.J., The Moisture Performance of Framed Structures - A Mathematical Model. *Building Environment* 23, pp 123 - 135, 1988.
- CUNNINGHAM M.J., Modeling of Moisture Tranfert in Structures - I. A Description of a Finite-Difference Nodal Model. *Building Environment* 25, pp. 55-61, 1990a.
- CUNNINGHAM M.J., Modeling of Moisture Tranfers in Structures - II. A Comparison of a Numerical Model, an Analytical Model and some Experimental Results. *Building Environment* 25, pp 85-94, 1990b.
- CUNNINGHAM M.J., Moisture Difusion due to Periodic Moisture and Temperature Conditions - an Approximate Steady Analytical Solution with Non-Constant Diffusion Coefficients. *Building Environment* 27, N° 3, pp. 367-377, 1992a.

- CUNNINGHAM M.J., Effective Penetration Depth and Effective Resistance in Moisture Transfer. *Building Environment* 27, N° 3, pp. 379-386, 1992b.
- DAHL S.D., KUEHN T.H., RAMSEY J.W. AND YANG CHING-HSU, Moisture Storage and Non-Isothermal Properties of Common Building Materials., V. 2 No. 1, *HVAC&R Research*, November, 1996.
- DAIAN, J.F. Processus de condensation et de transfert d'eau dans un matériau meso et macroporeux. Etude expérimental du mortier de ciment. *Thèse Docteur-ès-Sciences Physique*, Grenoble, Université Scientifique, Technologique et Médicale de Grenoble, 319p, 1986.
- DAROLLES, D., Couplages Transferts de Chaleur et de Masse a la Surface de Matériaux Poreux utilisés en Génie Civil lors de séchages en Ecoulements Turbulents, *Thèse de Docteur*, Toulouse, Université Paul Sabatier Toulouse III, 1987.
- DE BOER J.B. e ZWIKKER C., *Z. Phys. Chem.*, B3 - 407, 1929.
- DE FREITAS V.P., ABRANTES V., CRAUSSE P., Moisture Migration in Building Walls – Analysis of the Interface Phenomena, *Building and Environment*. 31, No. 2, pp. 99-108, 1996.
- DE VRIES, D.A., The Thermal Conductivity of Granular Materials. *Bull. Inst. Intern. du Froid*, annexe 1952-I, pp. 115-131, 1952.
- DE VRIES, D. A., Simultaneous Transfer of Heat and Moisture in Porous Media. *Transactions of the American Geophysical Union*. V.39, n.5, p.909-916, 1958.
- DE VRIES, D.A., Heat Transfer in Soil. In: Heat and Mass Transfer in Biosphere. *Scripta Washington*, pp 1-28, 1975.
- DE VRIES, D. A. The Theory of Heat and Moisture Transfer in Porous Media Revisited. *J. Heat Mass Transfer*. vol p.1343-1350, 1987.
- DULLIEN F.A.L., Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure, *San Diego: Academic Press 2<sup>nd</sup> ed.*, Canada, 1992.
- ECKERT, E.R.G. e FAGHARI, M. A. General analysis of moisture migration caused by temperature differences in an unsaturated porous medium. *International Journal of Heat and Mass transfer*, Oxford, Pergamon Press, 1979, vol. 22, p 257-266.



- EL DIASTY R., FAZIO P. e BUDAIWI I., Dynamic Modeling of Moisture Absorption and Desorption in Buildings, *Building Environment* 28, pp 21-32, 1993a.
- EL DIASTY R., FAZIO P. e BUDAIWI I., The Dynamic Modeling of Air Humidity behaviour in a Multi-Zone space, *Building Environment* 28, pp 33-51, 1993b.
- FAIREY P. e KERESTECIOGLU A., Dynamic Modeling of Combined Thermal and Moisture Transport in Buildings: Effect on Cooling Loads and Space Conditions. *ASHRAE Transactions* 91(2), 1985.
- FAMILY F., in Random Walks and Their Applications to the Physical and Biological Sciences, edited by M.F. Shlesinger and B.J. West (*AIP Conference Proceedings* 109) p. 33, 1984.
- FERNANDES, C.P. e PHILIPPI, P.C..Vapour Condensation and Moisture Flow in Building Coating Materials, *Proceedings of ICHMT Symposium on Heat and Mass Transfer in Building Materials and Structure*, pp.29-42, Dubrovnik, Yugoslavia, 1989
- FERNANDES, C. P. Estudo dos processos de condensação e migração de umidade em meios porosos consolidados. Análise experimental de uma argamassa de cal e cimento. *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis,1990.
- FERNANDES C.P., PHILIPPI P.C. e CUNHA NETO J.A.B., “Determinação da Difusividade Isotérmica de Umidade através dos Métodos da Sonda Térmica e Atenuação de Raios-Gamas”, *XIX Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos*, Vol. 1, 1991.
- FERNANDES, C.P., PHILIPPI, P.C e CUNHA NETO, J.A.B, Determinação da Difusividade Isotérmica de Umidade Através dos Métodos da Sonda Térmica e Atenuação de Raios-Gama, *XIX ENEMP*, pp.163-174, 1992.
- FERNANDES C.P., MAGNANI F.S., PHILIPPI P.C. and DAÏAN J-F, Multiscale Geometrical Reconstruction of Porous Structures, *Physical Review E*, Vol. 54, No. 1, 1996.
- FERNANDES C.P. e MENDES N., Determinação de Condutividade Térmica Efetiva em Material Poroso de Edificação, 1997. A ser submetido.
- GALBRAITH G.H. and MCLEAN R.C., The Determination of Vapour and Liquid Transport Coefficients as Input to Combined Heat and Mass Transfer Models, *Building & Simulation'93, proceedings of the 3<sup>rd</sup> International IBPSA conference*, Australia, 1993.

- JURY, W.A. and LETEY, J. Water movement in soil: reconciliation of theory and experiment. *Soil Science of America* , 43, p. 823-827, 1979.
- KARAGIOZIS A.N., SALONVARA M. and KUMARAN K., The Effect of Waterproof Coating on Hygrothermal Performance of a High-Rise Wall Structure, *Thermal Envelopes VI*, 1995a.
- KARAGIOZIS A.N. and SALONVARA M., Influence of Material Properties on the Hygrothermal Performance of a High\_Rise Residential Wall, *ASHRAE Transactions*, 1995b
- KAVIANY, M. Principles of Heat Transfer in Porous Media, *Springer-Verlag New York, Inc.*, 1991.
- KAVIANY, M. Principles of Heat Transfer in Porous Media, 2nd ed., *Springer-Verlag New York, Inc.*, 1995.
- KERESTECIOGLU A. GU, Incorporation of the Effective Penetration Depth Theory into TRNSYS, *Draft Report*, Florida Solar Energy Center, Cape Canaveral - Florida, 1989.
- KERESTECIOGLU A. et Alii, Theoretical and Computational Investigation of Simultaneous Heat and Moisture Transfer in Buildings: Effective Penetration Depth Theory. *ASHRAE Transactions* 96(1), 1990.
- KING P.R., The Use of Renormalization for Calculating Effective Permeability, *Transport in Porous Media*, vol. 4 pp. 37-58, 1989.
- KIRKPATRICK S., Percolation and Conduction, *Reviews of Modern Physics* V. 45, n.4, pp. 574-588, 1973.
- LANGMUIR, I. The Adsorption of Gases on Plane Surfaces of Glass, Mica and Platinum. *Journal of American Chemical Society*, vol. 40, pp. 1361-1403, 1918.
- LAURENT J.P. and GUERRE-CHALEY C., Influence de la Teneur en Eau et de la Température sur la Conductivité Thermique du Béton Cellulaire Autoclavé, *Materials and Structures*, Vol. 28, pp. 464-472, 1995.
- LIANG Z., Computer Generation and Application of 3-D Reconstructed Porous Structures: from 2-D Images to the Prediction of Permeability, *Ph.D. thesis*, Federal University of Santa Catarina, 1997.

- LIESEN R.J., Development of a Response Factor Approach for Modeling the Energy Effects of Combined Heat and Mass Transfer with Vapor Adsorption in Building Elements. *Ph.D.thesis*, University of Illinois, 1994.
- LUIKOV A. V. Heat and Mass Transfer in Capillary -Porous Bodies. *Pergamon Press Ltd.* 1966.
- MALISKA C.R., Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional, *LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.*, 1995.
- MARSHALL T.J., Permeability and the Size Distribution of Pores, *NATURE*, vol. 180, No. 4567, pp. 664-665, 1957.
- MENDES N., WINKELMANN F. C., LAMBERTS R., PHILIPPI P.C. and CUNHA NETO J.A.B., Dynamic Analysis of Moisture Transport through Walls and Associated Cooling Loads in the Hot/Humid Climate of Florianópolis, Brazil, *10<sup>th</sup> Symposium on Improving Building Systems in Hot and Humid Climates*, Fort Worth - Texas, USA, 1996.
- MEROUANI, L. Phénomènes de sorption et de transfert d'humidité dans des matériaux du bâtiment. Etude expérimentale comparative d'un mortier de ciment et d'un enduit de façade. *Thèse Docteur 3<sup>ème</sup> Cycle*, Grenoble, Institut National Polytechnique de Grenoble, 180p., 1987.
- MILLINGTON R.J. e QUIRK J.P. Permeability of Porous Media. *Nature*, vol.183, pp. 378-388, 1959.
- MILLINGTON R.J. e QUIRCK J.P., Permeability of Porous Solids, *Trans. Faraday Soc.*, vol. 57, pp. 1200-1207, 1961.
- MOLENDAS, C.H.A., Influence des Effets d'Hystérésis sur les Phénomènes de Transfert Couplés de Chaleur et Masse en Milieux Poreux. *Thèse de Docteur*, Institut National Poytechnique de Toulouse, 1991.
- OLIVEIRA JR, A. A. M. Caracterização das Propriedades Termohidráulicas de Materiais Artificiais para Reaterro de Elétricos de Potência. *Dissertação de Mestrado*, Florianópolis, Depto de Eng. Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1993.

- PATANKAR S., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *Hemisphere Publishing Corp.*, New York, 1980.
- PECK A.J., Change of Moisture with Temperature and Air Pressure: Theoretical, *Soil Science*, 89, 303-310, 1960.
- PEDERSEN C.R., Prediction of Moisture Transfers in Building Constructions. *Building Environment* 27, N° 3, pp. 387-397, 1992.
- PENNMANN, H.L. Gas and Vapor Movement in Soil Water. *Journal of Agr. Science*, vol. 30, pp 437-462, 1940
- PERRIN B, FOURES J.C. e JAVELAS, R. Détermination du coefficient de diffusion isotherme de l'humidité dans des matériaux de construction. *Laboratoire de Génie Civil de l'INSA et de l'UPS de Toulouse*. p. 27-33. 1983.
- PERRIN B. Etude des transferts couplés de chaleur et de masse dans des matériaux poreux consolidés non saturés utilisés en génie civil. *Thèse Docteur D'Etat*, Toulouse, Université Paul Sabatier de Toulouse, 267p., 1985.
- PHILIP J. R. e DE VRIES, D. A. Moisture movement in porous material under temperature gradients. *Transactions of the American Geophysical Union*. v.38, n.2, p.222-232, 1957.
- PHILIPPI P. C e CUNHA NETO, J. A. B. Curso de Transferência de calor e umidade em edificações II, *Anotações de aula*, 1993.
- PHILIPPI P.C, FERNANDES C.P e YUNES, P.R., Higroscopicidade e Capilaridade nos Materiais de Construção. *Anais do 2º Encontro Nacional de Conforto no Ambiente Construído*. Florianópolis, Brasil, pp.171-178, 1993.
- PHILIPPI P.C, YUNES P.R, FERNANDES C.P E MAGNANI F.S. The microstructure of Porous Building Materials: Study of a Cement and Lime Mortar. *Transport in Porous Media* 14, p 219-254, 1994.
- PURCELL W.R., Capillary Pressures – Their Measurement Using Mercury and the Calculation of Permeability Therefrom, *Trans. A.I.M.E.*, Vol. 186 , pp. 39-46, 1949.

- REZNIK A.A., Permeability and Porosity Predictions from a Cutting-and-Rejoining Model and Pore-Size Distribution, *Ph.D. thesis*, University of Pittsburgh, 1971.
- ROACHE, P.J., A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies, Quantification of Uncertainty in Computational Fluid Dynamics, *FED-VOL. 158, ASME*, 1993.
- RODE C. and BURCH D.M., Empirical Validation of a Transient Computer Model for Combined Heat and Moisture Transfer, *Thermal Envelopes VI*, 1995.
- RODE C. and BURCH D.M., Empirical Validation of a Transient Computer Model for Combined Heat and Moisture Transfer, pp. 283-295, *ASHRAE transactions*, 1995.
- SAHIMI M., On the Determination of Transport Properties of Disordered Systems”, Chem. Eng. Comm., Vol. 64, pp.177-195, 1988.
- SCHEIDEGGER A.E., The Physics of Flow through Porous Media, 3<sup>rd</sup> ed., Great Britain, 1974.
- SIAU J.F., “Transport Processes in Wood,” *Springer-Verlag*, New York, 1984.
- SIMONSON C.J., TAO Y.X. and BESANT R.W., Simultaneous Heat and Moisture Transfer in Fiberglass Insulation with Transient Boundary Conditions, *ASHRAE Transactions*, 1996.
- SPOLEK G.A., Computer Simulation of Moisture Transport in Walls of Residences, Building & Simulation'93, *proceedings of the 3<sup>rd</sup> International IBPSA conference*, France, 1991.
- STANLEY H.E., REYNOLDS, P.J., REDNER, S. and FAMILY, F., in Real-Space Renormalization, *edited by T.W. Burkhardt and J.M.J. Van Leuven (Berlin:Springer) p. 169, 1982.*
- STAUFFER D., Introduction to Percolation Theory, *London, Taylor and Francis*, 1985.
- TENWOLDE A. and CARLL C., Moisture Accumulations in Walls: Comparison of Field and Computer-Predicted Data, *Thermal Envelopes VI*, 1995.
- TSONGAS G., BURCH D., ROOS C. and CUNNINGHAM M., A Parametric Study of Wall Moisture Contents Using a Revised Variable Indoor Relative Humidity Version of the "MOIST" Transient Heat and Moisture Transfer Model, *Thermal Envelopes VI*, 1995.

- VAN DER KOOI, J. Moisture transport in cellular concrete roofs. *Ph.D. Thesis, Eindhoven Univ. of Technology*, Waltman, Delft, 1971.
- VAN GENUCHTEN, A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. *Soil Science Soc. AM. Proc.*, vol. 44, pp 892-898, 1980.
- WILLIE M.R.J. and SPANGLER M.B., Application of Electrical Resistivity Measurements to Problem of Fluid Flow in Porous Medium, *Bull. Amer. Assoc. Petrol. Geol.*, Vol. 36, pp. 359-403, 1952.
- WINKELMANN F. C., BIRDSALL B. E., BUHL W. F., ELLINGTON K. L., ERDEM A. E. *DOE-2 Supplement, V. I, Version 2.1E*, Energy and Environment Division. Lawrence Berkeley Laboratory. University of California, Berkeley, CA, 1993.
- WINKELMANN F. C., BIRDSALL B. E., BUHLW. F., ELLINGTON, K. L., ERDEM A. E. *DOE-2 Supplement, V. II, version 2.1E*, Energy and Environment Division. Lawrence Berkeley Laboratory. University of California, Berkeley, CA, 1993.
- WONG S.P.W., Simulation of Simultaneous Heat and Moisture Transfer by Using the Finite Difference Method and Verified Tests in a Test Chamber. *ASHRAE Transactions 96(1)*, 1990.
- YIK F.W.H., UNDERWOOD C.P. and CHOW W.K., Simultaneous Modeling of Heat and Moisture Transfer and Air-conditioning Systems in Buildings, *Proc. IBPSA Building Simulation '95, 4th International Conference*, Madison, WI, USA, 1995.
- YUNES, P. R. Determinação da distribuição de poros de uma argamassa de cimento e cal usando as isotermas de equilíbrio e dados de microscopia eletrônica. *Dissertação de Mestrado*, Florianópolis, Depto de Eng. Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1992.

## APÊNDICE A

### RENORMALIZAÇÃO

Descreve-se brevemente neste apêndice, a título de ilustração, o método de renormalização em sistemas bidimensionais com duas fases segundo King (1989), apesar de ter sido aplicado a sistemas tridimensionais para estimativa de condutividade térmica efetiva. A apresentação para sistemas tridimensionais é extensa e exaustiva, além de não ser este o objetivo do presente trabalho. Para obtenção de informações em maior profundidade, sobre renormalização, recomendam-se as seguintes referências: Maris e Kadanoff (1978), Stanley (1982), Family (1984), Stauffer (1985) e Sahimi (1988).

A idéia básica da renormalização consiste em obter explicitamente médias da propriedade de interesse em uma dada escala, e então considerar essas médias em uma outra escala maior, e assim sucessivamente.

Considere-se, como exemplo, um sistema randômico, como uma rede de percolação, constituída de sítios, como ilustrada na Figura A.1.a. O processo de renormalização é a transformação de uma rede original - como a da Figura A.1.b -, em uma rede renormalizada, onde a distância entre dois sítios vizinhos (a constante de rede) é "b" vezes maior que a da original, e onde são mantidas as propriedades estatísticas de conectividade entre os sítios (vide Figura A.1). Em outras palavras, a rede renormalizada deve conservar a estrutura topológica da rede original.

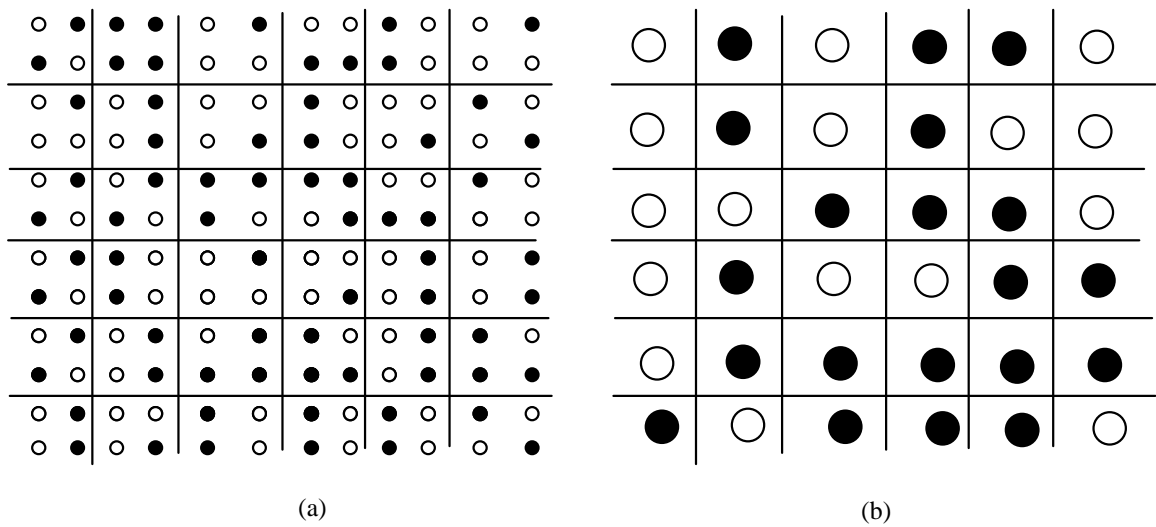


Figura A.1: Ilustração para o procedimento de renormalização. Em (a) tem-se a rede de sítios original. Em (b) a rede renormalizada.

A renormalização é definida por uma função  $p' = R(p)$ , onde  $p$  e  $p'$  são as proporções de sítios ativos nas redes original e renormalizada, respectivamente. Baseado no exemplo da Figura A.1.a, formula-se um tipo de regra de renormalização bastante simples. Diz-se que um agrupamento de quatro sítios na rede original será transformado em um supersítio ativo na rede renormalizada caso ocorra a existência de pelo menos dois sítios ativos na rede original formando um caminho percolante (no sentido de atravessar o agrupamento) na direção vertical ou horizontal, estando excluída a direção diagonal no agrupamento. Dessa forma, pode-se conseguir uma expressão analítica para a procurada função de renormalização, dada por esta simples regra, considerando-se as configurações possíveis de sítios ativos no agrupamento de quatro sítios. Essas configurações são mostradas na Figura A.2.

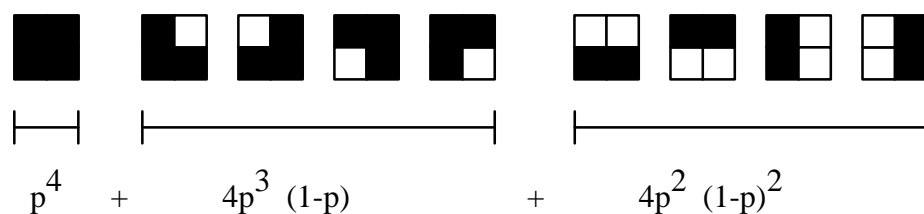


Figura A.2: As configurações possíveis para os sítios ativos no agrupamento, dada por uma simples regra de renormalização.



Com esta regra de renormalização, para uma proporção  $p$  de ocupação na rede original, os supersítios na rede renormalizada serão ocupados de acordo com a probabilidade  $p' = p^4 + 4p^3(1-p) + 4p^2(1-p)^2$ .

Para o presente caso, será utilizada a idéia de renormalização avaliando explicitamente a condutividade efetiva de um grupo de elementos em uma dada escala para a passagem à escala maior. Por razões de comodidade, como citado acima, a técnica será apresentada para sistemas bidimensionais, ficando clara sua extensão para sistemas tridimensionais. Analogamente ao exemplo da Figura A.1, considere-se um sistema representado por uma rede quadrada, onde cada célula elementar dessa rede possui um dado valor de condutividade (Figura A.3.a). Ao renormalizar essa rede, obtém-se a rede da Figura A.3.b, onde a condutividade efetiva da rede original será avaliada para grupos de quatro elementos, da maneira como é construído o sistema multiescala.

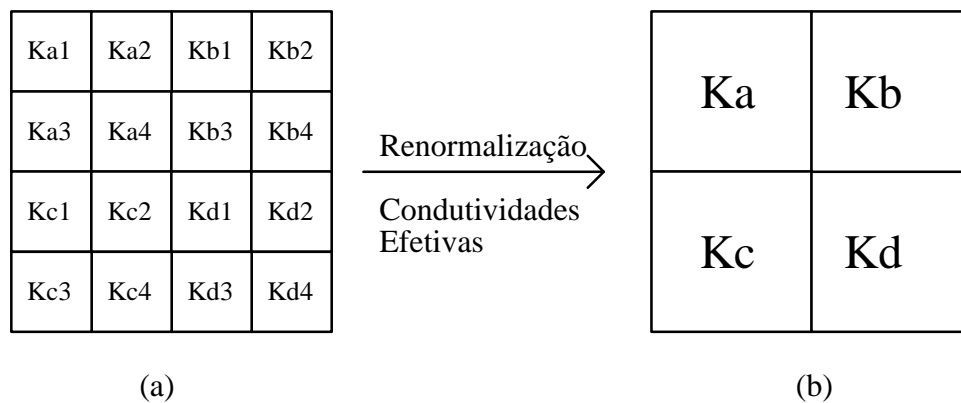


Figura A3: Em (a) a rede original de condutividades. Em (b) a rede renormalizada.

Dessa forma, o procedimento de renormalização ilustrado na Figura A.3, pode ser representado matematicamente por:

$$K_{\text{eff}} = f(K_1, K_2, K_3, K_4) \quad (\text{A.1})$$

onde  $K_{\text{eff}}$  é a condutividade efetiva avaliada para o grupo de condutividades  $K_1, K_2, K_3, K_4$ .

O problema agora é a avaliação da condutividade efetiva, ou seja, a resolução da equação (A.1). Para tanto, pode-se fazer a analogia do bloco de condutividades com uma rede de resistências elétricas. Além disso, será considerada a hipótese de que os lados do bloco de

condutividade a serem renormalizados se encontram a uma temperatura uniforme (para o caso de avaliação de condutividade térmica). Esta hipótese é verdadeira para os lados externos, mas não o é para os lados internos, o que deve incorrer em um erro no modelo.

Agora, assume a hipótese de meio isotrópico, de tal forma que um bloco de condutância  $K$  seja equivalente a quatro condutâncias cruzadas, cada uma de valor  $1/(2k)$  (vide Figura A.4).

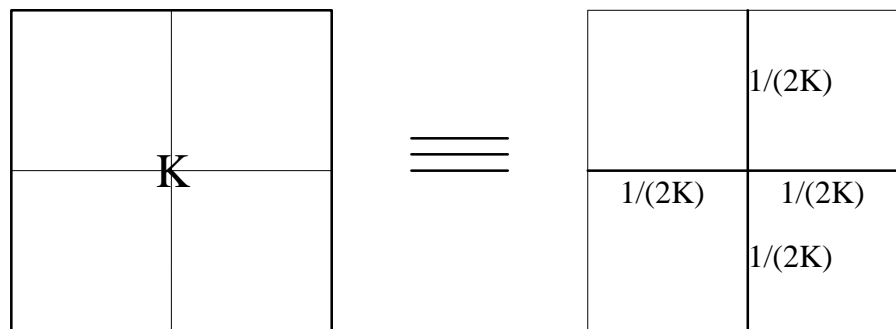


Figura A.4: As quatro condutâncias cruzadas de  $1/(2K)$  equivalentes ao bloco de condutância  $K$ .

Para o grupo de quatro condutividades e com a hipótese de meio isotrópico, avalia-se a propriedade em apenas uma direção. Considerando-se a condição de contorno de temperatura constante (para o caso de condutividade térmica), o sistema será representado da maneira mostrada na Figura A.5.

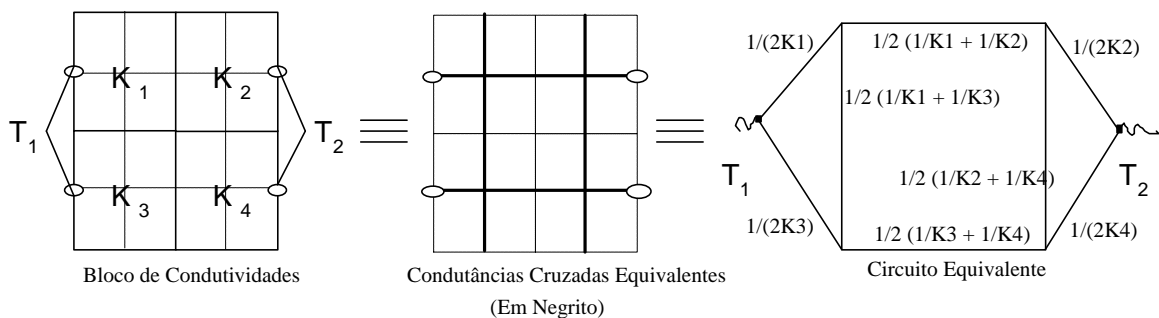


Figura A.5: O circuito equivalente para o grupo de quatro elementos

O circuito associado à Figura A.5 pode ser facilmente resolvido para que se obtenha a condutância equivalente entre os pontos  $T_1$  e  $T_2$ , utilizando-se a clássica transformação delta-estrela. Isto conduz à solução da equação (A.1), que é dada por:

$$f_{K_1, K_2, K_3, K_4} = \frac{4(K_1 + K_3)(K_2 + K_4)(K_2 K_4)(K_1 + K_3)(K_1 K_3)}{x[K_2 K_4(K_1 + K_3) + K_1 K_3(K_2 + K_4) + (K_1 + K_2 + K_3 + K_4)^2 + 3(K_1 + K_2)(K_3 + K_4)(K_1 + K_3)(K_2 + K_4)]}. \quad (A.2)$$

A solução para o caso tridimensional, considerando-se grupos de  $2 \times 2 \times 2$  células, é bastante extensa, não fornecendo uma equação explícita como a equação (4.2); contudo, pode ser resolvida passo a passo para cada transformação numericamente. Utilizaram-se, para a determinação das equações (5.8-5.10) redes de  $256 \times 256 \times 256$  células.

## APÊNDICE B

### PROPRIEDADES DA MADEIRA

Apresentam-se a seguir as propriedades higrótérmicas da madeira extraídas de Siau (1984) em função do conteúdo de umidade mássico para uma temperatura de 25 °C.

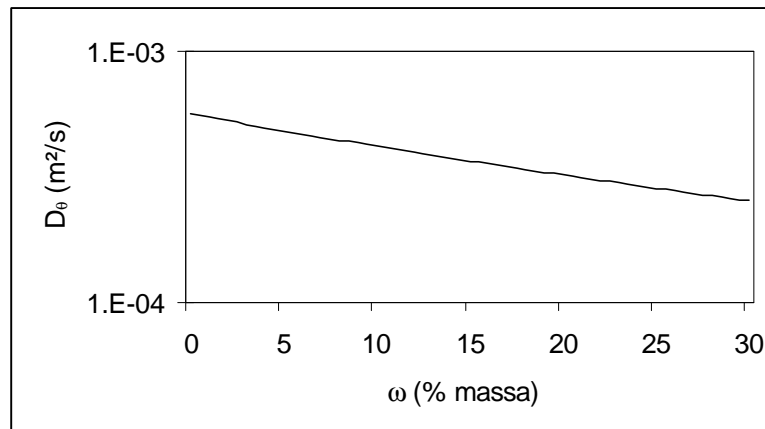


Figura B.1: Variação do coeficiente  $D_\theta$  com o conteúdo de umidade mássico para a madeira a 25 °C.

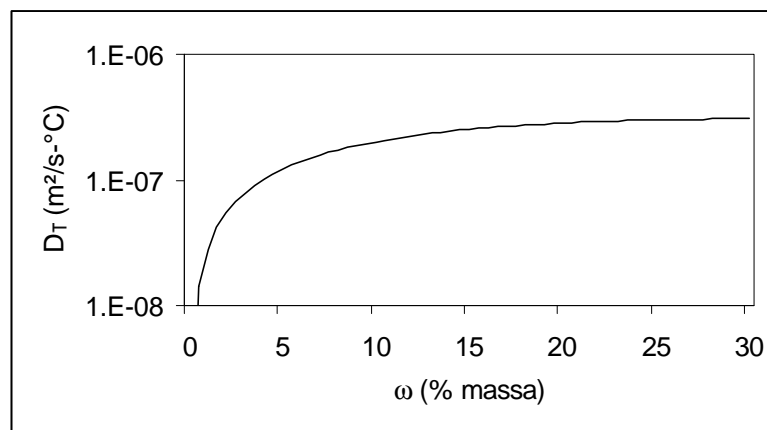


Figura B.2: Variação do coeficiente  $D_T$  com o conteúdo de umidade mássico para a madeira a 25 °C.

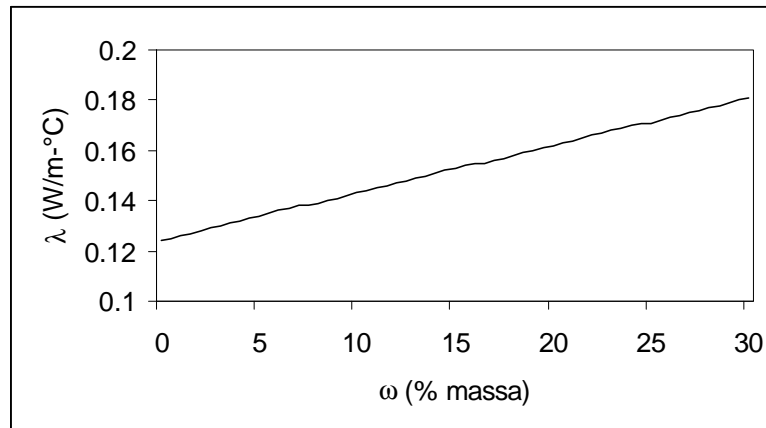


Figura B.3: Variação da condutividade térmica efetiva com o conteúdo de umidade mássica para a madeira a 25 °C.

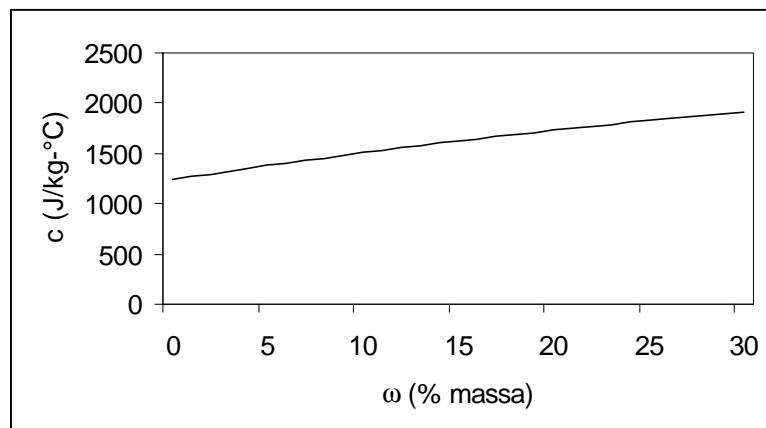


Figura B.4: Variação do calor específico com o conteúdo de umidade mássica para a madeira a 25 °C.

# APÊNDICE C

## SUMÁRIO DOS CLIMAS UTILIZADOS

Apresenta-se neste apêndice, o sumário dos climas de Cingapura, Seattle e Phoenix fornecidos pelo processador climático do programa DOE-2.1E a partir de arquivos TMY – Typical Meteorological Year.

### CINGAPURA

DOE-2.1E-088 WEATHER UTILITY PROGRAM

	LATITUDE = 1.30			LONGITUDE = -103.80			TIME ZONE = -8						
	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	YEAR
AVG. TEMP. (F) (DRYBULB)	78.7	79.4	79.7	81.0	82.4	82.2	80.8	80.3	80.4	81.6	79.5	78.3	80.4
AVG. TEMP. (F) (WETBULB)	74.5	74.8	75.3	76.3	77.0	76.6	77.6	77.7	77.4	77.9	76.8	74.8	76.4
AVG. DAILY MAX. TEMP.	84.4	87.7	86.1	88.4	87.6	87.8	86.0	85.1	85.9	86.1	85.6	84.8	86.3
AVG. DAILY MIN. TEMP.	75.3	74.8	75.3	76.5	78.3	77.2	76.4	76.5	76.6	77.5	74.8	74.3	76.1
HEATING DEG. DAYS (BASE 65)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
(BASE 60)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
(BASE 55)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
(BASE 50)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
COOLING DEG. DAYS (BASE 80)	22.5	38.5	47.0	73.5	100.0	77.5	50.5	41.5	50.5	61.0	30.5	8.5	601.5
(BASE 75)	149.5	174.5	177.5	223.5	246.0	224.5	192.0	180.0	187.5	210.5	157.0	140.5	2263.0
(BASE 70)	304.5	314.5	331.5	373.5	401.0	374.5	347.0	335.0	337.5	365.5	306.5	295.5	4086.5
(BASE 65)	459.5	454.5	486.5	523.5	556.0	524.5	502.0	490.0	487.5	520.5	456.5	450.5	5911.5
HEATING DEG. HRS./24 (BASE 65)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
(BASE 60)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
(BASE 55)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
(BASE 50)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
COOLING DEG. HRS./24 (BASE 80)	29.8	49.7	53.6	64.2	91.4	83.2	55.2	42.8	46.5	63.7	46.2	28.9	655.1
(BASE 75)	115.0	126.2	148.0	180.9	229.0	217.7	179.5	164.2	163.1	203.8	140.3	106.5	1974.3
(BASE 70)	268.9	264.2	299.8	330.9	383.8	367.2	333.6	318.7	312.5	358.6	285.9	257.3	3781.5
(BASE 65)	423.9	404.2	454.8	480.9	538.8	517.2	488.6	473.7	462.5	513.6	435.9	412.3	5606.5
MAXIMUM TEMP.	91	91	93	91	92	91	90	89	90	90	90	88	93
MINIMUM TEMP.	74	73	72	75	74	73	72	72	73	73	72	71	71
NO. DAYS MAX. 90 AND ABOVE	2	5	7	8	8	6	1	0	1	1	1	0	40
NO. DAYS MAX. 32 AND BELOW	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NO. DAYS MIN. 32 AND BELOW	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NO. DAYS MIN. 0 AND BELOW	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AVG. WIND SPEED (MPH)	3.0	2.9	2.5	3.1	4.2	4.9	5.0	4.6	4.9	4.8	4.2	4.6	4.1
AVG. WIND SPEED (DAY)	3.7	4.0	3.5	4.4	5.6	6.6	6.6	6.1	6.1	6.5	5.2	5.7	5.4
AVG. WIND SPEED (NIGHT)	2.5	2.2	1.9	2.1	3.1	3.8	3.9	3.6	4.0	3.4	3.5	3.8	3.2
AVG. TEMP. (DAY)	80.8	82.8	82.0	84.0	84.2	84.2	82.5	81.9	82.4	82.9	81.8	80.9	82.5
AVG. TEMP. (NIGHT)	77.3	77.3	78.1	78.9	81.1	80.9	79.6	79.2	79.0	80.5	77.8	76.5	78.9
AVG. SKY COVER	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
AVG. SKY COVER (DAY)	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
AVG. REL. HUM. AT 4AM	90.3	92.0	91.3	90.6	86.4	85.7	94.2	95.6	95.6	93.6	96.6	94.2	92.2
10AM	83.1	80.2	82.4	77.0	79.1	77.0	87.4	88.6	87.1	85.7	88.7	86.3	83.6
4PM	74.4	70.4	75.9	71.5	69.0	68.9	78.5	82.6	79.5	75.5	79.5	74.0	75.0
10PM	85.9	87.4	85.5	86.6	82.1	81.3	90.5	91.8	90.2	87.7	92.4	90.3	87.6
AVG. DAILY DIRECT NORMAL SOLAR	537.2	958.2	637.8	920.9	1077.8	1161.5	1095.2	898.8	879.6	874.5	728.1	739.1	874.5
AVG. DAILY TOTAL HORIZNTL SOLAR	1044.7	1447.7	1171.7	1407.3	1398.7	1461.0	1397.4	1319.0	1404.1	1356.4	1219.1	1296.8	1325.5
MAX. DAILY DIRECT NORMAL SOLAR	1416.0	1682.0	2096.0	2315.0	2218.0	2183.0	2054.0	2311.0	2048.0	2241.0	2159.0	1146.0	2315.0
MAX. DAILY TOTAL HORIZNTL SOLAR	1682.0	2071.0	2095.0	2241.0	2056.0	2064.0	1949.0	2087.0	2147.0	2151.0	2013.0	1641.0	2241.0
MIN. DAILY DIRECT NORMAL SOLAR	15.0	133.0	6.0	101.0	20.0	128.0	44.0	47.0	62.0	73.0	25.0	186.0	6.0
MIN. DAILY TOTAL HORIZNTL SOLAR	341.0	521.0	123.0	793.0	383.0	349.0	248.0	449.0	429.0	529.0	96.0	780.0	96.0
MAX. HRLY DIRECT NORMAL SOLAR	231.0	267.0	258.0	288.0	277.0	315.0	279.0	289.0	280.0	301.0	285.0	277.0	315.0
MAX. HRLY TOTAL HORIZNTL SOLAR	285.0	306.0	320.0	336.0	318.0	313.0	306.0	325.0	330.0	319.0	308.0	288.0	336.0
AVG. MAX. HRLY DIRECT NORML SOLAR	120.8	185.8	131.5	189.8	191.9	205.7	182.2	169.5	173.0	166.2	151.6	162.6	169.0
AVG. MAX. HRLY TOTAL HRZNTL SOLAR	184.6	250.6	206.6	248.3	237.0	251.9	237.1	234.6	253.9	234.5	215.8	221.7	231.1
AVG. DAILY TOTAL VERTICAL SOLAR													
AZIMUTH													
N	405.6	472.6	478.9	711.4	876.2	1059.4	961.3	758.7	576.4	459.0	431.0	471.6	639.3
E	758.2	983.6	796.0	929.2	768.4	852.8	788.1	816.4	834.1	759.3	754.7	863.8	823.9
S	810.4	854.6	532.4	477.8	398.0	427.5	409.0	426.6	535.9	714.0	859.1	1021.9	620.9
W	589.1	748.9	665.8	743.7	766.1	808.1	795.1	752.9	841.2	861.3	737.3	715.0	751.7
MAX. DAILY TOTAL VERTICAL SOLAR													
AZIMUTH													
N	524.2	605.6	755.6	1010.1	1270.6	1453.1	1340.0	1132.7	817.9	614.0	559.9	583.2	1453.1
E	1125.6	1270.8	1237.8	1212.3	1124.4	1069.5	1023.2	1140.2	1177.5	1128.0	1027.8	1145.6	1270.8









## APÊNDICE D

### ADIMENSIONALIZAÇÃO DO MODELO TCU\_2

Para fins de simplificação e análise, pode-se reescrever o modelo TCU\_2 sob uma forma paramétrica, admitindo-se que os coeficientes sejam constantes. Assim, as equações de conservação de energia e de massa assumem a seguinte forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_{ap} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{L\rho_1}{C} D_{\theta v} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (D.1)$$

e

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D_{\theta} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (D.2)$$

onde:  $\alpha_{ap}$  é a difusividade térmica ( $\lambda_{ap}/C$ );

$C$  é a capacidade térmica ( $\rho c_m$ ).

Conforme será apresentado na seção 8.3, o termo de mudança de fase associado a um gradiente de conteúdo de umidade na equação de conservação de energia apresenta uma influência muito pequena no cômputo do fluxo de calor; sendo assim, ele é desconsiderado. Portanto, a equação da conservação de energia reduz-se à:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_{ap} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (D.3)$$

Considerando-se os seguintes grupos adimensionais,

$$T^* = \frac{T - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}}; t^* = \frac{t}{\tau}; x^* = \frac{x}{L}; \theta^* = \frac{\theta}{\eta}. \quad (D.4)$$

sendo  $T_0$  o maior valor possível de temperatura a ser atingido em um ciclo e  $T_\infty$  o menor valor de temperatura encontrado durante o mesmo ciclo.

Adotando-se uma constante de tempo -  $\tau$  - associada à rapidez de desenvolvimento do perfil de umidade ( $t = \frac{L^2}{D_q}$ ) tem-se:

$$Lu \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \alpha_{ap} \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} \quad (D.5)$$

e

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} = \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + P_n \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}}, \quad (D.6)$$

onde:  $Lu = \frac{D_\theta}{\alpha}$  e  $P_n = \frac{D_T(T_0 - T_\infty)}{D_\theta \eta}$ .

O número de Luikov -  $Lu$  - representa a razão entre os coeficientes de difusão mássica e térmica. Para baixos valores de  $Lu$ , o perfil de temperatura se desenvolve muito mais rapidamente em relação ao de umidade. Por outro lado, o número de Posnov -  $P_n$  - mede a importância relativa entre as parcelas do fluxo de massa associadas ao gradiente de temperatura e o de conteúdo de umidade. Para baixos valores de  $P_n$  o transporte de massa deve-se principalmente a gradientes de conteúdo de umidade.

Discretizando-se as equações governantes adimensionalizadas, obtém-se para a equação da conservação da massa,

$$\begin{aligned} (1 + 2Fo_m)\theta(i) + 2Fo_m P_n T(i) = \\ Fo_m \theta(i+1) + Fo_m P_n T(i+1) + Fo_m \theta_{i-1} + Fo_m P_n T(i-1) + \theta^0(i) \end{aligned} \quad (D.9)$$

e, para a equação da conservação da energia:

$$\begin{aligned} (Lu + 2Fo_m)\Gamma(i) = \\ Fo_m T(i+1) + Fo_m T(i-1) + Lu T^0(i). \end{aligned} \quad (D.10)$$

Desse modo, obtém-se as matrizes-coeficientes referentes aos pontos internos:

$$\begin{aligned}
 A(i) &= \begin{bmatrix} 1 + 2Fo_m & 2Fo_m Pn \frac{\eta}{\Delta T_{ref}} \\ 0 & Lu + 2Fo_m \end{bmatrix}, \\
 B(i) &= \begin{bmatrix} Fo_m & Fo_m Pn \frac{\eta}{\Delta T_{ref}} \\ 0 & Fo_m \end{bmatrix}, \\
 C(i) &= \begin{bmatrix} Fo_m & Fo_m Pn \frac{\eta}{\Delta T_{ref}} \\ 0 & Fo_m \end{bmatrix}, \\
 D(i) &= \begin{bmatrix} \theta^0(i) \\ LuT^0(i) \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{D.11}$$

onde:  $Fo_T = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}$  ;

$$Fo_M = \frac{D_\theta \Delta t}{\Delta x^2} ;$$

$$Bi_M = \frac{h_m \Delta x}{D_\theta} ;$$

$$Lu = \frac{Fo_M}{Fo_T} = \frac{D_\theta}{\alpha} .$$

### **Condições de contorno:**

A substituição das condições de contorno para as superfícies externas, para coeficientes constantes e seguida de discretização, conduz às seguintes expressões:

- Equação da conservação da massa ( $x=0$ ):

$$\begin{aligned}
(\theta(0) - \theta^0(0)) \cdot \frac{\Delta x}{2\Delta t} = D_{Te} \left( \frac{T^0(1) - T^0(0)}{\delta x_e} \right) + \\
D_{\theta e} \left( \frac{\theta(1) - \theta(0)}{\delta x_e} \right) + \frac{h_{m,ext}}{\rho_1} (\rho_{v,ext} - \rho(0)).
\end{aligned} \tag{D.12}$$

Substituindo-se a expressão equivalente da diferença de concentração de vapor (7.22), tem-se:

$$\begin{aligned}
D_T \left( \frac{T^0(1) - T^0(0)}{\delta x} \right) + D_\theta \left( \frac{\theta(1) - \theta(0)}{\delta x} \right) + \\
\frac{h_{m,ext}}{\rho_1} [M_{1,ext} Pn(T_{ext} - T(0)) + M_{2,ext} (\theta_{ext} - \theta(0)) + M_{3,ext}] = (\theta(0) - \theta^0(0)) \frac{\Delta x}{2\Delta t}.
\end{aligned} \tag{D.13}$$

Entretanto, na expressão (D.13) o coeficiente  $M_{1,ext}$  é acompanhado pelo número de Posnov por estar multiplicando a variável dependente T. Assim, redefine-se  $M_{1,ext}$  como:

$$M_{1,ext} = A_{ext} \frac{M h_{ext}}{R P_n};$$

o mesmo é feito para  $M_{1,int}$ .

Reescrevendo-se a equação (D.13) em termos de parâmetros adimensionais, tem-se:

$$\begin{aligned}
2Fo_m Pn \frac{\eta}{\Delta T_{ref}} (T(1) - T(0)) + 2Fo_m (\theta(1) - \theta(0)) + \\
\frac{2Bi_m Fo_m}{\rho_1} [M_{1,ext} Pn(T_{ext} - T(0)) + M_{2,ext} (\theta_{ext} - \theta(0)) + M_3] = (\theta(0) - \theta^0(0)),
\end{aligned} \tag{D.14}$$

a qual pode ser rearranjada para ser aplicada ao novo algoritmo de solução apresentado no item 7.5, como apresentado abaixo:

$$\begin{aligned}
& \left( 1 + 2Fo_m + 2Bi_m Fo_m \frac{M_{2,ext}}{\rho_1} \right) \theta(0) + \left[ 2Bi_m Fo_m Pn \left( \frac{M_{1,ext}}{\rho_1} + \frac{\eta}{Bi_m \Delta T_{ref}} \right) \right] T(0) = \\
& (2Fo_m) \theta(1) + \left( 2Fo_m Pn \frac{\eta}{\Delta T_{ref}} \right) T(1) + \\
& \frac{2Bi_m Fo_m}{\rho_1} [M_{1,ext} Pn T_{ext} + M_{2,ext} \theta_{ext} + M_3] + \theta^0(0) .
\end{aligned} \tag{D.15}$$

- Equação da conservação da energia ( $x=0$ )

A equação da conservação de energia no ponto externo do domínio, substituindo-se a expressão equivalente da diferença de concentração de vapor, pode ser escrita algebricamente como

$$\begin{aligned}
\rho_0 c_m \frac{\Delta x}{2\Delta t} (T(0) - T^0(0)) &= \frac{\lambda_{ap}}{\delta x_e} (T(1) - T(0)) + \\
&+ h_{ext} (T_{ext} - T(0)) + \alpha q_r - \varepsilon R_{ol} + \\
Lh_{m,ext} (M_{1,ext} Pn (T_{ext} - T(0)) &+ M_{2,ext} (\theta_{ext} - \theta(0)) + M_{3,ext}) .
\end{aligned} \tag{D.16}$$

Reescrevendo-se a expressão (D.16) em termos de adimensionais e rearranjando, tem-se:

$$\begin{aligned}
ZM_{2,ext} \theta(0) + (M_{1,ext} PnZ + 2Bi_T Fo_T + 2Fo_T + 1)T(0) &= \\
2Fo_T T(1) + ZM_{2,ext} \theta_{ext} + (M_{1,ext} PnZ + 2Bi_T Fo_T)T_{ext} &+ \\
ZM_{3,ext} + 2Bi_T Fo_T \frac{\alpha q_r}{h_{c,ext}} + T^0(0), &
\end{aligned} \tag{D.17}$$

onde:  $Z = 2Bi_m Fo_m \frac{L}{r_0 \cdot c_m}$ .

Agora, pode-se definir os coeficientes matriciais da face externa para o novo algoritmo de solução, como:

$$\begin{aligned}
A(0) &= \begin{bmatrix} \left(1 + 2Fo_m + 2Bi_m Fo_m \frac{M_{2,ext}}{\rho_1}\right) & 2Bi_m Fo_m Pn \left(\frac{M_{1,ext}}{\rho_1} + \frac{\eta}{Bi_m \Delta T_{ref}}\right) \\ \frac{2L}{C} Bi_m Fo_m M_{2,ext} & \left(\frac{2L}{C} Bi_m Fo_m M_{1,ext} Pn + 2Bi_T Fo_T + 2Fo_T + 1\right) \end{bmatrix}; \\
B(0) &= \begin{bmatrix} 2Fo_m & 2Fo_m Pn \frac{\eta}{\Delta T_{ref}} \\ 0 & 2Fo_T \end{bmatrix}; \\
C(0) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \\
D(0) &= \begin{bmatrix} 2 \frac{Bi_m Fo_m}{\rho_1} (M_{1,ext} Pn T_{ext} + M_{2,ext} \theta_{ext} + M_{3,ext}) + \theta^0(0) \\ 2Bi_T Fo_T T_{ext} + 2Bi_T Fo_T \frac{\alpha_r q_r}{h_{ext}} + \frac{2L}{C} Bi_m Fo_m (M_{1,ext} Pn T_{ext} + M_{2,ext} \theta_{ext} + M_{3,ext}) + T^0(0) \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{D.18}$$

- Superfície Interna:

As equações governantes na superfície interna são determinadas analogamente, resultando em:

- Equação da conservação da massa ( $x=1$ ):

$$\begin{aligned}
\left(1 + 2Fo_m + 2Bi_m Fo_m \frac{M_{2,int}}{\rho_1}\right) \theta(n) + \left[2Bi_m Fo_m Pn \left(\frac{M_{1,int}}{\rho_1} + \frac{\eta}{Bi_m \Delta T_{ref}}\right)\right] \Gamma(n) = \\
(2Fo_m) \theta(n-1) + \left(2Fo_m Pn \frac{\eta}{\Delta T_{ref}}\right) \Gamma(n-1) + \\
\frac{2Bi_m Fo_m}{\rho_1} (M_{2,int} \theta_{int} + M_{1,int} Pn T_{int} + M_{3,int}) + \theta^0(n).
\end{aligned} \tag{D.19}$$

- Equação da conservação da energia ( $x=1$ ):

$$\begin{aligned}
ZM_{2,int} \theta(n) + (M_{1,int} Pn Z + 2Bi_T Fo_T + 2Fo_T + 1) \Gamma(n) = \\
2Fo_T T(n-1) + ZM_{2,int} \theta_{int} + (M_{1,int} Pn Z + 2Bi_T Fo_T) \Gamma_{int} + ZM_{3,int} + T^0(n).
\end{aligned} \tag{D.20}$$

onde:  $Z = 2Bi_m Fo_m \frac{L}{\rho_0 \cdot c_m}$ .

Assim, definem-se os seguintes coeficientes matriciais para a face interna:

$$\begin{aligned}
 A(\mathbf{n}) &= \begin{bmatrix} \left( 1 + 2\text{Fo}_m + 2\text{Bi}_m \text{Fo}_m \frac{M_{2,\text{int}}}{\rho_1} \right) & 2\text{Bi}_m \text{Fo}_m \text{Pn} \left( \frac{M_{1,\text{int}}}{\rho_1} + \frac{\eta}{\text{Bi}_m \Delta T_{\text{ref}}} \right) \\ \frac{2L}{C} \text{Bi}_m \text{Fo}_m M_{2,\text{int}} & \left( \frac{2L}{C} \text{Bi}_m \text{Fo}_m M_{1,\text{int}} \text{Pn} + 2\text{Bi}_T \text{Fo}_T + 2\text{Fo}_T + 1 \right) \end{bmatrix}; \\
 B(\mathbf{n}) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \\
 C(\mathbf{n}) &= \begin{bmatrix} 2\text{Fo}_m & 2\text{Fo}_m \text{Pn} \frac{\eta}{\Delta T_{\text{ref}}} \\ 0 & 2\text{Fo}_T \end{bmatrix}; \\
 D(\mathbf{n}) &= \begin{bmatrix} 2 \frac{\text{Bi}_m \text{Fo}_m}{\rho_1} (M_{1,\text{int}} \text{Pn} T_{\text{int}} + M_{2,\text{int}} \theta_{\text{int}} + M_{3,\text{int}}) + \theta^0(\mathbf{n}) \\ 2\text{Bi}_T \text{Fo}_T T_{\text{int}} + \frac{2L}{C} \text{Bi}_m \text{Fo}_m (M_{1,\text{int}} \text{Pn} T_{\text{int}} + M_{2,\text{int}} \theta_{\text{int}} + M_{3,\text{int}}) + T^0(\mathbf{n}) \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{D.21}$$